

სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი  
მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი

ინფორმაციული ომის მათემატიკური და  
კომპიუტერული მოდელები

ნუგზარ კერესელიძე

თბილისი

2017

კერესელიძე ნუგზარი - ინფორმატიკის აკადემიური დოქტორი (2012), სოხუმის  
სახელმწიფო უნივერსიტეტის ასისტენტ პროფესორი 2013-2017 წწ.  
[nkereslidze@sou.edi.ge](mailto:nkereslidze@sou.edi.ge)

© 2017, ნუგზარ კერესელიძე

ISBN 978-9941-0-9617-4 (PDF)

უაკ (UDC) 004.94+517.977.5+519.873+51.77+32.019.52

MSC2010 68U20, 65C20, 49J15

ვუძღვნი მშობლების,  
ვენერა და გრიგოლ კერესელიძეების  
ნათელ ხსოვნას

## კერესელიძე ნუგზარი

ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები -  
მონოგრაფია, თბილისი, 2017 წ., გვ. 348.

მონოგრაფიაში განხილულია დღესდღეობით მსოფლიოში არსებული ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები. დაწვრილებითაა წარმოდგენილი ინფორმაციული ომის მოდელირების ერთ-ერთი მიმართულების - ინფორმაციული ნაკადებით დაპირისპირების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები. ამ მიმართულებით წამყვანი პოზიცია უკავია კვლევებს, რომელიც მიმდინარეობს სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტში, რომელთა ინიციატორია ამავე უნივერსიტეტის პროფესორი თემურ ჩილაჩავა. განხილულია აკადემიკოს ა. ა. სამარსკის და პროფესორ ა. პ. მიხაილოვის, და მათი თანაავტორების მიერ ინფორმაციის გავრცელების მოდელები.

შესწავლილია ინფორმაციული ომის მათემატიკურ და კომპიუტერულ მოდელებში ექსტრემალური ამოცანები, დასმულია ოპტიმალური მართვის ჩილკერის ტიპის ამოცანა და განხილულია მისი ამოხსნის მეთოდები. ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელების კვლევებისთვის ანალიტიკურ მეთოდებთან ერთად გამოყენებულია პროგრამების პაკეტი **Matlab**-ის საშუალებები.

**რედაქტორი -** ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი  
**თემურ ჩილაჩავა**

**რეცენზენტი -** ფიზიკა-მათემატიკის მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი  
**თემურ ჯანგველაძე**

# სარჩევი

რედაქტორის წინათქმა.....	6
შესავალი .....	11
§1. ინფორმაციული ომის თეორიის სათავეები. ....	11
§ 2. ინფორმაციული ომი დღეს .....	15
§ 3. ინფორმაციული ომის არსენალი .....	19
§ 4. კიბერშეტევების მაგალითები .....	23
§ 5. ინფორმაციული ომის საკითხი საქართველოში .....	33
§ 6. ინფორმაციული ომის მეცნიერული კვლევა საზღვარგარეთ.....	34
§7. ინფორმაციული ომის მეცნიერული კვლევა საქართველოში .....	38
თავი I. ინფორმაციული ომის წრფივი უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები.....	44
§1.1. ინფორმაციული ომის ზოგადი წრფივი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები.....	44
§1.2 მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი .....	65
§1.3. მოწინააღმდეგის იგნორირების პრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი.....	83
§ 1.4 ინფორმაციული ომის მოდელების ხარისხობრივი გამოკვლევა.....	99
§1.5. შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციების მონაწილეობით მიმდინარე ინფორმაციული ომის უწყვეტი წრფივი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები. ....	102
თავი II. ინფორმაციული ომის არაწრფივი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები..	117
§2.1. მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის არაწრფივი, უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები .....	117
§2.2. ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგეების ინფორმაციული ომის არაწრფივი, უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები .....	127
§ 2.3. შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციების მონაწილეობით მიმდინარე ინფორმაციული ომის უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები.....	146
§2.4. ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები ინფორმაციული ტექნოლოგიების შესაძლებლობების გათვალისწინებით. ....	153
§ 2.5. ინფორმაციული ომის ჩილკერის ტიპის ამოცანა .....	174
§ 2.6. ადებტების მოზიდვის ინფორმაციული თავდასხმისა და დაპირისპირების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები .....	178

თავი III. ექსტრემალური ამოცანები ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელებში.....	194
§ 3.1. მინინზაციის ამოცანა ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელში .....	194
§3.2. ოპტიმალური მართვის ამოცანა ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელში.....	210
§ 3.3. ინფორმაციული ომის ოპტიმალური მართვის ჩილკერის ტიპის ამოცანა. ....	221
§ 3.4. ინფორმაციული შეტევის ოპტიმალური მართვის ამოცანა .....	234
თავი IV. ინფორმაციული ომის დისკრეტული მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები .....	239
§ 4.1. მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი .....	240
§ 4.2. მოწინააღმდეგის იგნორირების პრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი.....	267
§ 4.3. ინფორმაციული ომის წრფივი დისკრეტული მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი რელიგიური ინსტიტუტების ოპერატიული მონაწილეობით.....	297
§4.4 “აგრესორ-მსხვერპლის” ინფორმაციული ომის არაწრფივი დისკრეტული მოდელი ავტორიტეტული საერთაშორისო და რელიგიური ინსტიტუტების მონაწილეობით.....	312
დასკვნა .....	320
ლიტერატურა.....	332
ავტორთა საძიებელი.....	344
საგანთა საძიებელი.....	346

## რედაქტორის წინათქმა

ბოლო რამდენიმე ათეული წლების განმავლობაში ინტენსიურად მიმდინარეობს გლობალური პოლიტიკური პროცესები, რომლებიც უკავშირდება მძლავრი ქვეყნების ან ქვეყნების გაერთიანებების მიერ ახალი გავლენების სფეროების მოპოვებას ან ძველი გავლენების სფეროების შენარჩუნებას. მსოფლიოში მაღალი ტემპით მიმდინარე გლობალურმა ტექნოლოგიურმა ცვლილებებმა და ინფორმაციზაციამ წარმოშვა სახელმწიფოთაშორის ახალი ტიპის დაპირისპირება - ინფორმაციული ომი, რომელიც XXI -ე საუკუნეში გვევლინება ერთ-ერთ უმთავრეს იარაღად მძლავრი ქვეყნების მიერ გავლენების სფეროების მოსაპოვებლად.

ინფორმაციული ომის სხვადასხვა კომპონენტის აღწერა მათემატიკური აპარატით და მისი შესწავლა წარმოადგენს მეცნიერთა მზარდი ინტერესის სფეროს. აღსანიშნავია ინფორმაციული ზემოქმედების მოდელის აგებისთვის კავშირის არხებით ინფორმაციის გადაცემის მათემატიკური თეორიის გამოყენება. გრაფთა და თამაშთა თეორიის გამოყენებით შედგენილია საინფორმაციო ქსელების და ინფორმაციული ომის მოდელები. მათში იძებნება შერეული სტრატეგიები დაპირისპირებული მხარეებისთვის. სტრატეგიები ძირითადად გათვლილია, როგორც ფიზიკური, ასევე პროგრამული (ვირუსები, ტროიანები, კიბერშეტევები) ზემოქმედების საშუალებით ინფორმაციული ინფრასტრუქტურის მწყობრიდან გამოყვანაზე, ან მათ დაცვაზე.

2009 წელს, ჩემის აზრით, იწყება ინფორმაციული ომის მოდელირების ახალი მიმართულება - ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელები, როცა პროცესში ჩართულია ორი ურთიერთდაპირისპირებული მხარე და მესამე მშვიდობისმყოფელი მხარე, რომლის ძალისხმევა მიმართულია ინფორმაციული ომის ჩაქრობისკენ. აღსანიშნავია, რომ ინფორმაციული ომის მოდელირების ამ მიმართულებას სწორედ საქართველოში ჩაეყარა საფუძველი თქვენი მონა-მორჩილის მხრიდან და ზუსტად ამ მიმართულებიდან შევთავაზე რიგი ორიგინალური და საინტერესო, როგორც თეორიული ასევე პრაქტიკული თვალსაზრისით ამოცანა ნუგზარ კერესელიძეს, როგორც სადოქტორო დისერტაციის თემა. სამწლიანი ინტენსიური სამეცნიერო კვლევების შედეგად - 2012 წელს, ნუგზარ კერესელიძემ,

ჩემის ხელმძღვანელობით დაასრულა მუშაობა სადისერტაციო თემაზე და საპატრიარქოსთან არსებული ანდრია პირველწოდებულის სახელობის ქართულ უნივერსიტეტში წარმატებით დაიცვა სადოქტორო დისერტაცია თემაზე - „ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება“, გახდა, რა ამ უნივერსიტეტის დოქტორის ნომერ პირველი დიპლომის მფლობელი.

წინამდებარე ნაშრომში ავტორმა, ბუნებრივია, შეიტანა ინფორმაციული ომის მოდელირების ახალ მიმართულებაში - ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელები, ჩვენი ერთობლივი პიონერული შრომების შედეგები, რომლებიც სადისერტაციო ნაშრომშიც იქნა წარმოდგენილი. კერძოდ: ზოგადი წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი, მისი კერძო შემთხვევები; არაწრფივი უწყვეტი; წრფივი დისკრეტული, მისი კერძო შემთხვევები; ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების მინიმიზაციის, ოპტიმალური მართვის ამოცანების კვლევების შედეგები; მათემატიკური მოდელების ზუსტი ანალიზური ამოხსნები და მათი გამოკვლევები; გამოყენებითი პროგრამების პაკეტი Matlab-ის საშუალებით ამოხსნილია რიგი მათემატიკური მოდელები, ჩატარებულია გამოთვლითი ექსპერიმენტი და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია. მათემატიკური მოდელის კონსტანტებსა და საწყის პირობებს შორის დადგენილია თანაფარდობები, რომლის დროსაც ანტაგონისტური მხარეები აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს; ერთი, ანაც ორივე მხარე, ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოპოვების შემდეგ პროფ. ნუგზარ კერესელიძემ წარმატებით გააგრძელა სამეცნიერო კვლევა ინფორმაციული ომის მათემატიკურ და კომპიუტერულ მოდელირებაში, კერძოდ მან განიხილა და გამოიკვლია ინფორმაციული ომის მოდელები შეზღუდვების არსებობის პირობებში. მის მიერ შემოთავაზებულ მოდელში გათვალისწინებულია ინფორმაციულ ომში მონაწილე მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების შესაძლებლობები. მონოგრაფიაში, სოციალურ სფეროში მათემატიკური მოდელირების სპეციფიკიდან გამომდინარე ყურადღება ექცევა ახალი ტიპის მათემატიკური ამოცანების წარმოშობას, რომელსაც ავტორი ჩილკერის ტიპის ამოცანას უწოდებს. აღსანიშნავია, რომ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ჩილკერის ტიპის ამოცანა დაიყვანება ექსტრემალური ამოცანის, კერძოდ ოპტიმალური მართვის



ამოცანამდე და მის გამოკვლევაზე მართვადობაზე. ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის ჩილკერის ტიპის ამოცანის ტრანსფორმაციას ექსტრემალურ ამოცანამდე, მიყვართ ოპტიმალური მართვის სპეციფიკურ - ოპტიმალური მართვის ჩილკერის ტიპის ამოცანამდე, რომლის გადასაწყვეტად გამოყენებულია დეკომპოზიციის მეთოდი განსაზღვრების არის მიმართ. ამ მიმართულების წარმოებული კვლევის შედეგები ავტორს გამოქვეყნებული აქვს საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალში და მოხსენებულია ავტორიტეტულ სამეცნიერო ფორუმებზე.

მონოგრაფიაში ავტორი ფართოდ მიმოიხილავს ინფორმაციული ომის მოდელირების სფეროში წარმოებულ კვლევების შედეგებს მიღებულს, როგორც ცალკეული მეცნიერთა, ასევე სამეცნიერო სკოლების მიერ. კერძოდ, მონოგრაფიაში წარმოჩენილია კვლევები, რომელიც წარმოებს სოხუმის სახელმწიფო და ქართულ უნივერსიტეტებში, სადაც ამ მიმართულებით ჩემი ხელმძღვანელობით შესრულებულია საბაკალავრო თუ სამაგისტრო ნაშრომები. მონოგრაფიაში შეტანილია ინფორმაციული ომის წრფივი უწყვეტი და დისკრეტული, ასევე არაწრფივი დისკრეტული მათემატიკური მოდელები ავტორიტეტული რელიგიური და შიდასახელმწიფოებრივი ავტორიტეტული ორგანიზაციების მონაწილეობით. ამ საკითხების გადაწყვეტაში აქტიური კვლევები აწარმოეს გ. ახვლედიანმა, მ. მირუაშვილმა, ქ. ხარაიშვილმა, ა. ჩახვაძემ, შ. მიქელაძემ და სხვებმა.

ცალკე უნდა ავლნიშნოთ მონოგრაფიაში განხილული აკადემიკოს ა.ა. სამარსკის და მისი მოწაფეებისა, და მიმდევრების კვლევები ინფორმაციის გავრცელების მოდელირების მხრივ. ნიშანდობლივია, რომ აკადემიკოსი ა.ა. სამარსკი, მათემატიკის სხვადასხვა დარგების სერიოზული მკვლევარი, ატომური იარაღის შექმნის პროექტის ერთ-ერთი მონაწილე მნიშვნელოვან ყურადღებას უთმობდა მათემატიკურ მოდელირებას სოციოლოგიურ სფეროში, და რომ, სოციოლოგიაში არსებული კვლევის ობიექტები მათემატიკური მოდელირების თვალსაზრისით რთულად ფორმალიზებადი არიან, რაც მკვლევარისთვის დამატებით სირთულეს ქმნის. აღსანიშნავია, რომ გასული საუკუნის ოთხმოცდაათიან წლებში აკად. სამარსკიმ, ა.პ. მიხაილოვთან ერთად წარმოადგინეს რეკლამის გავრცელების მათემატიკური მოდელი, რომელშიც განიხილებოდა გასაყიდი ნივთის შესახებ ინფორმაციის გავრცელება საზოგადოებაში. მოდელების უნივერსალურობის პრინციპიდან

გამომდინარე ა. პ. მიხაილოვმა თავის შემდგომ თანაავტორებთან ერთად (კ.ნ. იზმოდენევა, ნ. ა. მარეცევა, ა. პ. პეტროვი და სხვები) მოახდინეს სარეკლამო კამპანიის მოდელის ტრანსფორმაცია-მოდულიზაცია და მოგვიანებით მათ უწოდებდნენ ინფორმაციის გავრცელების, ინფორმაციული დაპირისპირების, ინფორმაციული საფრთხის და ბოლო წლებში ინფორმაციული ომის მოდელსაც კი. ცხადია, რომ პრიორიტეტი, ტერმინის - "ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი"-ს დანერგვაში ქართველ მეცნიერებს ეკუთვნით, რომელსაც ისინი იყენებენ 2009 წლიდან.

მონოგრაფიაში ასევე განხილულია ინდოელი მეცნიერების ბიძალ კუმარ მიშრას და აფექმა პრაჯაპატის მიერ სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის 2009 წლის შრომებში თ. ჩილაჩავასა და ნ. კერესელიძის ავტორობით გამოქვეყნებული ინფორმაციული ომის ერთ-ერთი მოდელის ხარისხობრივი ანალიზი.

აღსანიშნავია, რომ მონოგრაფიის ავტორმა ინფორმაციის ომის დისკრეტული მოდელების კვლევებში გამოყენებულ ოპერატორულ აღრიცხვის სათანადო ყურადღება დაუთმო და წარმოადგინა სხვაობიანი განტოლებებისთვის ამ ახალი მეთოდის გამოყენების საწყისი ელემენტები, რაც უსათუოდ წაადგებათ უნივერსიტეტის სამივე საფეხურის სტუდენტებს.

მონოგრაფიაში წარმოდგენილი 9 ცხრილი; 31 პროგრამული ლისტინგი; 109 ილუსტრაცია, აქედან 102 გრაფიკი. ისინი დიდად დაეხმარება მკითხველს წარმოდგენილი მასალის ათვისებაში. განსაკუთრებით კი პროგრამული ლისტინგები მისცემს დაინტერესებულ მკითხველს საშუალებას მარტივად გამოიყენოს ისინი და თავადვე ჩაატაროს კომპიუტერული ექსპერიმენტები, რაც დროისა და თუ სხვა რესურსების დაზოგვის საშუალებას მისცემს, მკვლევარს შესაძლებლობა ეძლევა აღარ მოსცდეს ტექნიკურ დეტალებზე და უფრო მეტი ყურადღება დაუთმოს საკითხის არსის შესწავლას.

აღსანიშნავია, რომ თუ კი მონოგრაფიის I-IV თავებში გადმოცემული მასალის ასათვისებლად საჭიროა გარკვეული დონის ცოდნა მათემატიკასა და კომპიუტერულ მეცნიერებებში, შესავალი თავი მისაწვდომია მკითხველთა ფართო წრისათვის, და მასში ისინი გაეცნობიან მრავალ საინტერესო ფაქტს, თუ ტენდენციას, რომელიც დამახასიათებელია ამჟამად მსოფლიოში მიმდინარე ინფორმაციული ომებისთვის

და კიბერარაღებით გამაღებული შეიარაღებისთვის.

წარმოდგენილი მონოგრაფია უსათუოდ გამოადგებათ „მათემატიკის“, „კომპიუტერული ტექნოლოგიების“ სპეციალობების მაღალი კურსის ბაკალავრიატის სტუდენტებს, განსაკუთრებით მაგისტრანტებსა და დოქტორანტებს, რომელთანაც იკითხება საინტერესო არჩევითი კურსები ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერულ მოდელირებაში.

თემურ ჩილაჩავა

## შესავალი

**§1. ინფორმაციული ომის თეორიის სათავეები.** ინფორმაციული ომის თეორიას, რომლის ჩამოყალიბება, ფორმალიზაცია, მოხდა სულ რაღაც ოთხი ათწლეულის წინ, დღეს უკვე გააჩნია ფართო გამოყენებითი მნიშვნელობა. მას აქტიურად ითვალისწინებენ მრავალი ქვეყნის ინფორმაციული უსაფრთხოების შემუშავებისას. პირველად აშშ-ში შეიქმნა საპრეზიდენტო კომისია ე.წ. კრიტიკული ინფრასტრუქტურის დასაცავად, შემდეგ ამ კომისიის დასკვნებზე შემუშავდა პრეზიდენტის № 63 დირექტივა, რომელიც 1998 წელს გახდა ინფორმაციული უსაფრთხოების უზრუნველყოფის სამთავრობო პოლიტიკის საფუძველი [88].

თავდაპირველად ტერმინი "ინფორმაციული ომი" გამოიყენა 1976 წელს *თომას რონამ* თავის ანგარიშში "იარაღთა სისტემები და ინფორმაციული ომი", რომელიც განკუთვნილი იყო კომპანია Boeing -ისთვის [100]. თ. რონამ მიუთითა, რომ იმ დროისთვის, ინფორმაციული ინფრასტრუქტურა ხდებოდა ამერიკის ეკონომიკის საკვანძო კომპონენტი და ამავდროულად ადვილ, ნაკლებად დაცულ სამიზნედ, როგორც საომარ, ასევე მშვიდობიან დროს.

ტერმინი - "ინფორმაციული ომის" ერთიანი დეფინიცია ჯერ კიდევ არაა მიღებული, მაგრამ ინტუიციურად მიჩნეულია, რომ ინფორმაციული ომი ეს არის მიზანმიმართული ქმედებები, ინფორმაციული უპირატესობის მისაღწევად მოწინააღმდეგე მხარის ინფორმაციის, ინფორმაციული სისტემების და პროცესების დაზიანების საშუალებით; ამავდროულად ხდება საკუთარი ინფორმაციის, ინფორმაციული სისტემების და პროცესების დაცვა. ინფორმაციული ომის ქვეშ ასევე გულისხმობენ საზოგადოებრივ ცნობიერებაზე ინფორმაციული ზემოქმედების ღონისძიებათა კომპლექსს, რათა მოხდეს ადამიანთა ქცევის შეცვლა და მათთვის თავს მოხვევა იმ მიზნებისა, რომელიც მათ ინტერესებში არ შედის. მეორის მხრივ საჭიროა ასეთივე ინფორმაციული ზემოქმედებისგან თავის დაცვა. ის რომ, ინფორმაციული ნაკადი, რომელიც მასიურად თავს დაატყდება ცნობიერებას, უმეტეს შემთხვევაში, იძლევა ადამიანის მანიპულაციის საშუალებას, მეცნიერულადაა

შესწავლილი და ამ ტიპის კვლევებში ქართველ მეცნიერებსაც, კერძოდ, აკადემიკოს მ. ხანანაშვილს, აქვთ გამოქვეყნებული შედეგები [16]. ინფორმაციის ზემოქმედების შესახებ საყურადღებოა 2014 წელს დავიდ იანაგიზავას-დროტის გამოქვეყნებული ნაშრომი [87], რომელშიც ავტორი ასაბუთებს, რომ რუანდაში 1994 წელს ტუტსის უმცირესობის გენოციდის მსხვერპლთა 10% წარმოადგენს ადგილობრივი რადიოსადგურის მიერ აგრესიულობის შემცველი ინფორმაციის გავრცელების შედეგს.

ადამიანს უხსოვარი დროიდან, ისტორიულად გაცნობიერებული ჰქონდა სიტყვის, როგორც ინფორმაციის მატარებლის ზემოქმედების სიმძაფრე, რაზეც მეტყველებს ხალხურ ზეპირსიტყვიერებაში, ანდაზებში თუ ლიტერატურაში დამკვიდრებული ტერმინები და ცნებები: "შემახილმა ხე გაახმოო", "ენით დაკოდილი" და სხვა. ქრისტიანული რელიგიის თანახმად კი "პირველითგან იყო სიტყუაჲ, და სიტყუაჲ იგი იყო ღმრთისა თანა, და ღმერთი იყო სიტყუაჲ იგი" (*იოვანეს სახარება. თავი I, 1*) - ახალი აღთქუმაი. საქართველოს საპატრიარქო, გამომცემლობა "ალილო", თბილისი 2011 წ. 640 გვ., ამდენად უფლის სიტყვის ძალით შეიქმნა ყოველი ზეგარდმო, ანუ ჯერ უფლის მიერ იყო ნათქვამი სიტყვა და ამის შემდეგ მოხდა ამ სიტყვებში არსებული ინფორმაციის მატერიალიზება, მისი რეალიზაცია. და რადგანაც, ქრისტიანული რელიგიის თანახმად, ადამიანი უფალმა თავის ხატებად შექმნა, სრულიად მისაღებია იმის დაშვება, რომ ადამიანის მიერ წარმოთქმულ სიტყვებსაც გააჩნდეთ თუნდაც მცირე, მაგრამ, მაინც რაღაც დონის მიზანმიმართული ზემოქმედების ძალა. მით უფრო, რომ ძველ აღთქმაში უფალი ადამიანს უკრძალავს სიტყვის არასათანადო, სხვისთვის საზიანოდ გამოყენებას: "ცრუ ხმები არ დაყარო, ბოროტმოქმედს არ დაუჭირო მხარი ცრუ მოწმობით" (*გამოსვლა თ. 23.1*) - ბიბლია. საქართველოს საპატრიარქო, საქართველოს საპატრიარქოს გამომცემლობა, თბილისი 1989 წელი. 1216 გვ., მეცხრე მცნებაში კი ნათქვამია - "არა ცილი-სწამო მოყუასსა შენსა წამებითა ცრუდთა". "ცრუ ხმა", ანუ თანამედროვე გაგებით დეზინფორმაცია, ძველ დროშიც, მცირე კომუნიკაციების პერიოდშიც კი ადამიანზე უარყოფითი ზემოქმედების საშუალებას წარმოადგენდა. თანამედროვე ეპოქაში გაცილებით მეტია ყოვლისმომცველ ინფორმაციულ სივრცეში მყოფ ადამიანზე "ცრუ ხმების" - დეზინფორმაციის, როგორც ინფორმაციული ომის ერთ-ერთი შემადგენელი

ნაწილის, ნეგატიური ზემოქმედების ხარისხი. თუ კი ცრუ ხმას, დეზინფორმაციას და მისი საშუალებით ზემოქმედებას პიროვნულ ნებელობაზე, როგორც ინფორმაციული ომის შემადგენელ ნაწილს განვიხილავთ, მაშინ, ინფორმაციული ომის პირველი მაგალითები პირველ ბიბლიურ ადამიანებს უკავშირდება: როცა უსახელომ აკრძალული ხის ნაყოფით - ვაშლით, ჯერ ევა აცდუნა, და მერე ევამ ადამი - სწორედ ესაა ინფორმაციული ომის პირველი, და ამასთან შედეგიანი წარმოება. ცდუნება ამ შემთხვევაში სიტყვით - ინფორმაციით მოხდა.



ნახატი 1. სუნ ცი

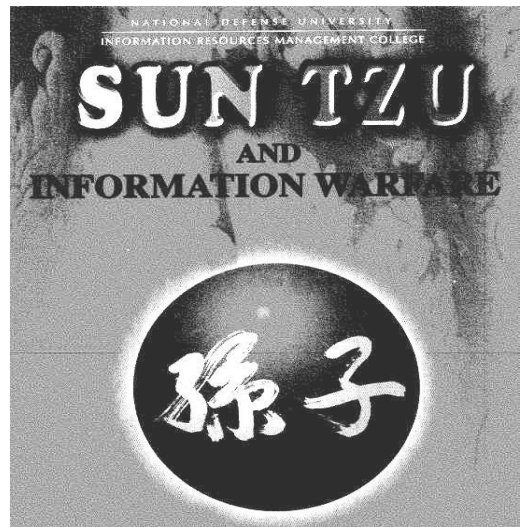
აღმოჩნდა, რომ ინფორმაციულ ომს, ფართო გაგებით უფრო დიდი ხნის ისტორია გააჩნია, ვიდრე აქამდე იყო მიჩნეული, როცა მის ისტორიას მეოცე საუკუნის ბოლოდან ითვლიდნენ. ჩვენს წელთაღრიცხვამდე მეხუთე საუკუნეში, ჩინეთის გამოჩენილი მხედართმთავარი და მოაზროვნე **სუნ ცის** მიაჩნდა, რომ სახელმწიფოსთვის ომის წარმოება ძალზე მნიშვნელოვანია და ამიტომ საჭიროა სათანადო მომზადება. ამისთვის კი აუცილებელია ომის მომზადებისა და წარმოების წესებში გარკვევა, მეთაურების და ჯარის მომზადება. სწორედ ამ მიზნებისთვის შექმნა **სუნ ციმ** ნაშრომი ომის ტაქტიკასა და სტრატეგიაზე, რომელიც დღეს ბევრი სახელმწიფოს შეიარაღებული ძალების ოფიცრების მომზადების ერთ-ერთი აუცილებელი სახელმძღვანელოა და მას თანამედროვეები უწოდებენ "ომის ხელოვნებას". სიტყვასიტყვით, კი, ძველჩინურიდან თარგმანით სუნ ცის ნაწარმოების სათაური ასე ჟღერს - "პატივცემული სუნის ომის კანონები". დღესაც ამ წიგნს, სამხედროებთან, მზვერავებთან ერთად სწავლობენ არასამხედროებიც, იმ სფეროს წარმომადგენლები, რომლებიც შეჯიბრებით საქმიანობას ეწევიან: მენეჯერები, მწვრთნელები, დიპლომატები და სხვა. საქმე იმაშია, რომ სუნ ცის წიგნის "ომის ხელოვნების" მეტი ნაწილი ეთმობა არა თავად ბრძოლებს და მასში გამარჯვებას, არამედ იმას, თუ როგორ უნდა გაიმარჯვო მოწინააღმდეგეზე ისე, რომ ბრძოლის წარმოება აღარ მოგიხდეს. წიგნში ბევრია რჩევები იმის შესახებ თუ როგორ უნდა აჯობოთ მოწინააღმდეგეს ეშმაკობაში, რის შედეგადაც ისე გაიმარჯვებთ, რომ ბრძოლის გამართვა არ მოგიწევს. ამ მიმართებით სუნ ცის უპირველეს ყოვლისა მხედველობაში

ჰქონდა მოწინააღმდეგეზე ინფორმაციული ზემოქმედება, შესაბამისი ინფორმაციის გავრცელებით, ჯერ ერთი შეიძლება მოწინააღმდეგის შეცდომაში შეყვანა, მეორეს მხვრივ კი მოწინააღმდეგის ძალებში არეულობის შეტანა, აი რას ამბობს სუნ ცი: ”

*ხელი შეუწყვეთ მოწინააღმდეგის მოქალაქეებს შორის დამდურებას და დაპირისპირებას; გახრწენით ყველაფერი ის, რაც კარგია მოწინააღმდეგეში*”. ამის მისაღწევად კი სუნ ცი ცრუ ხმების დაყრის მეთოდის გამოყენებასაც ურჩევს მკითხველს. ანუ ფაქტიურად ინფორმაციული ომის წარმოებისკენ მოუწოდებს თავის მიმდევრებს, რათა, როგორც იგი აღნიშნავს:

*”ასეულობით გაიმარჯვება ბრძოლებში სულაც არ არის ხელოვნების მწვერვალი, დაიმორჩილო მოწინააღმდეგე ბრძოლის გარეშე - აი ეს არის ხელოვნების გვირგვინი*”.

სწორედ ამიტომ, რომ ზოგიერთი სამეცნიერო-კვლევითი კონკურსი ინფორმაციული ომის სფეროში სუნ ცი



ნახატი 2. სუნ ცი და ინფორმაციული ომი

სახელთან ასოცირდება და არა თომას რონასთან, რომელიც კომპიუტერული ტექნოლოგიების პრიზმიდან დანახული, განგაშს სცემდა იმის თაობაზე, რომ თანამედროვე კრიტიკული ინფრასტრუქტურა ძალზე მოწყვლადი აღმოჩნდა მავნე ინფორმაციული ზემოქმედებისადმი, კიბერშეტევებისადმი.

ინფორმაციული ტექნოლოგიების ეპოქაში, სადაც ადამიანი მუდმივად, ტოტალურად განიცდის ინფორმაციულ ზეწოლას, აქტუალურია ინფორმაციული ზემოქმედების პროცესების შესწავლა, მათ შორის იმისთვისაც, რომ მოხერხდეს თავის დაცვა პერმანენტულად მიმდინარე ინფორმაციულ ომში. სწორედ ამის შესახებ საუბრობს თავის საშობაო ეპისტოლეში 2010 წელს *უწმიდესი და უნეტარესი, სრულიად საქართველოს კათოლიკოს-პატრიარქი ილია მეორე*: ”კაცობრიობა ახალი ტიპის დაპირისპირებაზე - ინფორმაციულ ომზე გადავიდა და იგი ძირითადად, მასმედიის საშუალებით ხორციელდება. ამკარაა, რომ ჩვენს წინააღმდეგ სხვადასხვა მიმართულებით მიმდინარეობს ინფორმაციული ომი, და ამ ყოველივეს შესაბამისი

საშუალებებითვე უნდა გაეცეს პასუხი” [11].

**§ 2. ინფორმაციული ომი დღეს.** ინფორმაციული ომი, ინფორმაციული ოპერაცია ქსელცენტრული ომის დოქტრინის შემადგენელი ნაწილია. აშშ-ის თავდაცვის სამინისტროს მიერ იქნა გამოყენებული ქსელცენტრული ომის ახალი სამხედრო დოქტრინა. დასავლეთის წამყვანი ქვეყნები უკვე ამზადებენ ინფორმაციული ომის ვიწრო სპეციალისტებს. აშშ-ში, თავდაცვის ეროვნულ უნივერსიტეტში მოქმედებს ინფორმაციული ომის და სტრატეგიის სკოლა. კალიფორნიის საზღვაო სკოლაში ინფორმაციული ომის ჯგუფს უკითხავენ ლექციების კურსს: ინფორმაციული ოპერაციების პრინციპები; ფსიქოლოგიური ოპერაციები; ინფორმაციული ომი: დაგეგმარება და შეფასება; ინფორმაციული ომის შეფასება. ინფორმაციულ ომს სათანადო ყურადღებას უთმობენ უკიდურესი აღმოსავლეთის ქვეყნები: ჩინეთი, იაპონია, კორეა, ავსტრალია. ინფორმაციული ომის თეორიის სხვადასხვა მიმართულებები განიხილება ამისთვის სპეციალურად შექმნილ ათეულობით სამეცნიერო ჟურნალებში, რეგულარულად ტარდება სამეცნიერო კონფერენციები.

რუსეთმა დაგვიანებით, მაგრამ მანაც დაიწყო ინფორმაციული ომის მიმართულებით მოქმედება. რუსეთის თავდაცვის სამინისტრო ინფორმაციულ-პროპაგანდისტულ ცენტრი შექმნა, რომელიც სხვა ამოცანებთან ერთად, ამზადებს ჰაკერულ შეტევებს მოწინააღმდეგის კომპიუტერულ და მედიარესურსებზე. რუსეთის თავდაცვის სამინისტროს ეს გადაწყვეტილება, იყო პასუხი რუსეთის პრეზიდენტის დავალებაზე მოამზადონ წინადადებები იმ სპეციალისტთა ცენტრის შექმნასთან დაკავშირებით, რომლებიც შეძლებენ უთანამედროვესი ტექნოლოგიებით აწარმოონ ინფორმაციული ომი [45, 102].

რუსეთი აშშ-ს მიერ ჩინეთთან და ჩრდილოეთ კორეასთან ერთად შერაცხულია აქტიურ მეტოქედ. ფაქტიურად ამჟამად მსოფლიოში მიმდინარეობს შეჯიბრი - გამალებული „შეიარაღება“ შეტევითი კიბერიარალებში, ტექნოლოგიების შექმნაში. ყოველწლიურად რუსეთის ფედერაცია გეგმავს დახარჯოს **200-250 მილიონი დოლარი** [82], რათა არ ჩამორჩეს აშშ-ს შეტევით კიბერსაფრთხეებში, ამის შესახებ რუსეთის ფედერალური უშიშროების სამსახურის ანონიმმა წყარომ განუცხადა ბრიტანულ ჟურნალ *SCMagazineUK*-ს 2016 წლის დასაწყისში.



შეტევითი კიბერსაფრთხეების „გამალებული შეიარაღების“ მაგალითებით შეიძლება მივიჩნიოთ ის, რომ, აშშ-ს პრეზიდენტმა 2016 წელს კონგრესს განსახილველად წარუდგინა წინადადება 2017 წელს კიბერუსაფრთხოებაზე **19 მილიარდ დოლარამდე** ხარჯების გაზრდის შესახებ [101]. ხოლო 2015 წლის მარტში **მაიკლ როჯერსმა** - ადმირალმა, აშშ-ს *ეროვნული უსაფრთხოების დირექტორმა*, აშშ-ს *კიბერსარდლობის მეთაურმა* (სარდალმა) განაცხადა, რომ აშშ აპირებს სერიოზულად გააძლიეროს თავისი სამხედრო პოტენციური კიბერსივრცეში და დასძინა, რომ თვლის რუსეთს, ჩინეთთან, ირანთან და ჩრდილოეთ კორეასთან ერთად, ინფორმაციული ტექნოლოგიების სფეროში აშშ-ს სახელმწიფო უშიშროებისთვის მთავარ საფრთხეებად [99].

2015 წელსვე **პრეზიდენტმა ბ. ობამამ** კონფიდენციალობის ფედერალური საბჭოს შექმნის შესახებ განაცხადა და ინფორმაციული უსაფრთხოების ხელმძღვანელის თანამდებობის შექმნა დაანონსა [81].

ექსპერტები ავლებენ პარალელს ამჟამად მიმდინარე შეტევითი კიბერსაფრთხეების გამალებულ შეიარაღებასა და ცივი ომის პერიოდში გამალებულ ატომურ შეიარაღებებს შორის.

რამდენად ადეკვატური იქნება რუსეთის ქმედებები შეტევითი კიბერსაფრთხეების გამალებული შეიარაღების მიმართულებით, რა მიმართულებითაც ვითარდება აშშ? ან, უხეშად, რომ ვთქვათ, რა უნდა დაუპირისპიროს რუსეთმა 200-250 მილიონი დოლარის ფარგლებში, აშშ-ს იმ აქტივობას რომელიც 19 მილიარდი დოლარით აღირიცხება, რომ ის ეფექტური იყოს?! თავიდანვე ხომ არ არის განწირული რუსეთის აქტიურობა ამ მიმართულებით? ისტორიის მაგალითი გვამცნობს, რომ საბჭოთა კავშირი, რომლის სამართალმემკვიდრეა რუსეთი, მეოცე საუკუნის ბოლოს გამალებული ატომური და ჩვეულებრივი შეიარაღების დაპირისპირებაში დამარცხდა აშშ-სთან. და მაინც პასუხი ამ კითხვაზე ერთმნიშვნელოვანი არაა. პირველი, რითაც უპირისპირდება რუსეთი შეტევითი კიბერსაფრთხეების გამოწვევას თანამედროვე პირობებში, ესაა თავისი კიბერ შეტევითი პოტენციალის გაძლიერება და ამის საშუალებით, გადააქციოს იგი შემაკავებელი ფაქტორად მის წინააღმდეგ კიბერშეტევების წარმართვისგან. ალბათ, აქ

მუშაობს ანალოგია ცივი ომის პერიოდთან, როცა საკუთარი ატომური შეიარაღების გაზრდით, სახელმწიფო აკავებდა მოწინააღმდეგეს თავდასხმისაგან. ზოგიერთ რუს სამხედროს დღესაც მიაჩნია, რომ შეტევითი კიბერსაფრთხეების გაძლიერებით მიიღებენ ატომური იარაღის მსგავს შემაკავებელ ფაქტორს. მაგრამ, რუსეთში ინფორმაციული უსაფრთხოების სფეროში მოღვაწე ზოგიერთ მეცნიერს, კარგად ესმის, რომ ასეთი ანალოგიები ბოლომდე არ მუშაობს, კერძოდ, ვალერი იაშენკო, მოსკოვის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ინფორმაციული უსაფრთხოების პრობლემების ინსტიტუტის დირექტორის მოადგილე თვლის, რომ ატომური იარაღისგან განსხვავებით შეტევითი კიბერ-საფრთხეები არ იწვევენ ურთიერთგანადგურებას და ამდენად მათ შემაკავებელი ეფექტი ნაკლები ექნებათ. ამასთან ვალერი იაშენკო, აცნობიერებს იმას, რომ კიბერსივრცის საფრთხეები რუსეთს სერიოზულ პრობლემებს შეუქმნის [82].

ჩინეთი რჩება რა კომუნისტური მმართველობის ქვეყნად, ინფორმაციული უსაფრთხოების პოლიტიკის დარგში იყენებს ტოტალიტარული მმართველობის მეთოდებს ამ მიმართულებით. ჩინეთში, პრაქტიკულად იმავე დროს, როგორც ეს მოხდა აშშ-ში, დაიწყო ტერმინ "ინფორმაციული ომის" გამოყენება და თავიდან სახელმწიფო პოლიტიკა ინფორმაციული ომის წარმოებისა და ინფორმაციული უსაფრთხოების მიმართულებით მსგავსი იყო წამყვანი დასავლეთი ქვეყნების პოლიტიკისა ამ განხრით. რევოლუციური ტიპის ცვლილებები ინფორმაციული ომის სფეროში, კერძოდ კი საკუთარი შეიარაღებული ძალების მომზადებაი ინფორმაციული ომისათვის, დაიწყო ძალიან მალე, მას მერე, როცა აშშ-მ სამხედრო ოპერაცია განახორციელა ერაყში. ცნობილი როგორც 1990-91 წლებში, სამხედრო ოპერაციაში - "ქარიშხალი უდაბნოში", აშშ-მ ფართოდ გამოიყენა ინფორმაციული ტექნოლოგიები, რამაც მისი ტოტალური უპირატესობა განაპირაბა ბრძოლის ველზე. ინფორმაციული ომის საწარმოებლას ჩინეთში, შეიარაღებული ძალების შემადგენლობაში შექმნილია ქსელური ძალები.

დღეს უკვე ჩინეთმა უარი თქვა ინფორმაციული უსაფრთხოების, მათ შორის ინფორმაციული ომის პოლიტიკაში დასავლეთისთვის დამახასიათებელი მიდგომების ტოტალური გამოყენებისგან და აქტიურად იყენებს ჩინურ ტრადიციულ წარმოდგენებს ომის წარმოებისა. კერძოდ, უკვე აღნიშნული სუნ ცის ნაშრომში "ომის

ხელოვნებაში” ჩამოყალიბებულ მიდგომებს. ინფორმაციული ომის წარმოების ჩინურ სტრატეგიაში და ტაქტიკასი წამყვანი როლი უკავიათ: მოტყუებაზე ორიენტაციას, ცოდნების ომს, ასიმეტრიულ პასუხს. ჩინეთში ინფორმაციული ომი განმარტებულია: ”როგორც ინდუსტრიალური ეპოქის ომის გადასვლა ... გადაწყვეტილებების და მართვის სტილის ომებზე, ომებზე ცოდნაზე და ინტელექტზე” [43].

ჩინეთი დიდ ყურადღებას უთმობს ინფორმაციულ უსაფრთხოებას. ამ მიმართულებით შემუშავებულია და მოქმედებს პროექტი ”S219”, რომელსაც ”დიდ კედელსაც” უწოდებენ. მის ფუნქციონირებაში აქტიურადაა გამოყენებული მსოფლიო ინტერნეტის წვდომა, კონტროლდება ინტერნეტ პროვაიდერები და მომხმარებლები, დანერგილია დასმენისა პრაქტიკა: ასე მაგალითად, ხელისუფლებამ ინტერნეტ სივრცის პორნოსაიტებისგან განთავისუფლებისთვის ბრძოლაში მომხმარებლები გამოიყენა, შესთავაზა, რა მათ თანხა თუ კი ისინი ამ საიტების მისამართებს მიაწოდებენ. აქტიურად მიმდინარეობს ბრძოლა სპამის გამავრცელებლებზე. პროვაიდერებს მიუტიბებენ თუ რომელი უცხო საიტი დაბლოკონ ჩინელი მომხმარებლისთვის და ა.შ. ამდენად მცირდება ჩინეთში კიბერშეტევის ოპგანიზების ტექნიკური შესაძლებლობები, როცა მომხმარებლის კომპიუტერული სისტემის გასატეხად პორნოსაიტებსა და სპამს იყენებენ.

ასიმეტრიული პასუხი მოწინააღმდეგეს, ეს ჩინური სახის დაპირისპირებაა იმ სახელმწიფოების მიმართ, რომელთა ინფორმაციული შესაძლებლობები ჩინეთზე მაღალია. ასე მაგალითად ასიმეტრიულ მეთოდებს განეკუთვნება: მსოფლიო მასშტაბით თავისი ქვეყნის პროპაგანდისა და მოწინააღმდეგის დისკრეტიტაციის მსოფლიო საინფორმაციო მაუწყებლობა - **CCTV**. მსოფლიოში კონფუცის ინსტიტუტების შექმნა, რომლებიც ძველი ჩინეთის ფილოსოფიისა და ცხოვრების წესის გამავრცელებლები არიან და ხელს უწყობენ ჩინეთის მიმართ ”სიმპატიურად” განწყობილი მოსახლეობის რაოდენობის ზრდას მთელ მსოფლიოში. 2010 წლის მონაცემებით გახსნილი იყო კონფუცის 322 ინსტიტუტი და 369 კლასი. ასევე ჩინეთი ცდილობს გახადოს სხვა ქვეყნებში მისი დიასპორები - ხუაციაო - ზოგიერთი ექსპერტის შეფასებით ე.წ. ”მეხუთე კოლონად”, რომლის საშუალებითაც, ისევე, როგორც მეცნიერების და ვაჭრობის საშუალებით, ხდება ჩინური კულტურის პროპაგანდა - ჩინური სამზარეულო, ჩინური მედიცინა, მასაჟი, ტაიციცუანი, ფენშუი

და სხვა. მათი საშუალებით ხდება ინტერნეტის გაღვივება ძველი ჩინეთის მიმართ და როგორც შედეგი ახალი ჩინეთისა, როგორც იმ დიდი კულტურის მემკვიდრის მიმართ.

ჩინური სტრატეგია, უცხო მაღალტექნოლოგიური საწარმოების ყიდვისა, და შემდეგ, მათი მაღალი ტექნოლოგიების ჩინეთში დანერგვა, შემფოთებას იწვევს რიგ ქვეყნებში, უპირველესად ყოვლის აშშ-ში, სადაც რიგი ჩინური ორგანიზაციები დადანიშნულენი არიან საწარმოო შპონაჟში, ანუ ინფორმაციული ომის ერთ-ერთ სახეობაში.

**§ 3. ინფორმაციული ომის არსენალი.** რუსეთიც ოფიციალურად აღიარებს, რომ დაიწყო შეტევითი კიბერსაშუალების შემუშავება. განიხილება როგორც იდეების შემუშავება, ასევე მათ რეალიზაცია. არსებითი ხდება კონკრეტული შედეგების დანერგვა. მიზანი ამ შეტევითი კიბერსაშუალებებისა არის მოწინააღმდეგის შეიარაღებული ძალების სამეთაურო და მართვის სისტემების მწყობრიდან გამოყვანა, ასევე კრიტიკული ინფრასტრუქტურის მოშლა, ისეთების, როგორც არის საბანკო სექტორი, ენერგომომარაგება, საჰაერო ტრანსპორტი და სხვა.

როგორც ერთხმად ამბობენ, რუსი სამხედრო ჩინოვნიკები და მეცნიერები - მთავარი იარაღი - შეტევითი კიბერსაფრთხე იქნება მავნე პროგრამული უზრუნველყოფა - **malware** - მათი შექმნა და გავრცელება. "ჩვენ მსოფლიოში ერთ-ერთი საუკეთესო ჰაკერები გვყავს" - სიამაყით ამბობენ ისინი და ამატებენ, რომ ზიანის მომტანი პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და გავრცელება გაცილებით უფრო მარტივი ამოცანაა, ვიდრე ატომური ბომბის შექმნა. რუსეთის ეროვნული ატომური კვლევის უნივერსიტეტის "მიფი"-ის კიბერუსაფრთხოების ცენტრის ხელმძღვანელის **დიმიტრი მიხაილოვის** თქმით, ამ დროს, ასეთი ტიპის აქტივობა არ არის დაკავშირებული მატერიალურ აქტივებზე, ხოლო მათემატიკური ალგორითმების და მასთან ასოციაციაში არსებული პროგრამული უზრუნველყოფის სათანადო, ეფექტური გამოყენება წინაპირობაა წარმატებული შეტევითი კიბერსაფრთხეების წარმოებისა. მნიშვნელოვანია ისიც, რომ კიბერშეტევის წყაროს ზუსტად დადგენა ყოველთვის არაა შესაძლებელი, თვით გამოცდილი სპეციალისტებისათვისაც კი [82].

ამდენად, რუსეთი სახელმწიფო დონეზე ნერგავს ისეთი კრიმინალური საქმიანობას, როგორცაა მავნე პროგრამული უზრუნველყოფის შექმნა და გავრცელება, და რაც ბევრ ქვეყანაში, და მათ შორის რუსეთში სისხლის სამართლის დანაშაულს წარმოადგენს. ზოგიერთ პუბლიკაციებში, სწორედ ამ ვითარების შეფასებისას, ჩნდება შემდეგი ტიპის კვალიფიკაცია - კრიმინალებმა აითვისეს, ანუ მიიღეს ასეთი სახის დამლის დასმის უფლება - „რუსეთის სახელმწიფო მავნე პროგრამული უზრუნველყოფა“.

როგორც წესი შეტევითი ღონისძიებების დაგეგმარება და განხორციელება ხდება ისეთი სახელმწიფო სტრუქტურების მიერ რომელთა სახელწოდებაში ძირითადი აქცენტი გაკეთებულის დაცვაზე. ასე მაგალითად, რუსეთის თავდაცვის სამინისტროში არიან ქვედანაყოფები, რომლებიც მხოლოდ შეტევაზე არიან ორიენტირებული, მაგალითად - სადესანტო-მოიერიშე ბატალიონები (ДШБ), დაზვერვის მთავარი სამართველო (ГРУ) და სხვა. რაც წარმოადგენს ცნობილი სენტენციის რეალიზაციას - „საუკეთესო თავდაცვა - შეტევა“.

კიბერ სივრცეშიც ანალოგიური მიდგომაა, შეტევითი კიბერსაშიშროების გენერაცია ხდება ინფორმაციის დაცვის ეგიდით. რუსეთის ფედერაციაში ინფორმაციის დაცვის საშუალებებს უნდა ჰქონდეთ სათანადო სერტიფიკატი, რომელიც ადასტურებს მათ შესატყვისობას მონაცემების თუ სისტემების დაცვის მოთხოვნილ დონეს. ხოლო ამ სერტიფიკატების გაცემა კი ევალეზა ტექნიკური და საექსპორტო კონტროლის ფედერაცილურ სამსახურს (ФССТЭК)



ნახატი 3. ლოგო-FSTEC Russia

– **FSTEC Russia**. აღსანიშნავია, რომ **FSTEC Russia** უშუალოდ რუსეთის პრეზიდენტს ემორჩილება და სტრუქტურულად კი რუსეთის თავდაცვის სამინისტროში შედის. ამ სამსახურში შემდეგნაირადაა განსაზღვრული ტერმინი კიბერშეტევა - „აქტივის - განადგურების მცდელობა; გამომჟღავნება; შეცვლა; ბლოკირება; მოპარვა; არასანქცირებული წვდომა აქტივზე ან მისი არასანქცირებული გამოყენება“.

**FSTEC Russia**-ს მიერ დათვლილია და სისტემატიზირებულია საფრთხეები და მოწყვლადობები, ასე მაგალითად 2016 წლის 20 ივლისის მონაცემებით დაფიქსირებულია **186** საფრთხე დაწყებული **УБИ. 001** - გრიდ -სისტემაში მავნე

კოდის ავტომატური გავრცელების საფრთხიდან - УБИ. 186 -მდე: მაგნე კოდის ავტომატური გავრცელების საფრთხე რეკლამიდან, სერვისიდან და კონტენტიდან.

მოწყვლადობების რაოდენობა 14395-ია, სულ ბოლოს დაფიქსირებულია BDU:2016-01640 - Internet Security -ი ანტივირუსის პროგრამული საშუალების მოწყვლადობა, რომელიც ჰაკერს საშუალებას აძლევს წაიკითხოს ნებისმიერი ფაილი [61].

ცხადია, რომ საფრთხეებისა და მოწყვლადობები შეიძლება გამოყენებულ იქნეს არამარტო ინფორმაციის ან სისტემის დაცვისათვის, არამედ მეტოქის ინფორმაციის მთლიანობის, კონფიდენციალობის, ხელმისაწვდომობის დარღვევისკენ; სისტემაზე შეტევისათვის. დიდია ალბათობა იმისა, რომ FSTEC Russia -ს ოფიციალურ საიტზე გამოქვეყნებული საფრთხეებისა და მოწყვლადობების სია არასრულია, და მათ რეზერვში - ე.წ. „სამსახურეობრივი საჭიროებისთვის“ კიდევ უფრო მეტი საშუალებები აქვთ.

FSTEC Russia -ს გააჩნია ე.წ. „ ფედერალური ავტონომიური დაწესებულება „ტექნიკური და ექსპორტული კონტროლის ფედერალური სამსახურის ინფორმაციის ტექნიკური დაცვის პრობლემების სამეცნიერო-კვლევითი ტესტირების (გამოცდის) ინსტიტუტი“ (ФАУ «ГНИИИ ПТЗИ ФСТЭК России»), რომლის ერთ-ერთი ფუნქციაა ტექნიკური დაზვერვის ძალებისა და საშუალებების მოდელირება და პროგნოზირება, მათი შეფასებისა და შესაძლებლობების მეთოდების სრულყოფა.

ნიჭიერი, თვითნაბადი ჰაკერების მომხრობას სახელმწიფო ინტერესებისთვის დიდი ხნის ისტორია აქვს, ზოგს იდეების საშუალებით გადმოიბირებენ სახელმწიფო სამსახურში, ზოგს მატერიალური საშუალებებით, ზოგსაც დაშინებით. მაგრამ ამჟამად სახელმწიფო თავად ცდილობს ორგანიზებულად გაზარდოს ჰაკერები. ცნობილია, რომ ამ მიმართებით წარმატებას აღწევს სანკ-პეტერბურგის სახელმწიფო



ნახატი 2. ინფორმაციული ომი

უნივერსიტეტი. ფუნქციონირებენ ჰაკერების მომზადების დახურული საგანმანათლებლო დაწესებულებები.

არსებობს ისეთი ტიპის ჰაკერები, ძირითადად უცხოელები, რომლებიც აღმოაჩენენ რა რაიმე მოწყვლადობას, რომლის საშუალებითაც შესაძლებელია შემდეგ შეტევითი კიბერსაფრთხეების რეალიზაცია ექსპლოიტებით, შემდეგ ამ

ინფორმაციას ყიდიან. მაგრამ გაცილებით უფრო ეფექტურია სტუქტურულად გაერთიანებული ჰაკერული ჯგუფების შექმნა და ერთიანი ძალით დასახული პრობლემის გადაწყვეტა.

რუსეთის ფედერაციის თავდაცვის მინისტრის სერგეი შოიგუს მიერ 2014 წელს შექმნილი კიბერსარდლობისას გამოთქმული მოსაზრებით, რუსეთი იწყებს „ნადირობას“ პროგრამისტებზე. ამით იგულისხმებოდა სულ უფრო მეტი კომპიუტერული სპეციალისტების ჩაბმას რუსეთის სახელმწიფოს სამსახურში, მათ შორის შეტევითი კიბერსაფრთხეების შექმნაში. ეს ისე არ უნდა იქნეს აღქმული, ვითომ კიბერსპეციალისტების რეკრუტირება რუსეთში მხოლოდ ორი-სამი წლის წინ დაიწყო. რა თქმა უნდა არა. კიბერუსაბრთხოების სპეციალისტის, მეცნიერის, ნიუ-იორკის კოლეჯის პროფესორის ხათუნა მშვიდლობაძის მონაცემებით 4 000-ზე მეტი ჰაკერი დღეს რუსეთის სახელმწიფოს დაკვეთით მუშაობს და ფაქტიურად წარმოადგენენ **State Sponsored Cyber crime** -ს. ცნობილია რამდენიმე ჰაკერული ჯგუფის საქმიანობა, რომლების სახელმწიფოს ინტერესებს ემსახურებოდნენ ჯერ კიდევ წლების წინ და ეხლაც განაგრძობენ ამას, მაგალითად: **APN28** - იგივე **Sofacy** [60], იგივე პაიკური შეტევა **Pawn Storm**; **APT29**, იგივე **Ducets** [83]; **Sandworm Team**. ისინი იენებენ ისეთ **malware** საშუალებებს, როგორცაა „წითელი ოქტომბერი“ - **Red October**, იგივე **Cloud Atlas** [82]; **Snake**, იგივე **Tural**, იგივე **Uroburos**; **Energetic Bear**, იგივე **DragonFly**; და სხვა .

ჩინელი ხაკერების შეტევებზე 2013 წელს მსოფლიოს რამდენიმე გავლენიანმა გაზეთმა და სააგენტომ განაცხადა, როგორც აღნიშნული იქნს, ჰაკერებმა Reuters, The New York Times და Wall Street Journal -ის პლათფორმები გატეხეს და საკუთარი ინფორმაციები გაავრცელეს, უმეტეს წილად მცდარი.

2016 წლის აგვისტოში ჩინელი ჰაკერები დაადანაშაულა ავსტრალიის თავდაცვის სამინისტრომ მის სამეცნიერ-ტექნიკურ ქვეუწყებაზე შეტევაში. რუსული ანტივირუსული კომპანიის ”კასპერსკის” ანალიტიკოსების ცნობით 2016 წელს ჩინელი ჰაკერების თავდასხმები რუსეთზე სამჯერ გაიზარდა, თავდასხმის 35 ობიექტებში შედიან თავდაცვის, ატომური და სავაიაციო ობიექტები. როგორც იქნა აღნიშნული ანალიტიკოსების მიერ, შეტევების გაზრდა დაიწყო მას შემდეგ, რაც 2015

წელს ჩინეთსა და აშშ-ს შორის ხელი მოეწერა შეთანხმებას, რომლის ძალითაც ისინი უარს ამბობენ ერთმანეთის მიმართ ეკონომიკური შპიონაჟის წარმოებაში და იწყებენ თანამშრომლობას ინფორმაციული უსაფრთხოების სფეროში. აღსანიშნავია, რომ აშშ-ს უსაფრთხოების ეროვნულ სააგენტოში, ჩინეთს ნომერ პირველ მტრად მოიხსენიებენ კობერსივრცეში.

**§ 4. კიბერშეტევის მაგალითები.** ძირითადად შევხებით უახლოეს პეროდში ინფორმაციული ომის შემადგენელი ნაწილის, კიბერშეტევების წარმოების მაგალითებს ოცდამეერთე საუკუნის მეორე ათწლეულში. კიბერშეტევები და ინფორმაციული ნაკადებით დაპირისპირება ზოგადი ინფორმაციული ომის შემადგენელი ნაწილებია და ისინი ერთმანეთს ავსებენ. ხშირ შემთხვევაში კიბერშეტევის საშუალებით ხდება მოწინააღმდეგის შესახებ საიდუმლო თუ მადისკრედიტირებელი ინფორმაციის მოპოვება. ამის შემდეგ კი ხდება მოპოვებული ინფორმაციის გამოყენება ინფორმაციული ნაკადებით დაპირისპირებაში, იმის განსაზღვრა თუ რა დოზით, რა თანამიმდევრობით და რა ინტენსიურობით უნდა ხდებოდეს ამ ინფორმაციის გავრცელება.

კიბერშეტევების წარმოება ხდება როგორც ინდივიდუალურად ასევე კოლექტიურად, იმისდა მიხედვით თუ რა მიზნისთვისაა შეტევა. ხშირად კიბერშეტევაში მონაწილე ჰაკერები ფსევდონიმით სარგებლობენ და ამ წრეში მათ მხოლოდ ფსევდონიმით იცნობენ. ჰაკერთა ჯგუფში ფსევდონიმს ნიკს უწოდებენ. კიბერშეტევაში მონაწილე ჯგუფებსაც გააჩნიათ თავისი ფსევდონიმები. როგორც ინდივიდუალურ ასევე ჯგუფური ჰაკერებს ჩვენც ხშირად მათი ნიკებით მოვიხსენიებთ.

ჯგუფური ჰაკერები - **APN28** , იგივე **Sofacy**-ის მიერ ჩატარებული კიბერშეტევითი ოპერაციები:

- გერმანია. 2015 წელი, შეტევები გერმანიის ბუნდესტაგზე და გერმანიის ქრისტიანულ-დემოკრატიულ კავშირზე, რომლის თავმჯდომარეა გერმანიის კანცლერი **ანგელა მერკელი**. ეს შეტევა გახდა ცნობილი 2016 წლის 3 მაისს, როცა გერმანიის კონტრაზვერვის (**BfV**) ხელმძღვანელმა **ხანს გეორგ მაანსენმა** ამ შეტევების ორგანიზებაში APN28 დაადანაშაულა და აღნიშნა, რომ მის უკან რუსეთის სახელმწიფოა. ჯგუფი APN28-ს კონფიდენციალური ინფორმაციის მოპოვებას



ცდილობდა. მაგრამ *ხანს გეორგ მანსენის* ინფორმაციით, გერმანული კონტრდაზვერვა მთელი ათი წლის განმავლობაში აკონტროებდა ამ ჯგუფს, რომელიც გერმანიის საინფორმაციო სივრცეში ცდილობდა შეღწევას და რომლის მიზანი იყო არამარტო სახელისუფლებო, ან პოლიტიკური ხასიათის ინფორმაციის მოპოვება, არამედ ინფორმაცია მნიშვნელოვან საწარმოებზე და ინფრასტრუქტურაზე.

- საფრანგეთი. 2015 წლის 8 აპრილს შეტევის სამიზნე გახდა უმსხვილესი ფრანგული ტელეარხი **TV5Monde**, რომლის მაუწყებლობა შეჩერებული იყო 3 საათის განმავლობაში. შეტევა განხორციელდა „**სხვისი დროში**“ - **false flag operation**-ის ტაქტიკით, უწოდებდნენ რა თავის თავს „კიბერხალიფატს“ და ამიტომაც, თავდაპირველად ეჭვი მიიტანეს „ერაყისა და ლევანტის ისლამურ სახელმწიფოზე“ - **ISIL (ISIS)**, მაგრამ მალევე ეს მოსაზრება შეიცვალა. შეტევის დროს გატეხეს ტელეარხი TV5Monde-ს სხვადასხვა ადმინისტრაციული და სხვა რესურსი, სოციალურ ქსელებში მათი გვერდები და წაღებული იქნა დიდძალი ინფორმაცია, მათ შორის კოალიციურ ძალებში მონაწილე ფრანგი ჯარისკაცების შესახებ. შეტევა და სხვა ტერაქტები ჰაკერების მიერ კვალიფიცირებული იქნა როგორც „საჩუქარი“ საფრანგეთის პრეზიდენტს - ფრანსუა ორლანდს, მის მიერ „უპატიებელი შეცდომისთვის“, რაც საფრანგეთის კოალიციაში მონაწილეობაში გამოიხატება.

- აშშ. 2015 წლის მარტში **სპუფინგ** - შეტევა თეთრ სახლზე და ნატო-ზე. გამოყენებული იქნა ფიშინგი სამართალდამცავი ორგანიზაციის - **Electronic Frontier Foundation** ცრუ URL-მისამართი [84].

მოყვანილი ინციდენტების სია, რათქმაუნდა არასრულია და უახლოეს წლებშია განხორციელებული, მას შეიძლება დაემატოს ნიდერლანდების უშიშროების სამსახურის კომპიუტერებზე კობერშეტევებისა და იქიდან **MH17** –(ავიაკატასტროფა დონბასში 2014 წელს) ანგარიშების მოპარვა; გერმანიის ბუნმდესტაგიდან 16 გიგაბაიტის ინფორმაციის მოპარვა და სხვა. მათი გაცნობა შესაძლებელია BfV -ის ანგარიშებში, ისევე როგორც სხვადასხვა პუბლიკაციებში ინტერნეტ-სივრცეში.

ასევე შეიძლება მოვიყვანოთ პაიკური შეტევების **Pawn Storm** შემდეგი ისტორიები:

2015 წლის იანვარი, როცა სამმა ცნობილმა ბლოგერმა იუთუბიზე გამოაქვეყნა ინტერვიუ ჩაწერილი პრეზიდენტ **ბ. ობამასთან** თეთრ სახლში, მეოთხე დღეს გახდნენ შეტევის მსხვერპლნი. გამოყენებულ იქნა ფიშინგი Gmail-ით.

2015 წლის თებერვალი, აღმოჩენილია მავნე **OC IOS** აპლიკაციები შიონაჟისთვის. დაფიქსირდა შეტევა ცრუ **OWA**-ს გვერდიდან ნატო-ზე უკრაინასთან კავშირში.



სურათი 3. ჯულიან ასანჯი, ვიკილიქსის დამფუძნებელი

2015 წლის ივლისი, **Trend Micro**-ს მიერ აღმოჩენილია ე.წ. ახალი ჯავას ნულოვანი -დღის ექსპლოიტი -**Java zero-day exploit**.

2015 წლის აგვისტო, შიდა შპიონაჟი რფ-ში რუსი დისიდენტების, მასმედის, ხელოვანებისა და სამხედროების მიმართ.

ინფორმაციული ომში დაპირისპირებული მხარეები შეიძლება იყვნენ არა მარტო სახელმწიფოები, არამედ ერთი და იმავე ქვეყნის პოლიტიკური ოპონენტები, ანაც ეკონომიკური სტრუქტურები.

ინფორმაციული ომის საინტერესო სახეობად შეიძლება მივიჩნიოთ მსოფლიოში ტრანსნაციონალური ჯგუფის დაპირისპირება დანარჩენი მსოფლიოს პოლიტიკოსებთან, მაღალი რანგის სახელმწიფო მოხელეებთან, სხვადასხვა სახელმწიფო სტრუქტურებთან. მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ მრავალეროვნული მასმედია, რომლის ვებ-საიტია "ვიკილიქსი" – "**Wikileaks** - გაჟონვა". ის შექმნილია 2016 წელს ავსტალიის მოქალაქის **ჯულიან ასანჯის** მიერ. ამ მასმედიას გააჩნის 10 მილიონზე მეტი დოკუმენტი, რომელიც მაღალი საიდუმლოს მატარებელია და ეხება პოლიტიკას, ეკონომიკას, ომს, უშიშროებას და სხვა. "ვიკილიქსი" შეუძლია ანონიმურად მიიღოს მასალები, რომლებიც შემდეგ გაანალიზდება, ამის საფუძველზე კი ხდება თემებს უფრო ღრმად შესწავლა და შედეგად ლებულობენ დამატებით ინფორმაციას, მასალებს, ხოლო საჭიროების და მიხედვით ხდება მათი გასაჯაროება. "ვიკილიქსის" დამფინანსებელი თავად **ჯ. ასანჯია**, რომლის შემოსავლის ძირითადი წყაროა სკანდალური მასალების გავრცელება. აღსანიშნავია, რომ **ჯ. ასანჯი** თავის მხრივაც აფინანსებს სკანდალური მასალების ანონიმ ავტორებს, უფრო მეტიც, ხშირად ის აწესებს ჯილდოს ამა თუ იმ კონკრეტულ თემაზე სკანდალური თუ მადისკრედიტერებელი ინფორმაციის მოწოდებისთვის.

ცხადია, რომ "ვიკილიქსის" ხელმძღვანელის ასეთი პოზიცია ასტიმულირებს ისეთი ყაიდის ჰაკერებს, რომლებიც მერკანტილური მიზნების გამო მზად არიან "გატეხონ" - არასანქცირებულად შეაღწიონ კერძო თუ საიდუმლო ინფორმაციის მონაცემთა ბანკში და წარიტაცონ ისინი. არაა მცირე ე.წ. "იდუური ჰაკერების" რაოდენობა, რომლებიც იმავე საქმიანობას ეწევიან, რაც მერკანტული ჰაკერები, ოღონდ მათთან განსხვავებით ემსახურებიან, როგორც თავად ამბობენ, "ინფორმაციის მოპოვების და გავრცელების თავისუფლებას". ამ ტიპის ჰაკერებსაც ექმნებათ ფართო "ასპარეზი", მათი საქმიანობის გასავრცელებლად, და ხელს უწყობს მათ შორისაც კონკურენციის წარმოქმნას - მაღალი პროფესიონალი ჰაკერის სტატუსის მოპოვებაში.



სურათი 4. ედუარდ სნოუდენი

"ვიკილიქსისთვის"ან მსგავსი მასმედიისთვის მასალების მიმწოდებლად ზოგჯერ გამოდიან საიდუმლო ინფორმაციასთან დაკავშირებულ სხვადასხვა სტრუქტურებში მომუშავე პირები, რომელთაც გააჩნიათ წვდომა საიდუმლო ინფორმაციაზე და სწორედ მათ ხელთ არსებულ ასეთი ტიპის საიდუმლო ინფორმაციას გადასცემენ მათ. ამის თვალსაჩინო მაგალითია ედუარდ სნოუდენი რომელმაც 2013 წელს საიდუმლო მასალები გადასცა მასმედიას, კერძოდ გავლენიან გაზეთებს: ბრიტანულ "The Guardian"-ს და აშშ-ს "The Washington Post"-ს. შემდგომში ამ თემატიკასთან დაკავშირებული მასალები გამოქვეყნდა გერმანულ და აშშ-ს გაზეთებში: "Der Shpiegel", "The New York Times". ამ ავტორიტეტუანმა გაზეთებმა საფუძველი დაუდეს იმას, რომ სნოუდენის მიერ მიწოდებული მასალები მთელ მსოფლიოში გავრცელდა და ინტერნეტ გამოცემების მთავარი თემა გახდა.

ედუარდ სნოუდენი არის აშშ-ს ცენტრალური სადაზვერვო სამართველოს (CIA) ყოფილი თანამშრომელი და ეროვნული უსაფრთხოების სააგენტო (ეუს - NSA) ყოფილი კონტრაქტორი. მუშაობდა რა სისტემურ ადმინისტრატორად, სნოუდენმა, პენტაგონის მონაცემების 1,7 მილიონამდე ფაილი მოიტაცა, რომელთა უმეტესობა აშშ-ს შეიარაღებული ძალების და უსაფრთხოების სამსახურების სასიცოცხლოდ მნიშვნელოვან ოპერაციებს ეხება. უფრო დეტალურად კი, სნოუდენის მიერ გამჟღავნებული ინფორმაცია ეხება:

- ✓ მსოფლიოს 60 ქვეყანაში 35 მთავრობების მიერ მილიარდ ადამიანზე თვალყურის დევნის გადაწყვეტილებას;
- ✓ პროგრამა PRISM-ს (Program for Robotics, Intelligents Sensing and Mechatronic), რომელიც შეიმუშავა აშშ-ს ეუს -მა და რომლის საშუალებით ხდება თვალთვალი მთელ მსოფლიოში ელექტრონულ მომხმარებლებზე ინტერნეტის საშუალებით, ამ პროგრამაში სხვადასხვა ფორმით მონაწილეობას იღებენ ცნობილი ფირმები: Microsoft (Hotmail), Google (Gmail), Yahoo!, Facebook, YouTube, Skype, AOL, Apple და Paltalk;
- ✓ აშშ-ს სასამართლო გადაწყვეტილებებს, რომლის ძალით კავშირგაბმულობის მობილურმა ოპერატორებმა ეუს-ს უნდა გადასცენ მეტამონაცემებს ყველა განხორციელებული ზარის შესახებ - რომელი ნომრიდან რომელ ნომერზე ხორციელდება ზარი, მისი ხანგრძლივობა. თავად ზარი ჩანაწერის გადაცემა საჭირო არ იყო;
- ✓ აშშს სპეცსამსახურების მიერ სამხრეთ აღმოსავლეთის ქვეყნების, მათ შორის ჩინეთის, ოპტიკურ-ბოჭკოვან კომპიუტერულ ქსელში შეღწევას და მილიონ SMS-ზე წვდომას;
- ✓ ბრიტანული თვალთვალის პროგრამა - TEMPORA-ს;
- ✓ iPhone- ში ინტეგრირებულ პროგრამულ უზრუნველყოფას, რომელიც თვალთვალის საშუალებას იძლევა;
- ✓ ბრიტანული დაზვერვის მიერ იმ პოლიტიკოსებისა და ჩინოვნიკების კომპიუტერების და სატელეფონო საუბრების მიყურადება რომელიც 2009 წელს ლონდონის დიდი ოცეულის სამიტზე შეიკრიბნენ. ამ დროს მოხდა რუსეთის პრეზიდენტის დ. მედვედევის სატელეფონო საუბრის გადაჭერა, რომელსაც ბრიტანული სამთავრობო კავშირის ცენტრი და აშშ-ს ეუს-ი ახორციელებდნენ.

ე. სნოუდენი თავისი საქმიანობის მოტივაციას უკავშირებს ნიურნბერგის სასამართლოს მიერ აღიარებული პრინციპიდან. 1945 წელს, ფაშისტური გერმანიის დამარცხების შემდეგ, ამ ქვეყნის მაღალჩინოსანთა პასუხისმგებლობისთვის შექმნილმა ნიურნბერგის სასამართლომ ჩამოაყალიბა პრინციპი, რომელიც საშუალებას მისცემდა მას გვერდი აევლო ბრალდებულების მცდელობას, თავიანთი დანაშაული ბრძანებების შესრულების აუცილებლობებით გაემართლებინათ.

ნიურნბერგის ამ პრინციპით კი: *ყოველ ადამიანს გააჩნია პასუხისმგებლობა საერთაშორისო საზოგადოების მიმართ, და ეს პასუხისმგებლობა უფრო მაღლია ვიდრე ადგილობრივი კანონებისადმი მორჩილება. ამდენად, მოქალაქეებმა უნდა დაარღვიონ შიდა კანონები იმისთვის, რომ თავიდან აცილებულ იქნეს დანაშაული მსოფლიოსა და ადამიანობის წინააღმდეგ.*

ე. სნოუდენის მოქმედებას თავყანისმცემლები გამოუჩნდა: 2013 წელს ე. სნოუდენს მიენიჭა სენ ადამსის პრემია, რომელიც ენიჭება სპეცსამსახურების კეთილსინდისიერ და ეთიკურ თანამშრომლებს - პრემიას ანიჭებს სემ ადამსის სახელობის საზოგადოება, რომლის დევიზიაა "ღირსება და სიწმინდე დაზვერვაში"; 2014 წელს ე. სნოუდენს მიენიჭა პრემია "ცხოვრების სწორი წესისთვის"; იმავე 2014 წელს მასვე მიენიჭა შტუტგარტის მშვიდობის პრემია. რუსეთში დაწესდა მისი სახელობის პრემია.

განსხვავებული შეფასებაა გააჩნიათ ე. სნოუდენის მოღვაწეობის შესახებ აშშ-ს კანონდამცველ ორგანოებს. 2013 წელს ე. სნოუდენს დაუსწრებლად წარედგინა ბრალი ჯაშუშობასა და სახელმწიფოს საკუთრების მიტაცებაში.

რამდენად დამოუკიდებლად მოქმედებდა ე. სნოუდენი აშშ-ს და დიდი ბრიტანეთის საიდუმლო ინფორმაციების გასაჯაროებისას, იყო თუ არა მისი ქმედება პირადული, და ხომ არ მოქმედებდა იგი რომელიმე სხვა ქვეყნის დავალებით, რთული სათქმელია. მაგრამ ცხადია, რომ დღეს მას მხარს უჭერენ არა მარტო საზოგადოებრივი ინსტიტუტები, არამედ სახელმწიფოები, რომლებიც ეწინააღმდეგებიან მის ექსტრადიციას აშშ-ში, სადაც სნოუდენს სასამართლო ელოდება. კერძოდ, დღეს ედუარდ სნოუდენი რუსეთში ცხოვრობს, სადაც მან 2013 წლის 23 ივნისიდან მიიღო თავშესაფარი, თუმცა იგი აქტიურად ეძებს პოლიტიკურ თავშესაფარს სხვა ქვეყანაში, სადაც იცავენ, მისი თქმით, სიტყვის თავისუფლებას.

აღსანიშნავია, რომ 2013 წლის 20 მაისს, როცა სნოუდენმა აშშ დატოვა (ჰავაი) და გაემგზავრა ჰონკგ-კონგში, მას ამაში "ვიკილიქსი" ეხმარებოდა.

"ვიკილიქსი" ეხება აშშ-ს უახლეს ისტორიაში ინფორმაციული ომის შთამბეჭდავი ზემოქმედება 2016 წლის საპრეზიდენტო არჩევნების შედეგებზე. მას მერე რაც ჰილარი კლინტონმა 2015 წელს ოფიციალურად განაცხადა პრეტენზია პრეზიდენტის თანამდებობის დასაკავებლად, უკვე 2016 წლის დასაწყისიდან მის წინააღმდეგ დაიწყო კომპრომატიული სახის ინფორმაციების გავრცელება.

2016 წლის 16 მარტიდან "ვიკილიკსმა" დაიწყო გამოქვეყნება ჰილარი კლინტონის, აშშ-ს სახელმწიფო მდივნის პოსტზე ყოფნისას, მისი პირადი-კერძო საფოსტი სერვერიდან, უფრო დაუცველისგან ვიდრე სახელმწიფო სერვერიდან, წარმოებული ელექტრონული მიმოწერა და მასზე მიმაგრებული ფაილები, სულ 30 322 დოკუმენტი [103]. აქედან, ამ დოკუმენტების 50 547 გვერდი გაგზავნილია თავად ჰ. კლინტონის მიერ 2010 წლის 30 ივნისიდან 2014 წლის 12 აგვისტომდე, ხოლო 7 570 დოკუმენტის



სურათი 4. ვიკილიკსმა ჰ. კლინტონის მიმოწერა გაასაჯაროა

ადრესატი თავად ჰ. კლინტონი იყო. საბოლოოდ ის PDF- ფორმატის ერთიანი დოკუმენტის სახით 2016 წლის 29 თებერვალს იქნა ხელმისაწვდომი. ამ ინფორმაციამ სერიოზული წინააღმდეგობა შეუქმნა ჰილარი კლინტონს დემოკრატიული პარტიის პრაიმერსზე, თუმცა მან მოახერხა გამხდარიყო დემოკრატიული პარტიის მხრიდან პრეზიდენტობის კანდიდატი. მაგრამ, უკვე

უმუშალოდ საპრეზიდენტო ბრძოლისას, მისი ძირითადი კონკურენტი რესპუბლიკური პარტიიდან **დონალდ ტრამპი** აქტიურად აჟღერებდა ამ თემას და მოთხოვდა ჰილარი კლინტონის პასუხისმდებლობაში მიცემას საიდუმლო ინფორმაციის გავრცელების ხელშეწყობისთვის. მიუხედავად ამ ბრალდებებისა, ჰილარი კლინტონი დონალ ტრამპს საზოგადოებრივ გამოკითხვებში რამდენიმე პროცენტით უსწრებდა. მაგრამ ტრამპის აქტიური მოწოდების შემდეგ აშშ-ს ფედერალური სადაზვერვო ბიუროს (ფსბ- FBI) დირექტორმა **ჯეიმს კომიმ** 2016 წლის 28 ოქტომბერს, კენჭისყრამდე 11 დღით ადრე, მისწერა წერილი კონგრესს იმის შესახებ, რომ FBI ანახლებს გამოძიებას ჰილარი კლინტონის ელექტრონული ფოსტის - იმეილების შესახებ, თუმცა კი იმავე წლის ივლისში FBI -მ გაავრცელა ინფორმაცია, რომ ჰილარი კლინტონის ქმედება თუმც კი შეიძლება შეიცავდეს კანონდარღვევის ელემენტებს საიდუმლო ინფორმაციის მოპყრობასთან დაკავშირებით, მაგრამ ამ ფაქტებით არც ერთი მოსამართლე არ დაიწყებს საქმის განხილვას, სწორედ ამის გამო FBI -ში შეწყდა გამოძიება ზაფხულში. საქმის დახურვა FBI-ს ამჯერადაც მოუწია, რის შესახებ არჩევნებამდე ორი დღით ადრე, 4 ნოემბერს **ჯეიმს კომიმ** განაცხადა, რომ კვლავ ხურავს საქმეს. მაგრამ ამ მანიპულაციამ უკვე იმოქმედა ამომრჩევლებზე,

რაზეც საუბრობს **ჰ. კლინტონი** და რითაც იგი ცდილობს ახსნას არჩევნებში დამარცხება, იმ არჩევნებში, რომელშიც გაიმარჯვა რესპუბლიკელმა **დ. ტრამპმა**. არჩევნების შემდეგ, მომდევნო შაბათს, 2016 წლის 12 ნოემბერს, როგორც აღნიშნავს გაზეთი **"The Telegraph"** - **"კლინტონმა** მის ტოპ - დონორებთან სატელეფონო კონფერენციაზე თქვა, რომ ბატონი **კომის** ჩარევამ არჩევნებში მისი წინსვლა შეაფერხა და აღაფრთოვანა **დონალდ ტრამპის** მხარდამჭერები"-[104].

**ჰილარი კლინტონი** წინასაარჩევნო პერიოდში აქტიურად ავრცელებდა ინფორმაციას, რომ მისი და მისი წინასაარჩევნო შტაბის, დემოკრატიული პარტიის კომპიუტერები ჰაკერული თავდასხმის ობიექტები იყვნენ და ამ თავდასხმაში ის რუს ჰაკერებს ადანაშაულებდა [105].

ამდენად, მძაფრი ინფორმაციული ომის პირობებში **ჰილარი კლინტონი** დამარცხდა, მაგრამ საინტერესოა, მართლაც მოხდა თუ არა მისი საფოსტო ყუთის გატეხვა? რატომ იყო, რომ მის წინააღმდეგ **FBI** -მა ორჯერ დაიწყო გამოძიება, თუმცა კი მერე ორივეჯერ დახურა საქმე? რატომ იქცეოდა ასე მერყევად **FBI** -ს დირექტორი **ჯეიმს კომი**?

ზოგიერთი ექსპერტი თვლის, რომ **ჯეიმს კომი** შეგნებულად მოიქცა რესპუბლიკელი კანდიდატის **დონალდ ტრამპის** სასარგებლოდ, როდესაც არჩევნებამდე 11 დღით ადრე დემოკრატი კანდიდატის წინააღმდეგ საქმის გამოძიების განახლების შესახებ გამოაცხადა. საქმე ისაა რომ მთელი შეგნებული ცხოვრების დიდი ნაწილის განმავლობაში **ჯ. კომი** იყო რესპუბლიკური პარტიის წევრი და მისი აქტიური შემომწირავი. მართალია, **ჯ. კომი** ბოლოს, მისი სიტყვებით, აღარ იყო დარეგისტრირებული როგორც რესპუბლიკელი [106], მაგრამ **კლინტონის** წინააღმდეგ გამოძიების განახლება სწორედ საპირისპიროს მიანიშნებს. **ჯ. კომი**მ განაცხადა, რომ გამოძიება **ჰ. კლინტონის** წინააღმდეგ განახლდა ახალი გარემოებების გამო. ეს გარემოებები კი შემდეგია: არასრულწლოვნების გარყვნის ბრალდებით მიმდინარე გამოძიების საქმეში, რომელიც ეხება ყოფილ კონგრესმენს **ენტონი ვეინერს**, ამ უკანასკნელის კომპიუტერში ნახეს მისი ყოფილი ცოლის **ჰუმა აბედინის** მიმოწერა **ჰ. კლინტონთან**. საქმე იმაშია, რომ **ჰუმა აბედინი** **ჰ. კლინტონის** თანაშემწე იყო. **ჯ. კომი**მ სწორედ ამ მიმოწერის შესახებ აღნიშნა, რომ ისინი შეიძლება შეიცავდნენ ფაქტებს, რომ **კლინტონმა** საიდუმლო ინფორმაცია კერძო სერვერით

გაავრცელა. სულ რაღაც ერთ კვირაში ჯ. კომი კი აცხადებს, რომ ამ მიმოწერაში ისეთი არაფერია, რომ გამოძიება კლინტონის წინააღმდეგ გაგრძელდეს და ამიტომ იგი დაიხურება. აღსანიშნავია, რომ აშშ-ს იუსტიციის სამინისტრომ ჯ. კომის ურჩია, რომ არჩევნების დღესთან ძალიან ახლო პერიოდში კლინტონის წინააღმდეგ საქმის გამოძიების განახლების განცხადებისგან თავი შეეკავებინა, თუმცა კი ეს ასე არ მოხდა.

საინტერესოა ის გარემოება, რომ 2016 წლის მაისში ჰაკერმა **გუჩიფერმა** განაცხადა, რომ მან გატეხა ჰილარი კლინტონის ფოსტა, მაგრამ **FBI** -მ ჩათვალა, რომ გუჩიფერმა მტკიცებულება არ წარმოადგინა და ეს განცხადება თვითრეკლამას უფრო გავდა. ამასთან გუჩიფერი 2016 წლის 1 სექტემბერს გაასამართლეს აშშ-ში და მიუსაჯეს 52 თვიანი ციხე (4 წელი და 4 თვე) სხვის კომპიუტერში არასანქცირებული შეღწევისათვის და სხვისი საკუთრების (ამ შემთხვევაში მონაცემების) მითვისებისთვის. გუჩიფერმა ბრალი აღიარა, და ამასთან განაცხადა, რომ თავისი მსხვერპლების პირად მონაცემებს, ასეთი კი 100-ზე მეტი პოლიტიკოსი, თუ საზოგადო მოღვაწეა, მსოფლიოს ამცნობდა. თუმცა კი მას კლინტონის შესახებ არაფერი არ გამოუქვეყნებია. გუჩიფერის არასანქცირებული საქმიანობის გამოძიებისას აღმოჩნდა რომ მისი IP- მისამართი რუსეთში იყო დარეგისტრირებული.

ვინ არის ჰაკერი ნიკით - გუჩიფერი? ის გახლავთ უნგრული წარმოშობის რუმინეთის მოქალაქე, ტაქსის მძღოლი, სოფელ სამბატენის მკვიდრი და არაა პროფესიონალი პროგრამისტი **მარსელ ლაზარ ლეკელ**, როგორც ის ამბობს [107]; *”მე თვითნასწავლი ვარ და არა პროგრამისტი. 100 მილიონი პროგრამისტია. მე კი ელექტრონული კორესპონდენციის გასატეხად ყველა შესაძლებელ მეთოდს ვიყენებ; მათ შორის კონტაქტების სიას და მეტამონაცემებს, როგორც ამას ეუს-ის პროგრამები აკეთებენ მაგრამ ეს ხელოვნური ინტელექტია, მე კი ასევე ვიყენებ კაბალას, ნუმეროლოგიას, ოკულტიზმს; იუნგის არქიტპს. სოციალურ ინჟინერიას. ეს ტექნოლოგიები არაა, ადამიანური ფაქტორია, რომელსაც აქვს მნიშვნელობა”*.

ასეთი მიდგომით გუჩიფერმა ბევრი ცნობილი ამერიკელის კორესპონდენციები გატეხა, მათ შორის არიან ამერიკის ორი პრეზიდენტი - უფროსი და უმცროსი **ბუშები**; პრეზიდენტი ბილ კლინტონის თანაშემწე - **სიდნეი ბლუმენტალი**, გაერთიანებული შტატების წევრები, კონგრესმენების, სენატორები და სხვა. გუჩიფერი



რუმინეთშიც იყო ორჯერ გასამართლებული, ჯამში 7 წლით იმავე საქმიანობისთვის, და სწორედ სასჯელის მოხდის პერიოდში მოითხოვა აშშ-ს სამართალდამცავმა ორგანოებმა მისი ექსტრადიცია რუმინეთიდან აშშ-ში, ამ უკანასკნელის მოქალაქეების წინააღმდეგ ჩადენილი დანაშაულის გამო. ბუქარესტი ვაშინგტონის ამ მოთხოვნას დაეთანხმა.

**მარსელ ლაზარ ლეჰელმა** თავისი ჰაკერული საქმიანობა გაამართლა იმით, რომ აქაოდა, იგი გამოდის მსოფლიო შეთქმულების წინააღმდეგ, რომელთა შედეგებია 2001 წლის 11 სექტემბრის ტერაქტი, **პრინცესა დაიანას** ავტოკატასტროფა და სხვა. ლეჰელს მიაჩნია, რომ მსოფლიო არის ილუმინატების გამგებლობაში და მათ მორჩილებაში” . ლეჰელმა ნიკის ამის შესაბამისად აირჩია. იგი ორი სიტყვის შეერთების შედეგია: ”გუჩი”და ”ლუციფერი” - და მისი სიტყვებით ის მოქმედებს გუჩის სტილით და ლუციფერის სინათლით.

მარსელ ლაზარ ლეჰელს მიმდევრებიც გამოუჩნდნენ, და მაშინ როცა ის ციხეშია, მისი ჰაკერობის ხელწერა არ იკარგება, სხვა ჰაკერები აგრძელებენ მის საქმიანობას იმავე მოტივაციით, და ნიკიც შესაბამისი აიღეს, მაგალითად **”გუჩიფერ 2.0”** . ასე მაგალითად ”გუჩიფერ 2.0” -მა გატეხა აშშ-ს დემოკრატიული პარტიის ნაციონალური კომიტეტის სერვერები. როგორც კომპანია **CrowdStrike**-ის კიბერკრიმინალისტებმა დაადგინეს [1008], დემოკრატიული პარტიის ნაციონალური კომიტეტის სერვერების გატეხვაში მონაწილეობდა ჰაკერების ორი ჯგუფი, რომლების რუსეთის **ΦCB**-ს და **ГРУ**-სთან თანამშრომლობენ.”გუჩიფერ 2.0” -მა კატეგორიულად უარყო მისი თანამშრომლობა რუსეთის რომელიმე სახელმწიფო სტრუქტურებთან, მაგრამ როგორც კიბერკრიმინალისტები ამტკიცებენ , რომ იმ მავნე პროგრამის - **malware** -ს ანალიზმა, რომელიც გატეხილ სერვერზე აღმოაჩინეს, მისცა მათ საფუძველი დაესკვნათ, რომ სერვერის გატეხვა დაკავშირებულია ჰაკერულ ჯგუფებთან **APT28** (ასევე ცნობილი როგორც **Bear, Sofacy, Sednit, Pawn Storm** ან **Strontium**) და **APT29** (ასევე ცნობილი, როგორც **Cozy Bear** ან **CozyDuke**). მათ შესახებ ჩვენ მაღლა ვისაუბრეთ.

ამდენად შეიძლება დავასკვნათ, რომ ღია ინფორმაციულ დაპირისპირების გარდა, მოწინააღმდეგე მხარეები ასევე იყენებენ ”სხვისი დროშით” მოქმედების ტაქტიკას და

რაც აღსანიშნავია, მოწინააღმდეგე მხარის შიგა დაპირისპირების გაღრმავებას ერთ-ერთი მხარისთვის ინფორმაციული მხარდაჭერით.

**§ 5. ინფორმაციული ომის საკითხი საქართველოში.** მას მერე რაც რუსეთის მიერ საქართველოს წინააღმდეგ 2008 წლის საომარ მოქმედებებთან ერთად აქტიურად აწარმოებდა კიბერშეტევებს, რის შედეგადაც მწყობრიდან იქნებ გამოყვანილი სამთავრობო და მასმედიის ოფიციალური საიტები, საქართველოში დიდი ყურადღება მიექცა ინფორმაციული ომის საკითხებს.

საქართველოში 2010 წლის ზაფხულში შეიქმნა ინფორმაციული უსაფრთხოების კვლევებისა და ანალიზის ცენტრი, რომელიც კავკასიის რეგიონში ამ მიმართულებით პირველი ორგანიზაციაა. ცენტრის კვლევის მიმართულებებს წარმოადგენს სხვადასხვა სახის ტექნოლოგიური საშიშროების შესწავლას და მათ დეტალურ ანალიზს, იქნება ეს კიბერშეტევები, კიბერდანაშაული თუ სხვა.

მონაცემთა გაცვლის სააგენტო საჯარო სამართლის იურიდიული პირის (სსიპ) სტატუსით 2010 წლის 4 იანვრიდან ფუნქციონირებს იუსტიციის სამინისტროს შემადგენლობაში.

სააგენტოს მიზანს წარმოადგენს საქართველოში ელექტრონული მმართველობის განვითარების საკითხების კოორდინირება, მონაცემთა გაცვლის ინფრასტრუქტურის შექმნა, ერთიანი სამთავრობო ქსელის ჩამოყალიბება და მონიტორინგი, საჯარო სექტორში ინფორმაციულ და საკომუნიკაციო სფეროსთან დაკავშირებული სტანდარტების შემუშავება, ინფორმაციული უსაფრთხოების პოლიტიკის ჩამოყალიბება და მისი გატარება. მონაცემთა გაცვლის სააგენტოს ფუნქციები სამ ძირითად მიმართულებად იყოფა: ელექტრონული მმართველობა; მონაცემთა გაცვლის ინფრასტრუქტურა; ინფორმაციული უსაფრთხოება. 2011 წლის იანვრიდან მონაცემთა გაცვლის სააგენტოს შემადგენლობაში ფუნქციონირებას იწყებს სსიპ კომპიუტერულ ინციდენტებზე დახმარების ჯგუფი - **CERT.GOV.GE**. ჯგუფი CERT.GOV.GE წარმოადგენს ეროვნულ და სამთავრობო CERT-ს, რომლის სამოქმედო უფლებამოსილება მოიცავს სამთავრობო და კერძო სექტორის ობიექტების დაცვას კიბერშეტევებისა და სხვა სახის კომპიუტერული ინციდენტებისაგან. დახმარების ჯგუფი უფლებამოსილია, განახორციელოს საქართველოს კიბერსივრცის მონიტორინგი კომპიუტერული ინციდენტების გამოვლენისა და მართვის

მიზნით, განსაზღვროს და გაატაროს კიბერუსაფრთხოების პოლიტიკა, წარმოადგინოს საქართველო ინფორმაციული და კიბერუსაფრთხოების საერთაშორისო ორგანიზაციებში და ლონისძიებებზე, ასევე განახორციელოს საქართველოს კანონმდებლობით მინიჭებული სხვა უფლებები. დახმარების ჯგუფის მოვალეობებია: საქართველოს ერთიანი სამთავრობო ქსელის ფუნქციონირების მონიტორინგი კიბერუსაფრთხოების კუთხით; კიბერუსაფრთხოების საკითხებში საზოგადოებრივი ცნობიერების ამაღლების პოლიტიკისა და მისი გატარების მეთოდების განსაზღვრა და განხორციელება; საქართველოს კიბერუსაფრთხოების ფორუმის კოორდინაცია და ორგანიზაციული მხარდაჭერა;

2012 წლის პირველი ივლისიდან საქართველოში ამოქმედდა კანონი "ინფორმაციული უსაფრთხოების შესახებ", რომელიც კანონპროექტის სახით იმავე წლის თებერვალს წარედგინა პარლამენტს განსახილველად [7]. კანონი კიბერუსაფრთხოების სფეროში ინსტიტუციურ და სამართლებრივ საფუძვლებს და სტანდარტებს აყალიბებს. კანონის თანახმად, სახელმწიფო ავითარებს ერთიან სისტემას, რომლის მიზანია ქვეყნისთვის მნიშვნელოვანი სახელმწიფო თუ კერძო დაწესებულებების ინფორმაციული უსაფრთხოების დაცვა. კანონის შემუშავებაში საქართველოს პარლამენტთან ერთად აქტიურად იყვნენ ჩართულნი საქართველოს ეროვნული უშიშროების საბჭოს აპარატი, საქართველოს იუსტიციის, თავდაცვის, შინაგან საქმეთა სამინისტროების შესაბამისი დეპარტამენტები და მონაცემთა გაცვლის სააგენტო.

**§ 6. ინფორმაციული ომის მეცნიერული კვლევა საზღვარგარეთ.** რადგანაც სახელმწიფოების ინფორმაციული რესურსები ხშირად ხდებიან შეტევისა და თავდაცვის ობიექტები, სახელმწიფო იძულებულია ინფორმაციულ ტექნოლოგიებს დაუთმოს დიდი ყურადღება. შესაბამისად ინფორმაციული ომის თეორიაში კვლევების დიდი რაოდენობა მიძღვნილია ინფორმაციის, ინფორმაციული სისტემებისა და პროცესების უსაფრთხოებისადმი.

ინფორმაციული უსაფრთხოების მნიშვნელობა სახელმწიფო დონეზე დღესდღეობით საკანონმდებლო და აღმასრულებელი ხელისუფლების ყურადღების

ცენტრშია. ამასთან აღნიშნული მიზნის მისაღწევად ინფორმაციული ომის შესწავლა მათემატიკური და კომპიუტერული მეთოდებით წარმოადგენს ძალზედ პერსპექტიულ მიმართულებას. კერძოდ კი ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელირება, რომელიც გულისხმობს მათემატიკური თანაფარდობებით მოდელის შექმნის ეტაპს, შემდგომ მისი ალგორითმიზაციის ეტაპს და ბოლოს შესაბამისი პროგრამების შედგენის ეტაპს, წარმოადგენს კვლევებისთვის მეტად მოქნილ, უნივერსალურ და არამვირ ინსტრუმენტს, მეთოდს. მათემატიკური მოდელირების ეს ტრიადა იძლევა საშუალებას გამოთვლითი ექსპერიმენტების ჩატარებით მოხდეს მოდელის ადეკვატურობის შეფასება რეალობასთან, და დადებითი დასკვნის შემდეგ შესაძლებელია მოდელზე სხვადასხვა ექსპერიმენტის ჩატარება, რათა მიღებულ იქნას შესასწავლი ობიექტის რაოდენობითი და ხარისხობრივი მახასიათებლები.

ინფორმაციული ომის სხვადასხვა კომპონენტის აღწერა მათემატიკური აპარატით და მისი შესწავლა წარმოადგენს მეცნიერთა მზარდი ინტერესის სფეროს. ამ მხრივ სხვადასხვა ტიპის მათემატიკური მოდელის გამოყენება მიმდინარეობს რამდენიმე მიმართულებით. მაგალითად, აღსანიშნავია ინფორმაციული ზემოქმედების მოდელის აგებისთვის კავშირის არხებით ინფორმაციის გადაცემის მათემატიკური თეორიის გამოყენება. ამ მოდელის საშუალებით განხორციელებულია კონკრეტული ინფორმაციული ზემოქმედების ეფექტურობის შეფასების მცდელობა [18]. გრაფთა და თამაშთა თეორიის გამოყენებით შედგენილია საინფორმაციო ქსელების და ინფორმაციული ომის მოდელები [65,89]. მათში იძებნება შერეული სტრატეგიები დაპირისპირებული მხარეებისთვის. სტრატეგიები ძირითადად გათვლილია, როგორც ფიზიკური, ასევე პროგრამული (ვირუსები, ტროიანები, კიბერშეტევები) ზემოქმედების საშუალებით ინფორმაციული ინფრასტრუქტურის მწყობრიდან გამოყვანაზე, ან მათ დაცვაზე.

ინფორმაციის გავრცელების ერთ-ერთ პირველ და საინტერესო მოდელს გვთავაზობდნენ ჯერ კიდევ 1965 წელს **დ.ჯ. დალი** და **დ.ჯ. კენდელი** სტატიაში "ახალი ამბების გავრცელების სტოქასტური მოდელი" [63], აქ ავტორები საუბრობენ ინფორმაციის გავრცელების თავისებურობაზე, ეპიდემიის გავრცელებისგან განსხვავებით. თუმცა კი თავდაპირველას აღებული იქნა ზოგადი მოდელი

ეპიდემიისა. საინტერესოა, რომ დაავადების, კერძოდ კი ყვავილის გავრცელების შესწავლა პირველად მათემატიკური მიდგომით ეკუთვნის დავით ბერნულის 1760 წელს [62].

ინფორმაციის გავრცელების ყურადსაღები მათემატიკური მოდელია განხილული კლასიკურ ნაშრომში მათემატიკური მოდელირების განხრით **სამარკისა ა. ა. და მიხაილოვის ა. პ.** ავტორობით [49]. მასში განხილულია სარეკლამო კამპანიის ორგანიზების მათემატიკური მოდელი, რაც მათემატიკური მოდელის უნივერსალობის პრინციპის საფუძველზე, შეიძლება გამოყენებულ იქნეს ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირებაში. თუმცა ამ მოდელში უშუალოდ არა ინფორმაციულ ნაკადებზეა გაკეთებული აქცენტი, არამედ ინფორმაციის მიმღებების - პიროვნებების რაოდენობის ცვალებადობაზე, ანუ ინფორმირებული პერსონების რაოდენობის ანალიზზე. ასე მაგალითად, განხილულია შემდეგი მოდელი: ვთქვათ  $N(t)$  არის ნივთის შესახებ ინფორმირებული პოტენციალური მომხმარებლების რაოდენობა,  $N_0$  - პოტენციალური მომხმარებლების საერთო რაოდენობა,  $\alpha_1(t)$  - სარეკლამო კომპანიის ინტენსიურობა,  $\alpha_2(t)$  - რეკლამის ინტენსიურობა იმ მომხმარებლების მხრიდან, რომლებმაც იციან ნივთის შესახებ,  $\frac{dN(t)}{dt}$  არის ინფორმირებული მომხმარებლების რაოდენობის ცვლილების სიჩქარე, რომელიც ბუნებრივია დამოკიდებულია არაინფორმირებულ მომხმარებელთა რიცხვზე და სარეკლამო კამპანიის ინტენსიურობაზე. ამიტომაც მივიღებთ შემდეგ მათემატიკურ მოდელს:

$$\frac{dN(t)}{dt} = [\alpha_1(t) + \alpha_2(t)](N_0 - N(t)) \quad (შ.1)$$

ინფორმაციის გავრცელების პროცესის ოპტიმალური მართვის ამოცანაა დასმული იგივე მიხაილოვი ა.პ. -ს მიერ **იზმოდენოვა კ. ვ.**-სთან თანაავტორობით ნაშრომში [37,38], სადაც ავტორების მიერ გადაწყვეტილია ინფორმაციის გავრცელების პროცესის ოპტიმალური მართვის ამოცანა - ინფორმაციის მიმღები ადამიანების (ადეპტების) რაოდენობის მაქსიმიზაცია შეზღუდული რესურსების პირობებში. ამ ნაშრომში განხილულია ადეპტების რაოდენობის გაზრდა ერთი ინფორმაციული წყაროს ზემოქმედების საშუალებით. უკვე ორი, დიამეტრალურად განსხვავებული

მიზნის მქონე ინფორმაციული წყაროების მიერ საკუთარი ადეპტების რაოდენობის გაზრდის მათემატიკური მოდელს აგებს **მარეცევა ნ. ა.** [34]-ში. ავტორი თავის ნაშრომში ინფორმაციული დაპირისპირების, ორთაბრძოლის მათემატიკური მოდელის საშუალებით იკვლევს თუ რა პირობებში იმარჯვებს ესა თუ ის ინფორმაციული წყარო, იმისდა მიხედვით, თუ ვინ უფრო მეტი ადეპტი მოიზიდა დროის რომელიღაც წინასწარ აღებული მომენტისთვის.

მიუხედავად იმისა, რომ უშუალოდ ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირებას არ ეხება, მაინც ყურადღების ღირსია **პუგაჩევა ე. გ.** და **სოლოვენკოს კ. ნ.** ნაშრომი [46]. მასში ავტორები განიხილავენ ორმხრივი კონფლიქტის მათემატიკურ მოდელს, აგებულს თითოეული მხარის "დაძაბულობის" მიმართ. მათემატიკური მოდელი წარმოადგენს ორი "დაძაბულობის" მიმართ (როგორც სამეზბნი ფუნქციების მიმართ) წრფივ ჩვეულებრივი მუდმივკოეფიციენტის დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას. შემდეგ ავტორები ართულებენ მოდელს და სისტემის ყოველ განტოლებაში ამატებენ ერთი და იგივე წევრს - მშვიდობისმყოფელთა ზეგავლენას კონფლიქტზე. ეს ზეგავლენა წარმოადგენს "დაძაბულობების" წრფივ კომბინაციას და იწვევს სამეზბნი სიდიდეების წინ კოეფიციენტის ცვლილებას, რის შემდეგაც ავტორები ადგენენ იმ პირობებს, რომლის დროსაც შესაძლებელია ამოხსნათა მდგრადობა - ანუ შესაძლებელია კონფლიქტის სტაბილიზაცია. ამდენად ავტორთა მიერ შემოთავაზებულ მოდელში მშვიდობისმყოფელი მხარის მონაწილეობა კონფლიქტის დარეგულირებაში შეზღუდულია და არ წარმოადგენს თვითმყოფად ჩართულობას. ასე მაგალითად განიხილება შემდეგი მათემატიკური მოდელი:

$$\begin{cases} \frac{dU_1}{dt} = F_1 + \alpha_{11}U_1 + \alpha_{12}U_2 \\ \frac{dU_2}{dt} = F_2 + \alpha_{21}U_1 + \alpha_{22}U_2 \end{cases} \quad (შ.2)$$

სადაც  $U_1, U_2$  - მხარეთა "დაძაბულობა", რომელთა რაოდენობრივი გაზომვის საშუალებებზე არაფერია საუბარი;  $\alpha_{ii}$  - არის "თვითაღზნების" სისწრაფე კონფლიქტში მონაწილე შესაბამისი მხარისა:  $i=1,2$ ;  $\alpha_{ij}$  -  $i$  მხარის "აღმძნების" სისწრაფე გამოწვეული  $j$  მხარის მიერ;  $F_{1,2}$  არის შესაბამისად პირველი და მეორე

მხარის აღზნების გამოწვევის სასტარტო პირობები. ამ მოდელისათვის დამახასიათებელი ტერმინოლოგიისა და ცნებების რაოდენობრივი გაზომვების გაურკვეველობა, სათუოდ ხდის მის პრაქტიკულ რეალიზაციას იმ სახით, რა სახითაც ავტორებს აქვთ წარმოდგენილი.

**§7. ინფორმაციული ომის მეცნიერული კვლევა საქართველოში.** ინფორმაციულ ომში მათემატიკური მოდელებით ინფორმაციული ნაკადების რაოდენობების შესწავლა უშუალოდ დაიწყო საქართველოში პროფესორ თემურ ჩილაჩავას თაოსნობით [12, 13, 52-55, 70-74], რომლის იდეას წარმოადგენდა ორ დაპირისპირებულ მხარეებთან ერთად განხილულიყო მშვიდობისმყოფელთა ზემოქმედება ინფორმაციულ ომზე. ინფორმაციული ომის ქვეშ იგულისხმება ორი სახელმწიფოს ან სახელმწიფოთა ორი გაერთიანების, ანაც ორი მძლავრი ეკონომიკური სტრუქტურის (კონსორციუმის) მიერ მასშედიით (ბეჭვდითი და ელექტრონული პრესის, ინტერნეტის და სხვა) გამოყენებით ერთმანეთის წინააღმდეგ მიზანმიმართული დეზინფორმაციის თუ პროპაგანდის წარმოება. ინფორმაციული ომის მიზანი შეიძლება იყოს:

ა) მოწინააღმდეგე ქვეყნის: იმიჯის შელახვა - მისგან მტრის ხატის შექმნა; ხელისუფლების დისკრედიტაცია; შეიარაღებული ძალების პირადი შემადგენლობისა და მშვიდობიანი მოსახლეობის დემორალიზაცია.

ბ) მომავალში შესაძლო საბრძოლო მოქმედებების გამართლებისა და არგუმენტაციისთვის, ქვეყნის შიგნით და მის გარეთ, საზოგადოებრივი აზრის ჩამოყალიბება.

გ) მოწინააღმდეგე მხარის გეოპოლიტიკური ამბიციებისთვის წინააღმდეგობის გაწევა და სხვა.

თანამედროვე მსოფლიოში მიმდინარე პროცესებს ამა თუ იმ ფორმითა და აქტიურობით ეხმიანებიან საერთაშორისო ორგანიზაციები. ამიტომაც ინფორმაციულ ომში, ჩვენს შემთხვევაში, მესამე მხარედ მივიჩნევთ საერთაშორისო ორგანიზაციებს, მათ გაერთიანებებს (გაერო, ეუთო, ევროკავშირი, მსო და სხვა), რომლის ძალისხმევა მიმართულია ანტაგონისტურ სახელმწიფოთა, მხარეთა შორის დამაბულობის ნეიტრალიზაციისა და ინფორმაციული ომის შეწყვეტისაკენ. მშვიდობისმყოფელთა ჩართულობა ინფორმაციული ომში მეტად აქტუალურია, რადგანაც სულ უფრო

ნათლად გამოიკვეთება ტენდენცია: ანტაგონისტური მხარეების დაპირისპირების "ცხელ" - საომარ ფაზას წინ ყოველთვის უძღვის ინფორმაციული ომის მკვეთრი აქტივიზაცია. რა თქმა უნდა, ინფორმაციული ომის ყოველი გამწვავება არა გადაიზრდება "ცხელ" ფაზაში, მაგრამ ინფორმაციული ომის გამწვავებისას იზრდება "ცხელი" ფაზის ალბათობა და მოითხოვს მედიატორის სიფხიზლეს.

ხშირად ძნელად ფორმალიზებადი ობიექტების (მათ რიგშია სოციალური, ადამიანის ფაქტორის შემცველი ობიექტები, პროცესები) მოდელების შექმნა შეუძლებელია რომელიმე ფუნდამენტური კანონის, ან ვარიაციული პრინციპის საშუალებით. ამ შემთხვევაში იყენებენ უკვე შესწავლილი საკითხების ანალოგიებს. ასე მაგალითად, რადგანაც ინფორმაციული ომში საქმე გვაქვს მხარეთა დაპირისპირებასთან, უპირიანი იქნება ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის ასაგებად გამოვიყენოთ ანალოგია ლანჩესტერის თუ სხვა მოდელებთან [4,5,8,9,14,15,49].

მონოგრაფიაში განხილულია ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები, რომლებშიც საძებნ სიდიდეებად მიჩნეულია როგორც ორი ანტაგონისტური მხარის მიერ გავრცელებული მაპროვოცირებელი ინფორმაციების რაოდენობები და მესამე, მშვიდობისმყოფელი მხარის მიერ გავრცელებული სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობა, ასევე ინფორმაციის გავრცელების შედეგად ინფორმირებული მოსახლეობის რაოდენობა. იმ შემთხვევაში თუ კი მესამე მხარის ზემოქმედებით, ანტაგონისტური მხარეების მაპროვოცირებელი განცხადებების რაოდენობა ნულს გაუტოლდება, ვიტყვით, რომ ინფორმაციული ომი დასრულდა. ან იმისდა მიხედვით, თუ რომელიმე მხარის მაპროვოცირებელი განცხადებების რაოდენობა გაუტოლდება ნულს, ვიტყვით, რომ შესაბამისმა მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი. მონოგრაფიაში განსაკუთრებული ყურადღება ექცევა იმ პირობების დადგენას, რომელთა შემთხვევაში შეუძლებელია ან შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება.

მონოგრაფიის **პირველი თავის პირველ პარაგრაფში** აგებულია ინფორმაციული ომის ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელი ჩვეულებრივი დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის სახით, განხილულია მისი მდგრადობის, ანუ სამშვიდობო სტაბილიზაციის პირობები. ნაპოვნია რიცხვითი მეთოდებით



ამოხსნები კონკრეტული საწყისი პირობებისთვის და მოდელის კონკრეტული პარამეტრებისთვის. განხილულია ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელის შემთხვევა ცხრიდან ექვსი განსხვავებული კოეფიციენტებისათვის და ნაპოვნია ამ მათემატიკური მოდელის, კოშის ამოცანის, ზუსტი ანალიზური ამოხსნები. *მეორე პარაგრაფში* განხილულია ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული მათემატიკური მოდელი, როგორც კერძო შემთხვევა ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელისა. დადგენილია პირობები, რომლისთვისაც მესამე მხარეს შეუძლია მოახდინოს ანტაგონისტური მხარეზე ზემოქმედება, რათა მათ დაასრულონ ინფორმაციული ომი. ამის გარდა განსაზღვრულია მოდელის ზოგიერთი პარამეტრის მნიშვნელობათა ის სიმრავლე, რომლისთვისაც ინფორმაციული ომი არ დასრულდება. აღნიშნული პირობები შესწავლილია პროგრამულ დონეზე MATLAB-ის გარემოში: შედგენილია პროგრამების ტექსტები, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია, რაც წარმოდგენილია მონოგრაფიაში. შევნიშნოთ, რომ ყველა სხვა შემთხვევაშიც პროცესების კომპიუტერული შესწავლა მოხდა MATLAB-ის გარემოში, შედგენილია პროგრამული კოდები. *მესამე პარაგრაფში* ანალოგიური კვლევა ჩატარდა ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის პრევენციული შემთხვევისთვის. დადგენილია პირობები ანუ მოდელის ზოგიერთი პარამეტრის მნიშვნელობათა ის სიმრავლე, რომლისთვისაც მშვიდობისმყოფელ მხარეს შეუძლია მოახდინოს ანტაგონისტური მხარეებზე ზემოქმედება, რათა მათ დაასრულონ ინფორმაციული ომი. მეორე პარაგრაფისგან განსხვავებით პრევენციის შემთხვევაში მხარეებზე ზემოქმედების ხარისხი გაცილებით უფრო ეფექტურია. აღნიშნული პირობები შესწავლილია პროგრამულ დონეზე, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია. *მეოთხე პარაგრაფში* განხილულია არაპრევენციული ინფორმაციული ომის წრფივი მათემატიკური მოდელების ხარისხობრივი კვლევა, რომელიც შემოთავაზებულ იქნა ინდოელი მეცნიერების ბიძალ კუმარ მიშრასა და აფექშა პრაჯაპატის მიერ 2013 წელს. მათ სრულად აიღეს თ. ჩილაჩავას და ნ. კერესელიძის 2009 წლის სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის

შრომებში გამოქვეყნებულ სტატიაში აგებული მათემატიკური მოდელი (ინფორმაციული ომის სცენარის ჩათვლით), მისი ამონახსნები სხვადასხვა პირობებისთვის და მოახდინეს სტაციონალური წერტილების მდგრადობის შეფასება. *მეხუთე პარაგრაფში* განიხილება იმ სახის ინფორმაციული ომი, რომელშიც დამატებით კიდევ ორი აქტორია ჩართული. კერძოდ, დაპირისპირებულ მხარეებში თუ კი არსებობენ ავტორიტეტული საზოგადოებრივი ორგანიზაციები, რომელთაც დიდი გავლენა აქვთ თავისი სახელმწიფოს პოლიტიკურ ისტებლიშმენტში და ზოგადად საზოგადოებაზე, მაშინ ბუნებრივია, რომ მათი პოზიცია, რომლითაც ისინი გამოდიან მასმედიის სხვადასხვა საშუალებაში და მოუწოდებენ ხელისუფლებას შეწყვიტოს ინფორმაციული ომის წარმოება, გარკვეულწილად გავლენას ახდენს ქვეყნის ლიდერებზე, რომლებიც წარმართავენ საგარეო პოლიტიკას და სახელმწიფოს ჩართულობის ხარისხს ინფორმაციულ ომში. აღსანიშნავია, რომ თითოეული დაპირისპირებული მხარის - სახელმწიფოს აღნიშნული ავტორიტეტული ორგანიზაციები ზემოქმედებას ახდენენ მხოლოდ იმ სახელმწიფოს ინფორმაციულ პოლიტიკაზე, რომელშიც ისინი ძირითადად მოღვაწეობენ.

მონოგრაფიის *მეორე თავში* განხილულია ინფორმაციული ომის არაწრფივი უწყვეტი მოდელები. აგებულია ინფორმაციული ომის რამდენიმე არაწრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი; *პირველ პარაგრაფში* განხილულია წონასწორობიდან გადახრის მოდელი. *მეორე პარაგრაფში* კი მოწინააღმდეგის იგნორირების, ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგების ინფორმაციული ომი აღიწერება არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით და შესწავლილია შესაბამისად დასმული კომის ამოცანები. ინფორმაციული ომის დასრულების პირობების გამოკვლევებისთვის პირველ მოდელში ნაპოვნია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები, მეორე შემთხვევაში კი გამოკვლევა ჩატარდა რიცხვითი მეთოდების საშუალებით. ორივესთვის მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია. არაწრფივი მოდელებით დგინდება ანტაგონისტური მხარეთა მიერ ინფორმაციული ომის სტაბილური დასრულების პირობები. *მესამე პარაგრაფში* განხილულია არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელიც აღწერს ორი დაპირისპირებული მხარის (ქვეყანა, კოალიცია) ინფორმაციულ ომს, რომელშიც მესამე - სამშვიდობო

მხარესთან (ავტორიტეტული საერთაშორისო ორგანიზაციების მიერ) ერთად ასევე ჩართულები არიან შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციები ან ინსტიტუტები (რელიგიური, არასამთავრობო, სამეცნიერო, პოლიტიკური და სხვა), რომელთაც გააჩნიათ გავლენა შესაბამისად თავისი ქვეყნის საინფორმაციო პოლიტიკაზე, და აქედან გამომდინარე ქვეყნის აქტიურობაზე მიმდინარე ინფორმაციულ ომში. *მეოთხე პარაგრაფში* აგებული და განხილულია ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები შეზღუდვით, მხარეების ინფორმაციული ტექნოლოგიების შესაძლებლობების გათვალისწინებით.

*მეხუთე პარაგრაფში* შემოტანილია ჩილკერის ტიპის ამოცანის ცნება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემისთვის, რომელიც მიიღება ტოგორც წესი სოციალურ საკითხებში, კერძოდ კი ინფორმაციული ომის მოდელების აგებისა და რაც გამოწვეულია სოციალური პროცესებისთვის დამახასათებელი პროლონგირებული ქმედებებიდან. *მეექვსე პარაგრაფში* განხილულია ინფორმაციული ნაკადების მოდელირებასგან განსხვავებული მოდელები, რომელსაც იკვლევს მეცნიერთა ერთი ჯგუფი, და რომელშიც აქტიურად განიხილება საზოგადოებაში ინფორმაციის გავრცელების პროცესში მოსახლეობის ინფორმაციით დაფარვის მათემატიკური და კომპიუტერულ მოდელები, ანუ ადეპტების მოზიდვის პროცესის მოდელები. კერძოდ, ინფორმაციული შეტევისა და დაპირისპირების სხვადასხვა მოდიფიკაციის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები. დეტალურადაა განხილული ინფორმაციული შეტევისა და დაპირისპირების მათემატიკური მოდელების წინამორბედი გომპერტცის, ლოგისტიკის მოდელები.

**მესამე თავში** განხილულია ექსტრემალური ამოცანები, რომლებიც წარმოიშვება ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელებში. ექსტრემალური ამოცანები მიზნად ისახავენ სამშვიდობო პროცესის, ინფორმაციული ომის დასრულებას მინიმალურ დროში ან მცირე ეკონომიკური რესურსების გამოყენების პირობებში. *პირველ პარაგრაფში* დასმულია და გადაწყვეტილია მინიმიზაციის ამოცანა ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის ერთი კერძო შემთხვევისთვის. კვლევის შედეგად, რისთვისაც გამოყენებულია ოპტიმიზაციის მეთოდები, მიღებულია ინფორმაციული ომის უმცირეს დროში დასრულების პირობები. *მეორე პარაგრაფში*, დასმულია ინფორმაციული ომის დასრულების ამოცანა მცირე

დანახარჯებისთვის. საკითხის გადასაწყვეტად გამოყენებულია ოპტიმალური მართვის ამოცანის მაქსიმუმის პრინციპი. *მესამე პარაგრაფში* შემოტანილია ოპტიმალური მართვის ჩილკერის ტიპის ამოცანა და შემოთავაზებულია მისი გადაწყვეტის გზები.

**მეოთხე თავში** აგებულია დისკრეტული მოდელები და განხილულია ცალ-ცალკე ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების დისკრეტული მათემატიკური მოდელის არაპრევენციული (*პირველი პარაგრაფი*) და პრევენციული (*მეორე პარაგრაფი*) შემთხვევები. გამოკვლეულია ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები ორივე შემთხვევაში. აღნიშნული პირობები შესწავლილია პროგრამულ დონეზე, გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის და მიღებულია შედეგების ვიზუალიზაცია. *მესამე პარაგრაფში* შესაბამისი უწყვეტი ამალოფების დისკრეტიზაციით მიღებულია და განიხილება ინფორმაციული ომის წრფივი დისკრეტული მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი რელიგიური ინსტიტუტების ოპერატიული მონაწილეობით. გამოყენებულია სხვაობიანი განტოლების ამოხსნის ოპერატორული აღრიცხვის ელემენტები. *მეოთხე პარაგრაფში* განხილულია “აგრესორ-მსხვერპლის” ინფორმაციული ომის არაწრფივი დისკრეტული მოდელი ავტორიტეტული საერთაშორისო და რელიგიური ინსტიტუტების მონაწილეობით.

## თავი I. ინფორმაციული ომის წრფივი უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები

### §1.1. ინფორმაციული ომის ზოგადი წრფივი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები

ინფორმაციული ომის პროცესში ჩართული სამივე მხარე ავრცელებს ინფორმაციას თავისი მიზნის მისაღწევად. დროის  $t \in [0; +\infty)$  მომენტში თითოეული მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა აღვნიშნოთ შესაბამისად  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$ -თი. ინფორმაციის რაოდენობა დროის  $t$  მომენტში, გამოითვლება, როგორც ჯამი, შესაბამისი მხარის, ნებისმიერი მაპროვოცირებელი ინფორმაციების რაოდენობისა, რომლებიც გავრცელებულია მასობრივი ინფორმაციის ყველანაირი საშუალების მიერ.

განვიხილოთ ინფორმაციული ომის ზოგადი წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი [13,52,73,74]

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha_2 N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \beta_1 N_1(t) + \beta_2 N_2(t) - \beta_3 N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 N_1(t) + \gamma_2 N_2(t) + \gamma_3 N_3(t) \end{cases} \quad (1.1.1)$$

საწყისი პირობებით

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N_3(0) = N_{30} \quad (1.1.2)$$

სადაც  $\alpha_1, \alpha_3, \beta_2, \beta_3 \geq 0$ ,  $\gamma_i, \gamma_i \geq 0 \quad i = \overline{1,3}$ ;  $\alpha_2, \beta_1$ , - მუდმივი სიდიდეებია. ამ მუდმივ სიდიდეებს ვუწოდოთ მოდელის კოეფიციენტები.

ზოგად წრფივ (1.1.1) მოდელში პირველი და მეორე მხარეების მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობის ცვლილების სიჩქარე წრფივად და მოკიდებული მხარეების და საერთაშორისო - მშვიდობისმყოფელი ორგანიზაციების მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობაზე.

მესამე - საერთაშორისო ორგანიზაციების მიერ გავრცელებული დამამშვიდებელი ინფორმაციის რაოდენობის ცვლილების სიჩქარე წრფივად იზრდება ანუ პირდაპირპროპორციულია სამივე მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის

რაოდენობისა. საწყის (1.1.2) პირობებში  $N_{10}, N_{20}, N_{30}$  არაუარყოფითი მუდმივი სიდიდეებია:

- ა) თუ  $N_{10} > 0, N_{20} > 0$ , მაშინ ინფორმაციული ომის ინიციატორი ორივე მხარეა.
- ბ) თუ  $N_{10} > 0, N_{20} = 0$ , მაშინ ინფორმაციული ომის ინიციატორი პირველი მხარეა.
- გ) თუ  $N_{10} = 0, N_{20} > 0$ , მაშინ ინფორმაციული ომის ინიციატორი მეორე მხარეა.

მესამე მხარე თავიდან არ ავრცელებს ინფორმაციას ( $N_{30} = 0$ ) ან აკეთებს პრევენციული ხასიათის შემრიგებელ განცხადებებს ( $N_{30} > 0$ ) და შემდეგ იწყებს რეაგირებას მხარეების მიერ გავრცელებულ მაპროვოცირებელ ინფორმაციაზე.

(1.1.1)-(1.1.2) წარმოადგენს კოშის ამოცანას მუდმივკოეფიციენტებიანი წრფივი ერთგვაროვანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემისათვის.

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & -\alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & -\beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix} \quad (1.1.3)$$

(1.1.1) სისტემის კოეფიციენტის მატრიცაა. (1.1.1)-(1.1.2) კოშის ამოცანის ამონახსნები არსებობდა და დამოკიდებული  $A$  მატრიცასთან. განვიხილოთ რამდენიმე შემთხვევა:

ა) როცა  $A$  მატრიცის  $\alpha_2, \beta_1$  კოეფიციენტები არაუარყოფითია, ანუ მატრიცის 9 ელემენტიდან 7 არაუარყოფითია - *არცერთი ანტაგონისტური მხარე არ უწევს მეტოქეს ანგარიშს.*

ბ) როცა  $A$  მატრიცის  $\alpha_2, \beta_1$  კოეფიციენტები უარყოფითია, ანუ მატრიცის 9 ელემენტიდან 5 არაუარყოფითია - *ორივე ანტაგონისტური მხარე უწევს მეტოქეს ანგარიშს.*

გ) როცა  $A$  მატრიცის  $\alpha_2 > 0, \beta_1 < 0$ , ანუ მატრიცის 9 ელემენტიდან 6 არაუარყოფითია, 3 უარყოფითი - *პირველი ანტაგონისტური მხარე უწევს მეტოქეს ანგარიშს, მეორე - ითვალისწინებს.*

დ) როცა  $A$  მატრიცის  $\alpha_2 < 0, \beta_1 > 0$ , ანუ მატრიცის 9 ელემენტიდან 6 არაუარყოფითია, 3 უარყოფითი - *პირველი ანტაგონისტური მხარე უწევს მეტოქეს ანგარიშს, მეორე - არ ითვალისწინებს.*

როცა  $\alpha_2 = \beta_1 = 0$ , ეს ის შემთხვევაა, როცა ხდება მოწინააღმდეგის იგნორირება და მას

ჩვენ ცალკე დაწვრილებით განვიხილავთ შემდეგ პარაგრაფებში.

როცა  $A$  მატრიცა არის **გურვიცის**, (ანუ მისი საკუთრივი მნიშვნელობები  $\lambda_k$  იმყოფებიან საკოორდინატო სიბრტყის მარცხენა ნახევარსიბრტყეში,  $\operatorname{Re} \lambda_k < 0$ , გურვიცის მატრიცას ასევე უწოდებენ *მდგრადს*) მაშინ  $N_1(t), N_2(t), N_3(t) \rightarrow 0$ , როცა  $t \rightarrow \infty$ , რადგანაც

$$\begin{cases} N_1(t) = C_1 v_1^1 e^{\lambda_1 t} + C_2 v_1^2 e^{\lambda_2 t} + C_3 v_1^3 e^{\lambda_3 t} \\ N_2(t) = C_1 v_2^1 e^{\lambda_1 t} + C_2 v_2^2 e^{\lambda_2 t} + C_3 v_2^3 e^{\lambda_3 t} \\ N_3(t) = C_1 v_3^1 e^{\lambda_1 t} + C_2 v_3^2 e^{\lambda_2 t} + C_3 v_3^3 e^{\lambda_3 t} \end{cases} \quad (1.1.4)$$

ამონახსნი (1.1.1), (1.1.2) კოშია ამოცანისა, როცა  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  განსხვავებულია (1.1.4)-ში  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$ -ს სიდიდეების მნიშვნელობის განმსაზღვრავი სიდიდეებია  $e^{\lambda_i t}$ , რადგანაც  $C_i, v_j^i \quad i, j = 1, 2, 3$  მუდმივი სიდიდეებია, ხოლო სიდიდე  $e^{(a+bi)t} = e^{at} (\cos bt + i \sin bt) \rightarrow 0$  რადგან  $a < 0$  და  $e^{at} \rightarrow 0$ , როცა  $t \rightarrow \infty$ .

თუ კი რომელიმე  $\lambda_i$  არის ჯერადი (შევნიშნოთ, რომ, მაშინ ყველა  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  არის ნამდვილი რიცხვი), ამ შემთხვევაში  $e^{\lambda_i t}$ -ის წინ, კოეფიციენტად, შეიძლება იყოს პირველი ან მეორე რიგის (გააჩნია ჯერადობას) პოლინომი, მაგრამ პოლინომიალური ზრდადობა ამ შემთხვევაში ვერ გადაწონის ექსპოტენციალურ კლებადობას: ამდენად, თუ კი (1.1.1) სისტემის კოეფიციენტის (1.1.3)  $A$  მატრიცა გურვიცისაა, სამივე მხარე დროთა განმავლობაში ასრულებს ინფორმაციულ ომს, რადგან მათ მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა ხდება რაგინდ მცირე, ანუ დროთა განმავლობაში ისინი პრაქტიკულად აღარ ავრცელებენ შესაბამის ინფორმაციებს. ასეთია ზოგადი შეფასება. ისმის კითხვა ა) - დ) შემთხვევებში, არსებობს კი  $A$  მატრიცის გურვიციობა? პასუხი უარყოფითია.

**ლემა 1.1.1.** (1.1.1) სისტემის კოეფიციენტის (1.1.3)  $A$  მატრიცა არაა გურვიცის.

**დამტკიცება.**  $A$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობები წარმოადგენენ მისი მახასიათებელი განტოლების

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (1.1.5)$$

ფესვებს, სადაც  $I$  ერთეულოვანი მატრიცაა. (1.1.5)-დან ვღებულობთ

$$\lambda^3 - \operatorname{tr}(A)\lambda^2 + k\lambda - \det(A) = 0 \quad (1.1.6)$$

სადაც  $\operatorname{tr}(A)$   $A$  მატრიცის კვალია  $\operatorname{tr}(A) = \alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3$ ,  $k$  არის  $A_1, A_2, A_3$  მატრიცების

დეტერმინანტების ჯამი, ხოლო  $A_i$  მარტივია მიიღება საწყისი  $A$  მატრიცის  $i$ -ური სტრიქონის და სვეტის ამოგდება.  $A$  მატრიცის გურვიციანობა ექვივალენტურია (1.1.6) განტოლების მარცხენა მხარის - პოლინომის მდგრადობისა, ანუ პოლინომის ფესვებს გააჩნიათ უარყოფითი ნამდვილი ნაწილი. ხოლო იმისათვის, რომ (1.1.6)-დან პოლინომი იყოს მდგრადი, უნდა სრულდებოდეს გურვიცის კრიტერიუმები:

$$-tr(A) > 0, k > 0, -\det(A) > 0 \text{ და } -tr(A) k > -\det(A) \quad (1.1.7)$$

შევნიშნოთ, რომ (1.1.7)-ს (1.1.6) პოლინომისთვის მდგრადობის რაუს-გურვიცის კრიტერიუმს უწოდებენ. ჩვენი  $A$  მატრიცისთვის გურვიცის ეს კრიტერიუმი არ სრულდება, კერძოდ  $tr(A) \geq 0$  ყოველთვის, ხოლო  $-tr(A) \leq 0$ , რაც ეწინააღმდეგება (1.1.7) -ს. რ.დ.გ.

ამრიგად  $A$  მატრიცა არც ერთ შემთხვევაში არ არის მდგრადი და (1.1.2)-დან გამომდინარე  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  ერთდროულად არ მიისწრაფიან ნულისკენ, როცა  $t \rightarrow \infty$ . ამრიგად, ამით ვერ დავასკვნით მთავრდება თუ არა ინფორმაციული ომი, რადგანაც რომელიღაც  $\lambda_i$ -ს საკუთრივ მნიშვნელობას აქვს დადებითი ნამდვილი ნაწილი და მისი შესაბამისი  $e^{\lambda_i t}$  აღარ მიისწრაფის ნულისკენ, როცა  $t \rightarrow \infty$ , ასე, რომ (1.1.2) ამოხსნების აბსცისთა ღერძის გადაკვეთა დამოკიდებული იქნება  $C_i, v_j^i$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  კოეფიციენტებზე, მათ ნიშნებზე და კომპლექსური საკუთრივი მნიშვნელობის შესაბამისი  $e^{\lambda_i t}$ -ს ნიშანცვლადობაზე. ჩავწეროთ მახასიათებელი განტოლება (1.1.6) დაყვანილი სახით

$$y^3 + py + q = 0 \quad (1.1.8)$$

$$p = k - tr^2(A), \quad q = -\frac{2}{27} tr^3(A) + \frac{k}{3} tr(A) - \det(A) \quad (1.1.9)$$

(1.1.6) -ში მოხდა ცვლადის შეცვლა

$$y = \lambda - \frac{1}{3} tr(A) \quad \lambda = y + \frac{1}{3} tr(A) \quad (1.1.10)$$

$p$  და  $q$  -ს საშუალებით გამოვთვალოთ დისკრიმინანტი  $D = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$ .  $D$  დისკრიმინანტის ნიშანზეა დამოკიდებული საკუთრივი მნიშვნელობების რაოდენობა და როგორი არიან ისინი: კომპლექსური თუ ნამდვილი რიცხვები. ვთქვათ  $D < 0$ , მაშინ (1.1.6) კუბურ განტოლებას გააჩნია სამი განსხვავებული ნამდვილი საკუთრივი



მნიშვნელობა. (1.1.2) სისტემიდან შესაძლებელია  $C_i, i = 1, 2, 3$  პოვნა საწყისი მნიშვნელობების გათვალისწინებით, მართლაც

$$\begin{cases} N_1(t_0) = N_{10} = C_1 v_1^1 e^{\lambda_1 t_0} + C_2 v_1^2 e^{\lambda_2 t_0} + C_3 v_1^3 e^{\lambda_3 t_0} \\ N_2(t_0) = N_{20} = C_1 v_2^1 e^{\lambda_1 t_0} + C_2 v_2^2 e^{\lambda_2 t_0} + C_3 v_2^3 e^{\lambda_3 t_0} \\ N_3(t_0) = N_{30} = C_1 v_3^1 e^{\lambda_1 t_0} + C_2 v_3^2 e^{\lambda_2 t_0} + C_3 v_3^3 e^{\lambda_3 t_0} \end{cases} \quad (1.1.11)$$

სადაც  $v = (v^1, v^2, v^3)$  (1.1.13) მატრიცის საკუთრივი ვექტორებია:  $v^i = (v_1^i, v_2^i, v_3^i)$ . (1.1.11.)

სისტემიდან ვიპოვიტ  $C_i, i = 1, 2, 3$  კოეფიციენტებს, როგორც უცნობებს. ზოგადათ

$$\text{გვაქვს} \quad C_i = \varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, v, \lambda, t_0) \quad (1.1.12)$$

ხოლო (1.1.4) მიიღებს სახეს

$$\begin{cases} N_1(t) = \varphi_1 v_1^1 e^{\lambda_1 t} + \varphi_2 v_1^2 e^{\lambda_2 t} + \varphi_3 v_1^3 e^{\lambda_3 t} \\ N_2(t) = \varphi_1 v_2^1 e^{\lambda_1 t} + \varphi_2 v_2^2 e^{\lambda_2 t} + \varphi_3 v_2^3 e^{\lambda_3 t} \\ N_3(t) = \varphi_1 v_3^1 e^{\lambda_1 t} + \varphi_2 v_3^2 e^{\lambda_2 t} + \varphi_3 v_3^3 e^{\lambda_3 t} \end{cases} \quad (1.1.13)$$

ჩავთვალოთ, რომ  $\lambda_1$  არის უდიდესი საკუთრივი მნიშვნელობა. ცხადია, რომ იგი დადებითია, წინააღმდეგ შემთხვევაში  $A$  მატრიცა მდგრადია - გურვიცისაა, ეს კი ეწინააღმდეგება ლემა 1-ს. ამიტომ

$$\lambda_1 \geq \lambda_2, \lambda_1 \geq \lambda_3 \quad (1.1.14)$$

გადავწეროთ (1.1.13) შემდეგნაირად

$$\begin{cases} N_1(t) = e^{\lambda_1 t} \left( \varphi_1 v_1^1 + \varphi_2 v_1^2 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + \varphi_3 v_1^3 e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t} \right) \\ N_2(t) = e^{\lambda_1 t} \left( \varphi_1 v_2^1 + \varphi_2 v_2^2 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + \varphi_3 v_2^3 e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t} \right) \\ N_3(t) = e^{\lambda_1 t} \left( \varphi_1 v_3^1 + \varphi_2 v_3^2 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + \varphi_3 v_3^3 e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t} \right) \end{cases} \quad (1.1.15)$$

განვიხილოთ (1.1.15) ამონახსნების პირველი ფუნქცია, იმ შემთხვევაში თუ კი ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულების პირველი წევრი არის უარყოფითი  $\varphi_1(N_{30}, N_{10}, N_{20}, v, \lambda, t_0) v_1^1 < 0$ , მაშინ  $t \rightarrow \infty$ -სთვის ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულებაც გახდება უარყოფითი და შესაბამისად  $N_1(t)$  გახდება უარყოფითი.  $N_1(t)$ -ს უწყვეტობიდან და  $N_{10} \geq 0$ -დან გამომდინარე არსებობს ისეთი  $t_1^*$  როდესაც სრულდება ტოლობა  $N_1(t_1^*) = 0$ , ანუ პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

ანალოგიური მსჯელობით დავასკვნით, რომ თუ  $\varphi_2(N_{30}, N_{10}, N_{20}, v, \lambda, t_0) v_2^1 < 0$ , მაშინ მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ხოლო როცა

$\varphi_3(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_3^1 < 0$   $\varphi_3(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_3^1 < 0$  მაშინ მესამე -  
 მშვიდობისმყოფელი მხარე ასრულებს სამშვიდობო მოწოდებების გავრცელებას  
 ინფორმაციულ ომში. ამდენად ჩვენ დავამტკიცეთ

**თეორემა. (1.1)-(1.2) ინფორმაციული ომის იმ პირობებში, როცა  $D < 0$ , და**

$$\varphi_i(N_{30}, N_{10}, N_{20}, \nu, \lambda, t_0) \nu_i^1 < 0, i = 1, 2, 3 \quad (1.1.16)$$

**მაშინ  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ფუნქციები გადიან ნულზე - ინფორმაციული ომი**

**მთავრდება.**

A მატრიცის სხვადასხვა შემთხვევისათვის რიცხვითი მეთოდების გამოყენებით,  
**Matlab**-ის გარემოში ვნახოთ როგორია ინფორმაციულ ომში მხარეთა ყოფაქცევა და  
 დასრულდება თუ არა ინფორმაციული ომი.

მაგალითი 1. ვთქვათ  $A_1 = \begin{pmatrix} .2 & .1 & -3 \\ .01 & .2 & -1 \\ 1.5 & 1.6 & 1.2 \end{pmatrix}$  ხოლო საწყისი მნიშვნელობებია  $N_{10} = 35$ ;

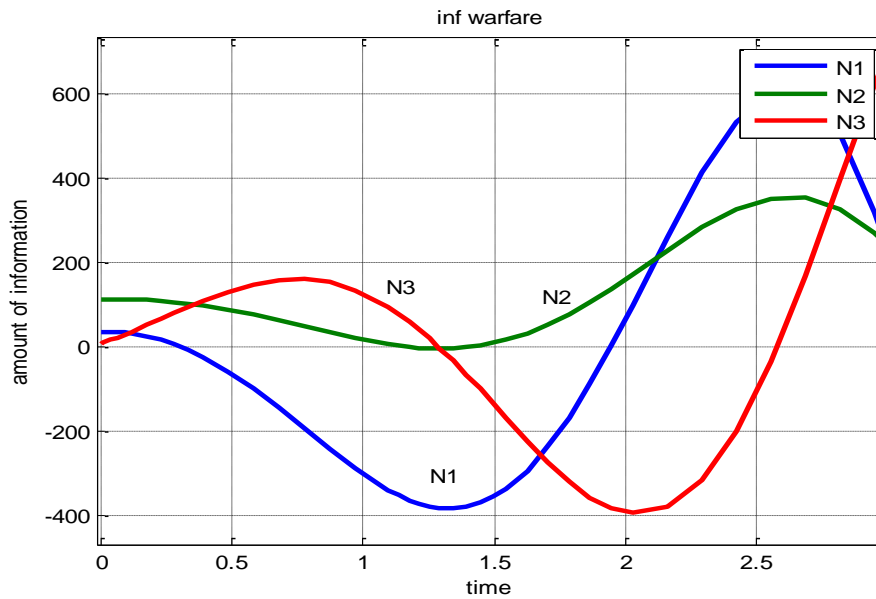
$N_{20} = 110$ ;  $N_{30} = 5$ . განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი  $t \in [0; 3]$  დროის  
 ინტერვალზე. სოლვერი ode15s-ს საშუალებით, იხილე ლისტინგი 1.1.1 და ნახატი  
 1.1.1, ვახდენთ შესაბამისი (1.1.1)-(1.1.2) კომის ამოცანის ამონახსნების ვიზუალი-  
 ზაციას და შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ანტაგონისტური მხარეები აღნიშნული  
 პირობებისთვის გადიან ნულზე, ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს.

ლისტინგი 1.1.1

```
%zogadi wrfivi iw amoxsna
[T,Y]=ode15s(@systemaZOG,[0 3],[35;110;5]);
plot(T,Y,'LineWidth',2.5)
title('inf warfare')
xlabel('time')
ylabel('amount of information')
legend('N1','N2','N3')
grid on
%wrfivi zogadi iw sistemis marjvena mxare
function Dx=systemaZOG(t,x)
B=[.2 .1 -3;.01 .2 -1;1.5 1.6 1.2];
```

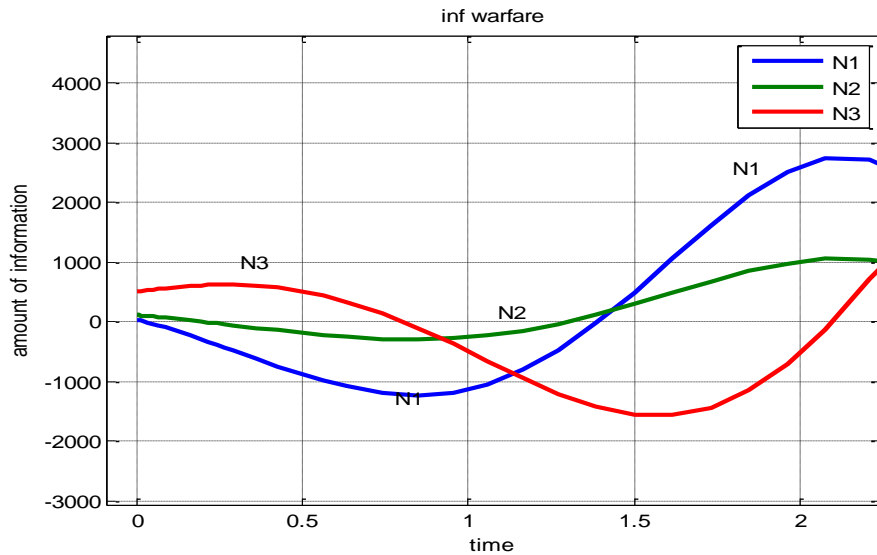
$Dx=B^*x;$

end



ნახატი 1.1.1. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია.

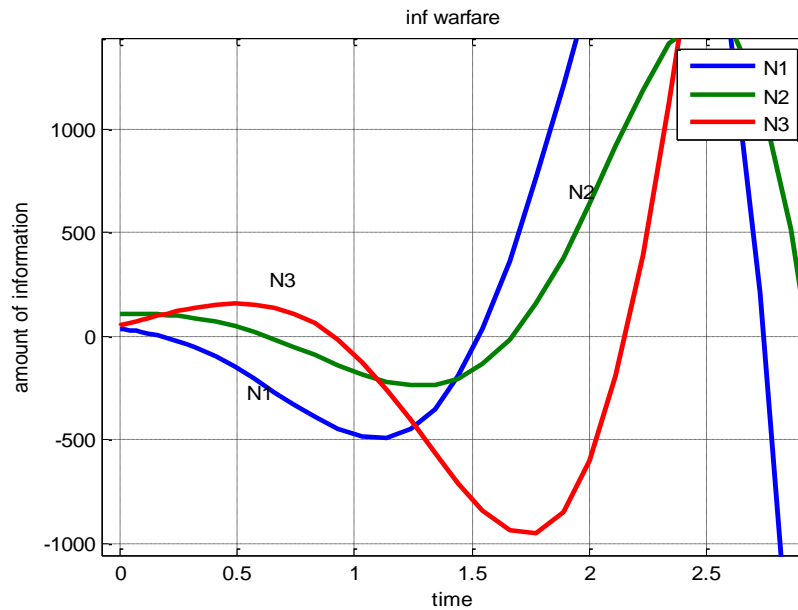
აქვე შევნიშნოთ, რომ, მშვიდობისმყოფელი მხარის გამოყენებული პრევენცია  $N_{30}$  შედარებით მცირეა პირველი ( $N_{10}$ ) და მეორე ( $N_{20}$ ) მხარეების შესაბამის საწყის მნიშვნელობებთან შედარებით. თუ კი ჩვენ პრევენციას ხარისხობრივად გავზრდით - დავუშვათ ასჯერ  $N_{30} = 500$ , მაშინ გაზრდილი პრევენცია იწვევს ანტაგონისტურ მხარეებზე ეფექტურ ზემოქმედებას, ისინი უფრო სწრაფად ასრულებენ ინფორმაციულ ომს. შევნიშნოთ, რომ  $A_1$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობებია: ერთი დადებითი ნამდვილი და ორი შეუღლებული კომპლექსური რიცხვი  $\lambda_1 = 0.7162 + 2.4220i$ ;  $\lambda_2 = 0.7162 - 2.4220i$ ;  $\lambda_3 = 0.1675$ ;



ნახატი 1.1.2. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია, გაზრდილი პრევენცია იწვევს ანტაგონისტურ მხარეებზე ეფექტურ ზემოქმედებას, ისინი უფრო სწრაფად ასრულებენ ინფორმაციულ ომს.

მაგალითი 2. ვთქვათ  $A_2 = \begin{pmatrix} 1.2 & .1 & -3 \\ 1.01 & .2 & -1 \\ 1.5 & 1.6 & 1.1 \end{pmatrix}$  ხოლო საწყისი მნიშვნელობებია

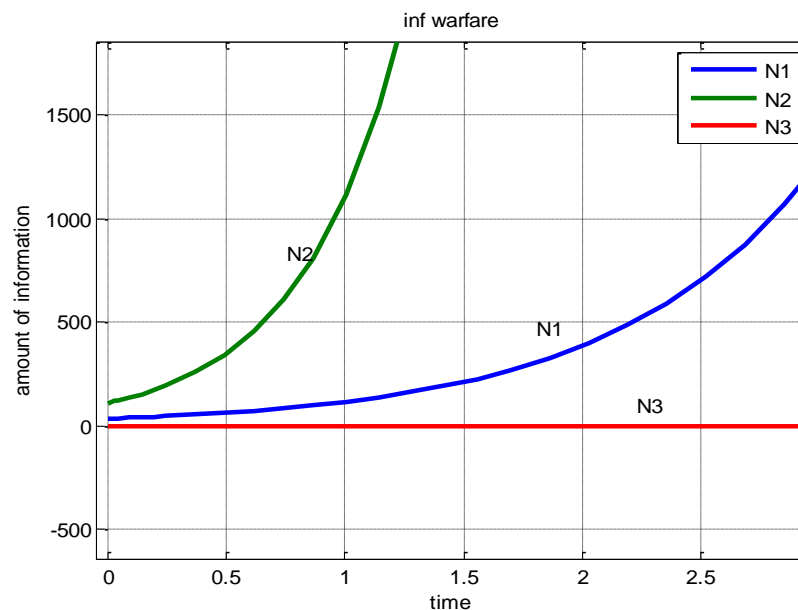
$N_{10} = 35$ ;  $N_{20} = 110$ ;  $N_{30} = 50$ . განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი  $t \in [0; 3]$  დროის ინტერვალზე. სოლვერი ode15s-ს საშუალებით, იხილე ნახატი 1.1.3, ვახდენთ შესაბამისი (1.1.1)-(1.1.2) კოშის ამოცანის ამონახსნების ვიზუალიზაციას და შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ანტაგონისტური მხარეები აღნიშნული პირობებისთვის გადიან ნულზე, ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს უფრო სწრაფად, ვიდრე პირველ მაგალითში. შევნიშნოთ, რომ  $A_2$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობებია: ერთი უარყოფითი ნამდვილი და ორი შეუღლებული კომპლექსური რიცხვი -  $\text{lamb1} = 1.4172 + 2.5641i$ ;  $\text{lamb2} = 1.4172 - 2.5641i$ ;  $\text{lamb3} = -0.2343$



ნახატი 1.1.3. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია,  $A_2$  მატრიცისთვის.

მაგალითი 3. ვთქვათ  $A_3 = \begin{pmatrix} 1.2 & 0 & -3 \\ 0 & 2.3 & -1 \\ 0 & 0 & 4.7 \end{pmatrix}$  ხოლო საწყისი მნიშვნელობებია  $N_{10} = 35$ ;

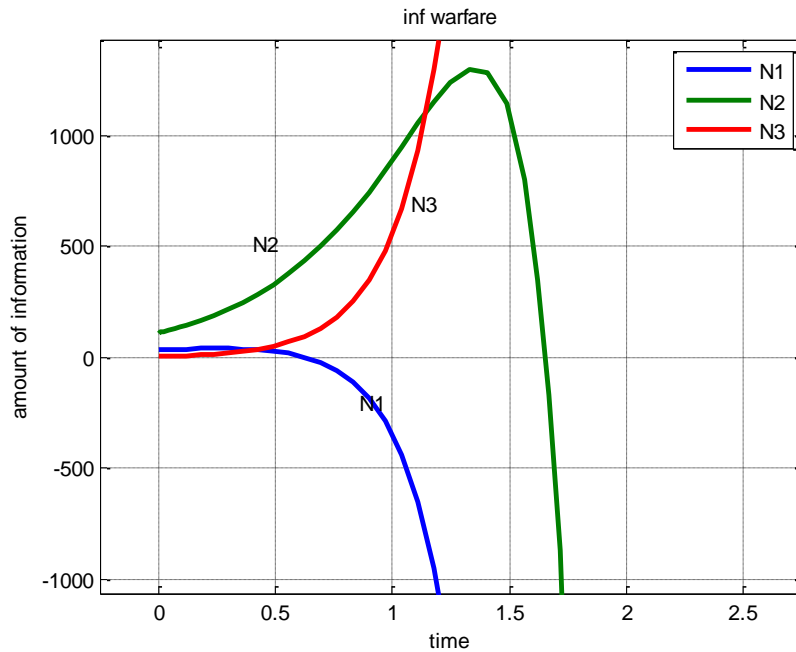
$N_{20} = 110$ ;  $N_{30} = 0$ .- ანუ არ გვაქვს პრევენცია. განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი  $t \in [0; 10]$  დროის ინტერვალზე. სოლვერი ode15s-ს საშუალებით, იხილე ნახატი 1.1.4, ვახდენთ შესაბამისი (1.1.1)-(1.1.2) კომის ამოცანის ამონახსნების ვიზუალიზაციას და შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ ანტაგონისტური მხარეები აღნიშნული პირობებისთვის არ გადიან ნულზე, ანუ არ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს.



**ნახატი 1.1.4.  $A_3$  მატრიცისთვის, არაპრევენციის შემთხვევისას - ინფორმაციული ომი არ**

**სრულდება.**

შეგნიშნოთ, რომ  $A_3$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობებია: სამი დადებითი ნამდვილი რიცხვი  $-\lambda_1 = 1.2000$ ;  $\lambda_2 = 2.3000$ ;  $\lambda_3 = 4.7000$  თუ კი მესამე მხარე ინფორმაციულ ომში ერთვება პრევენციით  $N_{30} = 5$ , მაშინ ანტაგონისტური მხარეები აღნიშნული პირობებისთვის გადიან ნულზე, ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს, მშვიდობისმყოფელი მხარე კი აგრძელებს მოწოდებებს, იხილე ნახატი 1.1.5.

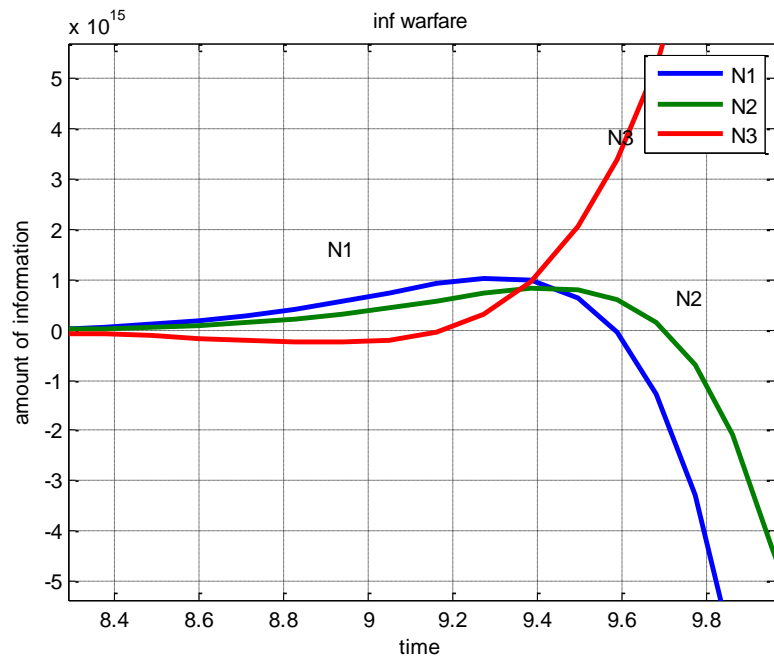


**ნახატი 1.1.5. ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია,  $A_3$  მატრიცისთვის, პრევენციის შემთხვევისას,  $N_{30} = 5$ . ინფორმაციული ომი სრულდება ანტაგონისტური მხარეებისთვის, მშვიდობისმყოფელი მხარე კი აგრძელებს მოწოდებებს.**

მაგალითი 4. ვთქვათ  $A_4 = \begin{pmatrix} 1.2 & 0.3 & -3 \\ 1.2 & 0.3 & -1 \\ 1.1 & 2.3 & 4.7 \end{pmatrix}$  ხოლო საწყისი მნიშვნელობებია  $N_{10} = 35$ ;

$N_{20} = 110$ ;  $N_{30} = 5$ . გვაქვს პრევენცია. ამასთან პირველი და მეორე სტრიქონები ერთმანეთს ემთხვევა. განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი  $t \in [0; 10]$  დროის ინტერვალზე. სოლვერი ode15s-ს საშუალებით, იხილე ნახატი 1.1.6, ვახდენთ შესაბამისი (1.1.1)-(1.1.2) კომის ამოცანის ამონახსნების ვიზუალიზაციას და

შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ პირველი და მეორე მხარეები ერთნაირად იქცევიან ინფორმაციული ომში, მათი გრაფიკები პარალელური არიან და ნახაზზე მასშტაბის გამო ისე უმნიშვნელოდ განსხვავდებიან, რომ ხდება მათი გრაფიკების ზედდება. ანტაგონისტური მხარეები გადიან ნულზე, ინფორმაციული ომი სრულდება. შევნიშნოთ, რომ  $A_3$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობებია: ნული და ორი შეუღლებული კომპლექსური რიცხვი  $\lambda_1 = -0.0000$ ;  $\lambda_2 = 3.1000 + 2.7641i$ ;  $\lambda_3 = 3.1000 - 2.7641i$



**ნახატი 1.1.6.** ინფორმაციული ომის წრფივი ზოგადი მათემატიკური მოდელის საშუალებით დადგენილი მხარეების აქტიურობის ვიზუალიზაცია,  $A_3$  მატრიცისთვის, პრევენციის შემთხვევისას,  $N_{30} = 5$ . პირველი და მეორე მხარეები ერთნაირად იქცევიან ინფორმაციულ ომში. ანტაგონისტური მხარეები გადიან ნულზე, ინფორმაციული ომი სრულდება.

განვიხილოთ ინფორმაციული ომის (1.1.1)-(1.1.2) ზოგადი წრფივი მათემატიკური მოდელი, როდესაც კოეფიციენტებს შორის დამყარებულია გარკვეული ტიპის თანაფარდობები. ვთქვათ მათ აქვთ შემდეგი სახე

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) + \alpha_1 N_2(t) - \beta_1 N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha N_2(t) - \beta_2 N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma N_1(t) + \gamma N_2(t) + \gamma_1 N_3(t) \end{cases} \quad (1.1.17)$$

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30}, \quad (1.1.18)$$

$\alpha, \alpha_1, \beta_1, \beta_2, \gamma, \gamma_1$  მუდმივებია, თანაც  $\alpha, \beta_1, \beta_2, \gamma, \gamma_1 \geq 0$ . ფაქტიურად (1.1.1)-ში ზოგადად 9 კოეფიციენტიდან მხოლოდ 3 არ არის განსხვავებული, 6 კოეფიციენტი კი აღებულია განსხვავებული. შემოვიტანოთ აღნიშვნა

$$Z(t) = N_1(t) + N_2(t) \quad (1.1.19)$$

მაშინ (1.1.17) სისტემის მესამე განტოლებიდან გვაქვს

$$Z(t) = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{dN_3(t)}{dt} - \gamma_1 N_3(t) \right) \quad (1.1.20)$$

$$\frac{dZ(t)}{dt} = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{d^2 N_3(t)}{dt^2} - \gamma_1 \frac{dN_3(t)}{dt} \right) \quad (1.1.21)$$

შევკრიბოთ (1.1.17) სისტემის პირველი ორი განტოლება, (1.1.19)-ის ძალით გვაქვს

$$\frac{dZ(t)}{dt} = (\alpha + \alpha_1)Z(t) - (\beta_1 + \beta_2)N_3(t) \quad (1.1.22)$$

(1.1.22)-ში ჩავსვათ (1.1.20) და (1.1.21).

$$\frac{1}{\gamma} \left( \ddot{N}_3 - \gamma_1 \dot{N}_3 \right) = (\alpha + \alpha_1) \frac{1}{\gamma} \left( \dot{N}_3 - \gamma_1 N_3 \right) - (\beta_1 + \beta_2) N_3$$

მივიღებთ  $N_3(t)$ -ს მიმართ მეორე რიგის წრფივ მუდმივ კოეფიციენტებიან ერთგვაროვან ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებას

$$\ddot{N}_3(t) - (\alpha + \alpha_1 + \gamma_1) \dot{N}_3(t) + ((\alpha + \alpha_1)\gamma_1 + \gamma(\beta_1 + \beta_2))N_3(t) = 0 \quad (1.1.23)$$

საწყისი პირობებით:

$$N_3(0) = N_{30} \quad (1.1.24)$$

$$\frac{dN_3(0)}{dt} = \gamma N_{10} + \gamma N_{20} + \gamma_1 N_{30} \quad (1.1.25)$$

(1.1.23)-ის მახასიათებელი განტოლებაა

$$\lambda^2 - (\alpha + \alpha_1 + \gamma_1)\lambda + (\alpha + \alpha_1)\gamma_1 + \gamma(\beta_1 + \beta_2) = 0 \quad (1.1.26)$$



(1.1.26) მახასიათებელი განტოლების ფესვებია

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + \alpha_1 + \gamma_1 + \sqrt{(\gamma_1 - \alpha - \alpha_1)^2 - 4\gamma(\beta_1 + \beta_2)}}{2} \quad (1.1.27)$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha + \alpha_1 + \gamma_1 - \sqrt{(\gamma_1 - \alpha - \alpha_1)^2 - 4\gamma(\beta_1 + \beta_2)}}{2} \quad (1.1.28)$$

აღვნიშნოთ

$$D = (\gamma_1 - \alpha - \alpha_1)^2 - 4\gamma(\beta_1 + \beta_2) \quad (1.1.29)$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \sqrt{D} \quad (1.1.30)$$

1. თუ (1.1.29) დადებითია, ანუ  $D > 0$  და  $\lambda_2 < \lambda_1$ , მაშინ (1.1.23)-ის ზოგადი ამონახსნია

$$N_3(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (1.1.31)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განისაზღვრება (1.1.24), (1.1.25) საწყისი პირობებიდან და მივიღებთ

$$C_1 = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_2)}{\sqrt{D}}; \quad C_2 = -\frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_1)}{\sqrt{D}}$$

და (1.1.31) მიიღებს სახეს:

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_2)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_1)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.1.32)$$

აღვნიშნოთ

$$L = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_2)}{\sqrt{D}} \quad M = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_1)}{\sqrt{D}} \quad (1.1.33)$$

მაშინ (1.1.32) გადაიწერება შემდეგნაირად  $N_3(t) = Le^{\lambda_1 t} - Me^{\lambda_2 t}$  და (1.1.20) ძალით

$$Z(t) = \frac{1}{\gamma} (L\lambda_1 e^{\lambda_1 t} - M\lambda_2 e^{\lambda_2 t} - \gamma_1 L e^{\lambda_1 t} + \gamma_1 M e^{\lambda_2 t})$$

$$Z(t) = \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L e^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M e^{\lambda_2 t} \quad (1.1.34)$$

შევნიშნოთ, რომ

$$Z(0) = N_{10} + N_{20} \quad (1.1.35)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა

$$Z_1(t) = N_1(t) - N_2(t) \quad (1.1.36)$$

(1.1.17) სისტემის პირველ განტოლებას გამოვაკლოთ მეორე და მივიღებთ (1.1.36)

-ის მიმართ პირველი რიგის წრფივ არაერთგვაროვან ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\frac{dZ_1(t)}{dt} = (\alpha - \alpha_1)Z_1(t) - (\beta_1 - \beta_2)N_3(t) \quad (1.1.37)$$

საწყისი პირობით

$$Z_1(0) = N_{10} - N_{20} \quad (1.1.38)$$

ა) თუ  $\lambda_1 \neq \alpha - \alpha_1$ ,  $\lambda_2 \neq \alpha - \alpha_1$

(1.1.37)-(1.1.38) -ის ზოგადი ამონახსნია:

$$Z_1(t) = Ce^{(\alpha - \alpha_1)t} - (\beta_1 - \beta_2) \left( \frac{L}{\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1)} e^{\lambda_1 t} - \frac{M}{\lambda_2 - (\alpha - \alpha_1)} e^{\lambda_2 t} \right) \quad (1.1.39)$$

(1.1.39)-ში  $C$  განისაზღვრება (1.1.38) საწყისი პირობიდან და მივიღებთ

$$C = N_{10} - N_{20} + (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')$$

სადაც

$$L' = \frac{L}{\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1)} \quad M' = \frac{M}{\lambda_2 - (\alpha - \alpha_1)} \quad (1.1.40)$$

$$L' = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_2)}{\sqrt{D}(\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1))} \quad M' = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_1 - \lambda_1)}{\sqrt{D}(\lambda_2 - (\alpha - \alpha_1))}$$

ამრიგად (1.1.37)-(1.1.38) -ის ამონახსნია:

$$Z_1(t) = (N_{10} - N_{20})e^{(\alpha - \alpha_1)t} + (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')e^{(\alpha - \alpha_1)t} - (\beta_1 - \beta_2)(L'e^{\lambda_1 t} - M'e^{\lambda_2 t}) \quad (1.1.41)$$

შევნიშნოთ, რომ

$$N_1(t) = \frac{1}{2}(Z(t) + Z_1(t)) \quad (1.1.42)$$

ჩავსვათ (1.1.42)-ში (1.1.34) და (1.1.41), მივიღებთ

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left[ (N_{10} - N_{20})e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L e^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M e^{\lambda_2 t} + (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')e^{(\alpha - \alpha_1)t} - (\beta_1 - \beta_2)(L'e^{\lambda_1 t} - M'e^{\lambda_2 t}) \right]$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left[ (N_{10} - N_{20})e^{(\alpha - \alpha_1)t} + (\beta_1 - \beta_2)(L' - M')e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \left( \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L - (\beta_1 - \beta_2)L' \right) e^{\lambda_1 t} - \left( \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M - (\beta_1 - \beta_2)M' \right) e^{\lambda_2 t} \right] \quad (1.1.43)$$

შევნიშნოთ ასევე, რომ

$$N_2(t) = \frac{1}{2}(Z(t) - Z_1(t)) \quad (1.1.44)$$

ჩავსვათ (1.1.44)-ში (1.1.34) და (1.1.41), მივიღებთ

$$\begin{aligned} N_2(t) &= \frac{1}{2} \left[ (N_{20} - N_{10}) e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L e^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M e^{\lambda_2 t} - \right. \\ &\quad \left. - (\beta_1 - \beta_2)(L' - M') e^{(\alpha - \alpha_1)t} + (\beta_1 - \beta_2)(L' e^{\lambda_1 t} - M' e^{\lambda_2 t}) \right] \\ N_2(t) &= \frac{1}{2} \left[ (N_{20} - N_{10}) e^{(\alpha - \alpha_1)t} - (\beta_1 - \beta_2)(L' - M') e^{(\alpha - \alpha_1)t} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L + (\beta_1 - \beta_2)L' \right) e^{\lambda_1 t} - \left( \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M + (\beta_1 - \beta_2)M' \right) e^{\lambda_2 t} \right] \end{aligned} \quad (1.1.45)$$

ბ) თუ  $\lambda_1 = \alpha - \alpha_1$  და  $\lambda_2 \neq \alpha - \alpha_1$  ამოვხსნათ (1.1.37)-(1.1.38) (1.1.32)-სთვის, ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით  $Z_1(t) = C(t)e^{(\alpha - \alpha_1)t}$  სადაც  $C(t)$  მოიძებნება შემდეგი ტოლობიდან

$$\begin{aligned} C'(t) &= -(\beta_1 - \beta_2)N_3(t)e^{-(\alpha - \alpha_1)t}; C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2)(L e^{\lambda_1 t} - M e^{\lambda_2 t})e^{-(\alpha - \alpha_1)t} \\ C'(t) &= -(\beta_1 - \beta_2)(L - M e^{-\sqrt{D}t}); C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \int (L - M e^{-\sqrt{D}t}) dt + Const \\ C(t) &= -(\beta_1 - \beta_2) \left( Lt + \frac{M}{\sqrt{D}} e^{-\sqrt{D}t} \right) + Const; Z_1(t) = \left( Const - (\beta_1 - \beta_2) \left( Lt + \frac{M}{\sqrt{D}} e^{-\sqrt{D}t} \right) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} \\ Z_1(0) &= Const - (\beta_1 - \beta_2) \frac{M}{\sqrt{D}} = N_{10} - N_{20}; Const = N_{10} - N_{20} + (\beta_1 - \beta_2) \frac{M}{\sqrt{D}} \end{aligned}$$

$$Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} + \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} - (\beta_1 - \beta_2)Lt \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} - \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.1.46)$$

$$\begin{aligned} N_1(t) &= \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} - N_{20} + \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} - (\beta_1 - \beta_2)Lt + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L \right) e^{\lambda_1 t} - \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} + \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M \right) e^{\lambda_2 t} \right] \end{aligned} \quad (1.1.47)$$

$$\begin{aligned} N_2(t) &= \frac{1}{2} \left[ \left( N_{20} - N_{10} - \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} + (\beta_1 - \beta_2)Lt + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L \right) e^{\lambda_1 t} + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{M(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M \right) e^{\lambda_2 t} \right] \end{aligned} \quad (1.1.48)$$

გ) თუ  $\lambda_1 \neq \alpha - \alpha_1$  და  $\lambda_2 = \alpha - \alpha_1$  ამოვხსნათ (1.1.37)-(1.1.38) (1.1.32)-სთვის, ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით  $Z_1(t) = C(t)e^{(\alpha - \alpha_1)t}$  სადაც  $C(t)$  მოიძებნება შემდეგი ტოლობიდან

$$C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2)N_3(t)e^{-(\alpha - \alpha_1)t}; \quad C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \left( \frac{L}{\sqrt{D}} e^{\sqrt{D}t} - Mt \right) + Const$$

$$Z_1(t) = \left( Const - (\beta_1 - \beta_2) \left( \frac{L}{\sqrt{D}} e^{\sqrt{D}t} - Mt \right) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}; \quad Z_1(0) = Const - (\beta_1 - \beta_2) \frac{L}{\sqrt{D}} = N_{10} - N_{20}$$

$$Const = N_{10} - N_{20} + (\beta_1 - \beta_2) \frac{L}{\sqrt{D}}$$

$$Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} + \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} + (\beta_1 - \beta_2)Mt \right) e^{\lambda_2 t} - \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} \quad (1.1.49)$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} - N_{20} + \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} + (\beta_1 - \beta_2)Mt - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M \right) e^{\lambda_2 t} - \left( \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\sqrt{D}} - \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L \right) e^{\lambda_1 t} \right] \quad (1.1.50)$$

$$N_2(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( -N_{10} + N_{20} - \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1)} - (\beta_1 - \beta_2)Mt - \frac{\lambda_2 - \gamma_1}{\gamma} M \right) e^{\lambda_2 t} + \left( \frac{L(\beta_1 - \beta_2)}{\lambda_1 - (\alpha - \alpha_1)} + \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\gamma} L \right) e^{\lambda_1 t} \right] \quad (1.1.51)$$

2. თუ (1.1.29) ნულის ტოლია, ანუ  $D = 0$ , მაშინ (1.1.23)-ის ზოგადი ამონახსნია

$$N_3(t) = (C + C_1 t) e^{\lambda t} \quad (1.1.52)$$

სადაც  $\lambda = \frac{\alpha + \alpha_1 + \gamma_1}{2}$ , (1.1.46) -ში  $C, C_1$  კოეფიციენტები განისაზღვრება საწყისი

პირობებიდან (1.1.24), (1.1.25):  $C = N_{30}$ ;  $\frac{dN_3(0)}{dt} = C_1 + \lambda C = \gamma N_{10} + \gamma N_{20} + \gamma_1 N_{30}$

$C_1 = \gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}$  და მაშინ (1.1.46) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$N_3(t) = (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) e^{\lambda t} \quad (1.1.53)$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}) e^{\lambda t} + \lambda(N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) e^{\lambda t}$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}) e^{\lambda t} + \lambda N_3(t)$$

(1.1.20)-დან

$$Z(t) = \frac{1}{\gamma} \left( (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}) e^{\lambda t} + \lambda N_3(t) - \gamma_1 N_3(t) \right)$$

$$Z(t) = \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) e^{\lambda t} \quad (1.1.54)$$

ამოვხსნათ (1.1.37)-(1.1.38) (1.1.53)-სთვის, ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით

$Z_1(t) = C(t)e^{(\alpha-\alpha_1)t}$  სადაც  $C(t)$  მოიძებნება შემდეგი ტოლობიდან

$$C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2)N_3(t)e^{-(\alpha-\alpha_1)t}$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \int (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) e^{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))t} dt + Const$$

ა) ვთქვათ  $\lambda \neq \alpha - \alpha_1$

$$C(t) = -\frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \int (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) de^{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))t} + Const$$

$$C(t) = -\frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) e^{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))t} \right] +$$

$$+ \frac{\beta_1 - \beta_2}{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))^2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}) e^{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))t} + Const$$

$$Z_1(t) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] e^{\lambda t} +$$

$$+ Const \times e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

(1.1.35)-ის საშუალებით ვპოულობთ  $Const$  -ს

$$Const = N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right]$$

ამდენად

$$Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right] \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} +$$

$$+ \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] e^{\lambda t}$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta_1 - \beta_2}{(\lambda - (\alpha - \alpha_1))} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] \right] e^{\lambda t} \quad (1.1.55)$$

$$+ \frac{1}{2} \left( N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right] \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

ვიპოვოთ მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციულ ომში

$$\begin{aligned}
N_2(t) &= \frac{1}{2}(Z(t) - Z_1(t)) = \frac{1}{2} \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) e^{\lambda t} - \\
&- \frac{1}{2} \left[ N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right] \right] e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \\
&+ \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] e^{\lambda t} ] \\
N_2(t) &= \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \cdot \right. \\
&\cdot \left. \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) \right] \right] e^{\lambda t} + \quad (1.1.56) \\
&+ \frac{1}{2} \left( N_{20} - N_{10} + \frac{\beta_1 - \beta_2}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} \left[ \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30}}{\lambda - (\alpha - \alpha_1)} - N_{30} \right] \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}
\end{aligned}$$

б) згодності  $\lambda = \alpha - \alpha_1$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \int (N_{30} + (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t) dt + Const$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) + Const$$

$$Z_1(t) = \left( Const - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$Z_1(0) = Const = N_{10} - N_{20}; \quad Const = N_{10} - N_{20}$$

$$Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} \quad (1.1.57)$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2}(Z(t) + Z_1(t)) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) e^{\lambda t} + \right.$$

$$\left. + \left( N_{10} - N_{20} - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right) e^{\lambda t} \right]$$

$$\begin{aligned}
N_1(t) &= \frac{1}{2} \left[ N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t + \right. \\
&+ \left. N_{10} - N_{20} - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right] e^{\lambda t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_1(t) &= \left[ N_{10} + \frac{\lambda - \gamma_1}{2\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t - \right. \\
&- \left. \frac{1}{2} (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right] e^{\lambda t} \quad (1.1.58)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_2(t) &= \frac{1}{2}(Z(t) - Z_1(t)) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} + N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t \right) e^{\lambda t} - \right. \\
&\quad \left. - \left( N_{10} - N_{20} - (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right) e^{\lambda t} \right] \\
N_2(t) &= \left[ N_{20} + \frac{\lambda - \gamma_1}{2\gamma} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} (\beta_1 - \beta_2) \left( N_{30}t + \frac{1}{2} (\gamma(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_1 - \lambda)N_{30})t^2 \right) \right] e^{\lambda t}
\end{aligned} \tag{1.1.59}$$

3. თუ (1.1.29) ნულზე ნაკლებია, ანუ  $D < 0$ , მაშინ აღვნიშნოთ

$$\nu_1 = \frac{\alpha + \alpha_1 + \gamma_1}{2} \quad \nu_2 = \frac{\sqrt{4\gamma(\beta_1 + \beta_2) - (\gamma_1 - \alpha - \alpha_1)^2}}{2} \tag{1.1.60}$$

და ამ პირობებში (1.1.23)-ის ზოგად ამონახსნს აქვს სახე

$$N_3(t) = (C \cos \nu_2 t + C_1 \sin \nu_2 t) e^{\nu_1 t}$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \nu_1 (C \cos \nu_2 t + C_1 \sin \nu_2 t) e^{\nu_1 t} + \nu_2 (C_1 \cos \nu_2 t - C \sin \nu_2 t) e^{\nu_1 t}$$

ჩავსვამთ რა ამ ორ უკანასკნელ ტოლობაში,  $t = 0$  -ს, ვიპოვიტ  $C, C_1$  კოეფიციენტებს

$$N_3(0) = C = N_{30}$$

$$\frac{dN_3(0)}{dt} = \nu_1 N_{30} + \nu_2 C_1 = \gamma N_{10} + \gamma N_{20} + \gamma_1 N_{30}; \quad C_1 = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}}{\nu_2}$$

$$N_3(t) = \left( N_{30} \cos \nu_2 t + \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}}{\nu_2} \sin \nu_2 t \right) e^{\nu_1 t}$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა

$$A = \sqrt{N_{30}^2 + \left( \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}}{\nu_2} \right)^2} \tag{1.1.61}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\nu_2 N_{30}}{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}} \tag{1.1.62}$$

$$\begin{aligned}
N_3(t) &= A \left( \frac{N_{30}}{A} \cos \nu_2 t + \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30}}{\nu_2 A} \sin \nu_2 t \right) e^{\nu_1 t} \\
N_3(t) &= A (\sin \varphi \cos \nu_2 t + \cos \varphi \sin \nu_2 t) e^{\nu_1 t} \\
N_3(t) &= A \sin(\nu_2 t + \varphi) e^{\nu_1 t}
\end{aligned} \tag{1.1.63}$$

სადაც  $A$  და  $\varphi$  გამოითვლება შესაბამისად, (1.1.61) და (1.1.62) ფორმულებით,

ხოლო იმ შემთხვევაში როცა  $\gamma(N_{10} + N_{20}) - (\nu_1 - \gamma_1)N_{30} = 0$ , მაშინ ჩავთვალოთ, რომ

$$\varphi = \pi/2.$$

$$Z(t) = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{dN_3(t)}{dt} - \gamma_1 N_3(t) \right) = \frac{A}{\gamma} (\nu_2 \cos(\nu_2 t + \varphi) + \nu_1 \sin(\nu_2 t + \varphi) - \gamma_1 \sin(\nu_2 t + \varphi)) e^{\nu_1 t}$$

$$Z(t) = \frac{A}{\gamma} (\nu_2 \cos(\nu_2 t + \varphi) + (\nu_1 - \gamma_1) \sin(\nu_2 t + \varphi)) e^{\nu_1 t}, \text{ ალვნიშნოთ}$$

$$B = \sqrt{(\nu_1 - \gamma_1)^2 + \nu_2^2} \quad (1.1.64)$$

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\nu_2}{\nu_1 - \gamma_1} \quad (1.1.65)$$

ხოლო იმ შემთხვევაში როცა  $\nu_1 - \gamma_1 = 0$ , მაშინ ჩავთვალოთ, რომ  $\omega = \pi/2$ .

$$Z(t) = \frac{AB}{\gamma} \sin(\nu_2 t + \varphi + \omega) e^{\nu_1 t} \quad (1.1.66)$$

ამოგხსნათ (1.1.37)-(1.1.38) (1.1.56)-სთვის, ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით

$Z_1(t) = C(t) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$  სადაც  $C(t)$  მოიძებნება შემდეგი ტოლობიდან

$$\begin{aligned} C'(t) &= -(\beta_1 - \beta_2) N_3(t) e^{-(\alpha - \alpha_1)t} \\ C'(t) &= -(\beta_1 - \beta_2) A \sin(\nu_2 t + \varphi) e^{(\nu_1 - (\alpha - \alpha_1))t} \end{aligned} \quad (1.1.67)$$

ა) თუ  $\nu_1 = \alpha - \alpha_1$  მაშინ გვაქვს  $C'(t) = -(\beta_1 - \beta_2) A \sin(\nu_2 t + \varphi)$

$$C(t) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A \cos(\nu_2 t + \varphi) + \text{Const}$$

$$Z_1(t) = \left( \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A \cos(\nu_2 t + \varphi) + \text{Const} \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}, Z_1(0) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A \cos \varphi + \text{Const} = N_{10} - N_{20}$$

$$\text{Const} = N_{10} - N_{20} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A \cos \varphi;$$

$$Z_1(t) = \left( N_{10} - N_{20} + \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A (\cos(\nu_2 t + \varphi) - \cos \varphi) \right) e^{\nu_1 t}$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left( N_{10} - N_{20} + \frac{AB}{\gamma} \sin(\nu_2 t + \varphi + \omega) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A (\cos(\nu_2 t + \varphi) - \cos \varphi) \right) e^{\nu_1 t} \quad (1.1.68)$$

$$N_2(t) = \frac{1}{2} \left( N_{20} - N_{10} + \frac{AB}{\gamma} \sin(\nu_2 t + \varphi + \omega) - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\nu_2} A (\cos(\nu_2 t + \varphi) - \cos \varphi) \right) e^{\nu_1 t} \quad (1.1.69)$$

ბ) თუ  $\nu_1 \neq \alpha - \alpha_1$  მაშინ გვაქვს  $C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) A \int \sin(\nu_2 t + \varphi) e^{(\nu_1 - (\alpha - \alpha_1))t} dt + \text{Const}$



$$I \equiv \int \sin(v_2 t + \varphi) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} dt = \frac{(v_1 - (\alpha - \alpha_1)) \sin(v_2 t + \varphi) - v_2 \cos(v_2 t + \varphi)}{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2} e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t}$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) A \frac{(v_1 - (\alpha - \alpha_1)) \sin(v_2 t + \varphi) - v_2 \cos(v_2 t + \varphi)}{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2} e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} + Const$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{v_2}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \quad \cos \varphi_1 = \frac{v_1 - (\alpha - \alpha_1)}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \quad tg \varphi_1 = \frac{v_2}{v_1 - (\alpha - \alpha_1)}$$

$$C(t) = -(\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} + Const$$

$$Z_1(t) = \left( -(\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} + Const \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$Z_1(0) = Const - (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) = N_{10} - N_{20}$$

$$Const = (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) + N_{10} - N_{20}$$

$$Z_1(t) = \left( \begin{array}{l} -(\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) e^{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))t} + \\ + (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) + N_{10} - N_{20} \end{array} \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t}$$

$$N_1(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{10} - N_{20} + (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \left( \frac{AB}{\gamma} \sin(v_2 t + \varphi + \omega) - (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) \right) e^{v_1 t} \right] \quad (1.1.70)$$

$$N_2(t) = \frac{1}{2} \left[ \left( N_{20} - N_{10} - (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(\varphi - \varphi_1) \right) e^{(\alpha - \alpha_1)t} + \left( \frac{AB}{\gamma} \sin(v_2 t + \varphi + \omega) + (\beta_1 - \beta_2) \frac{A}{\sqrt{(v_1 - (\alpha - \alpha_1))^2 + v_2^2}} \sin(v_2 t + \varphi - \varphi_1) \right) e^{v_1 t} \right] \quad (1.1.71)$$

## §1.2 მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი

დავუშვათ, ანტაგონისტური მხარეები, რომლებიც ერთნაირი ინტენსივობით აწარმოებენ ინფორმაციულ ომს, უშუალოდ არ ითვალისწინებდნენ მოწინააღმდეგე მხარის მიერ გავრცელებულ ინფორმაციებს, ამასთან ორივე ერთნაირად ყურად იღებს მესამე - სამშვიდობო მხარის მოწოდებებს. ასეთ პირობებში (1.1.1) ზოგად წრფივ მოდელში ზოგიერთი კოეფიციენტი ნულს უტოლდება. კერძოდ  $\alpha_2$  და  $\beta_1$  ხდება ნული. მივიჩნიოთ რომ  $\gamma_3 = 0$ , ანუ მესამე მხარე, ერთნაირად რეაგირებს მხოლოდ ანტაგონისტური მხარეების მიერ მაპროვოცირებელი ინფორმაციების გავრცელებაზე [13, 73, 74]. ამრიგად, ავიღოთ  $\alpha_1 = \beta_2 = \alpha$ ,  $\alpha_3 = \beta_3 = \beta$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ ,  $\alpha_2 = \beta_1 = \gamma_3$ ,  $\alpha_2 = \beta_1 = \gamma_3 = 0$ . მაშინ (1.1.1) სისტემა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 N_1(t) + \gamma_2 N_2(t) \end{cases} \quad (1.2.1)$$

მოწინააღმდეგე მხარის იგნორირების (1.2.1) მოდელში  $\alpha$  შეიძლება მივიჩნიოთ ანტაგონისტური მხარეების აგრესიულობის მაჩვენებლად (ინდექსად),  $\beta$  - კი მათი სამშვიდობო მზაობის მაჩვენებლად, ყურად იღონ საერთაშორისო ორგანიზაციების სამშვიდობო მოწოდებანი.  $\gamma$  - თვით საერთაშორისო ორგანიზაციების სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსია. როგორც ქვემოთ დავინახავთ, იმის გათვალისწინებით, თუ რა სჭარბობს მოდელში - აგრესიულობის ინდექსი, თუ სამშვიდობო მზაობისა და სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსები, მნიშვნელოვნად იცვლება ინფორმაციული ომის განვითარება. (1.2.1) სისტემის ამონახსნებს (1.1.2) საწყისი პირობებისთვის ვეძებთ  $[0; +\infty)$  არეზე, (1.2.1) სისტემა წარმოადგენს (1.1.17) სისტემის კერძო შემთხვევას, როცა

$$\alpha = \alpha; \quad \alpha_1 = 0; \quad \beta_1 = \beta_2 = 0; \quad \gamma_1 = 0 \quad (1.2.2)$$

ამ შემთხვევაში (1.2.1) -ის ამოხსნების საპოვნელად ავიღოთ (1.1.17)-ის ამოხსნები და გავითვალისწინოდ (1.2.2). ამასთან (1.1.23)-ის მახასიათებელი განტოლება იქნება

$$\lambda^2 - \alpha\lambda + 2\beta\gamma = 0 \quad (1.2.3)$$

(1.1.27) , (1.1.28), (1.1.29) მიიღებს შესაბამისად სახეს

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} \quad (1.2.4)$$

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma \quad (1.2.5)$$

ა) თუ (1.2.5) დადებითია, ანუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , მაშინ (1.1.2)-(1.1.5) -ს გათვალისწინებით (1.1.32) მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის აქტივობა ინფორმაციულ ომში გამოსახება შემდეგნაირად:

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.7)$$

პირველი და მეორე მხარეებისთვის მათი აქტიურობის დასადგენად გამოვიყენოთ შესაბამისად (1.1.44) და (1.1.45). თუ გავითვალისწინებთ, რომ

$$\frac{\lambda_1}{\gamma} = \frac{2\beta}{\lambda_2} \quad \text{და} \quad \frac{\lambda_2}{\gamma} = \frac{2\beta}{\lambda_1} \quad (1.2.8)$$

მაშინ (1.2.2) და (1.2.8)-იდან (1.1.44) და (1.1.45) შესაბამისად ჩაიწერება:

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.9)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.10)$$

შევნიშნოთ, რომ  $N_2(t)$   $N_1(t)$ -სგან განსხვავდება იმით, რომ მხოლოდ  $N_{10}$  და  $N_{20}$  უცვლიან ერთმანეთს ადგილებს ანუ ამონახსნები მათ მიმართ სიმეტრიულია

1. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , მაშინ (1.1.53)-დან (1.2.2)-ის გათვალისწინებით ვღებულობთ (1.2.1)-ის ამონახსნს  $N_3(t)$ -ის მიმართ

$$N_3(t) = \left[ N_{30} + (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30}) t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (1.2.11)$$

და ანალოგიურად ვიპოვით  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  ამონახსნებს, ჩავსვამთ რა (1.1.55) და

(1.1.56) -ში შესაბამისად (1.2.2)-ს და გავითვალისწინებთ, რომ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , მაშინ

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \left[ \frac{N_{10} + N_{20}}{2} + \frac{2\beta}{\alpha} (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30}) t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (1.2.12)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \left[ \frac{N_{10} + N_{20}}{2} + \frac{2\beta}{\alpha} (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30}) t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (1.2.13)$$

2. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ , მაშინ (1.2.3)-ის ამონახსნს  $N_3(t)$  -ს აქვს შემდეგი სახე, რომელიც მიიღება (1.1.63) -ში (1.2.2) -ის გათვალისწინებით და  $\varphi$  -ის მაგივრად ავიღოთ  $\theta$ :

$$N_3(t) = \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \theta\right) \quad (1.2.14)$$

სადაც  $\operatorname{tg}\theta = \frac{N_{30}\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30}}$ . (1.1.70) და (1.1.71) -ის საშუალებით (1.2.2) გათვა-

ლისწინებით ვიპოვიტ დანარჩენ საძებნ ფუნქციებს, აღვნიშნოთ, რომ  $\omega$ -ის ნაცვლად აღებულა  $\varphi$ :

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \theta + \varphi\right) \quad (1.2.15)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \theta + \varphi\right) \quad (1.2.16)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha}.$$

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა (1.1.2) -ში  $N_{30} = 0$ , ანუ საერთაშორისო ორგანიზაციები არ "ფხიზლობენ" და რეაგირებას აკეთებენ მხარეების მიერ უკვე გაჩაღებულ ინფორმაციულ ომზე - ანუ გვაქვს არაპრევენციული შემთხვევა. ამ შემთხვევაში (1.2.7), (1.2.9)-(1.2.16) ფორმულებიდან მივიღებთ:

ა)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \quad (1.2.17)$$

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.18)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.2.19)$$

$$\delta) D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$$

$$N_3(t) = \gamma(N_{10} + N_{20})te^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.20)$$

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{2\alpha} (\alpha + 4\beta\gamma) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.21)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{2\alpha} (\alpha + 4\beta\gamma) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.22)$$

$$\delta) D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$$

$$N_3(t) = \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t\right) \quad (1.2.23)$$

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{2\beta\gamma} \frac{(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) \quad (1.2.24)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{2\beta\gamma} \frac{(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) \quad (1.2.25)$$

სადაც  $tg\varphi = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha}$ . განვიხილით შემთხვევა როცა საერთაშორისო ორგანი-

ზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს და გამოვიკვლიოთ ინფორმაციული ომის მიმდინარეობა სხვადასხვა  $D$ -ს შემთხვევაში:  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ . აგრესიულობის ინდექსის კვადრატი მეტია სამშვიდობო მზაობისა და სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსების გარვამაგებულ ნამრავლზე, რაც აშკარად მიუთითებს ანტაგონისტური მხარეების დიდ აგრესიულ განწყობაზე ინფორმაციულ ომში.

$N_{10} = N_{20}$ , იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომიდ აიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე უშედეგოა - ისინი აძლიერებენ ინფორმაციული შეტევებს. (1.2.18), (1.2.19) - დან  $N_{10} = N_{20}$  -ის გათვალისწინებით

$$N_1(t) = 2\beta\gamma N_{10} \frac{1}{\sqrt{D}} \left( \frac{e^{\lambda_1 t}}{\lambda_2} - \frac{e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1} \right) \rightarrow +\infty, \quad (1.2.26)$$

$$N_2(t) = 2\beta\gamma N_{10} \frac{1}{\sqrt{D}} \left( \frac{e^{\lambda_1 t}}{\lambda_2} - \frac{e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1} \right) \rightarrow +\infty, \quad (1.2.27)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$ . ვაჩვენოთ (1.2.26) მტკიცების სამართლიანობა  $N_1(t)$  -სთვის, ხოლო (1.2.27)-ს თანახმად,  $N_2(t)$  -იგივეურად ტოლია  $N_1(t)$ -ს. მართლაც,  $[0; +\infty)$  არეზე  $N_1(t)$  დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრელია.  $N_1(t)$ -ს დადებითობა გამომდინარეობს შემდეგი თანაფარდობებიდან:  $N_1(0) = N_{10} > 0$ ;  $2\beta\gamma N_{10} \frac{1}{\sqrt{D}} > 0$ , რადგანაც  $\beta, \gamma > 0$ , ხოლო

$$\frac{e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} > 0 \quad (1.2.28)$$

გამომდინარეობს იქიდან, რომ  $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$ ,  $\frac{1}{\lambda_2} > \frac{1}{\lambda_1} > 0$ ,  $e^{\lambda_1 t} > e^{\lambda_2 t}$ .  $N_1(t)$  -ს ზრდადობის მაჩვენებელია მისი წარმოებულის დადებითობა -

$$N_1'(t) = \frac{2\beta\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} \frac{\lambda_2 e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1} \left( \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1 \right) > 0,$$

რადგან ამ გამოსახულების ყველა თანამამრავლი დადებითია.  $N_1(t)$  ზემოდან შემოუსაზღვრელია, რადგანაც  $N_1(t) \cong 2\beta\gamma N_{10} \frac{1}{\sqrt{D}} \frac{e^{\lambda_1 t}}{\lambda_2}$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ . რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს

$$N_3(t) = \frac{2\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \geq 0$$

$t \in [0, +\infty)$  -სთვის,  $N_3(t) \rightarrow +\infty$  როცა  $t \rightarrow +\infty$ ,  $N_3(0) = 0$  და შემდეგ იზრდება  $t$ -ს გაზრდასთან ერთად, რადგან მისი წარმოებული დადებითია.

$$N_3'(t) = \frac{2\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} \lambda_2 e^{\lambda_2 t} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1 \right) > 0$$

$N_3(t)$  შემოუსაზღვრელია ზემოდან რადგანაც -

$$N_3(t) \cong \frac{2\gamma N_{10}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t}, \quad t \rightarrow +\infty$$

ამდენად, ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ -სთვის, ანტაგონისტური მხარეების ერთნაირი სასტარტო პირობების ( $N_{10} = N_{20}$ ) შემთხვევაში, ისინი ზრდიან თავიანთ აქტიურობას,  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ფუნქციები მონოტონურად იზრდება - ანუ ინფორმაციული ომი არ ცხრება და სულ უფრო

იკრებს ძალეზს. იხილე ლოსტინგი 1.2.1. და ნახატი 1.2.1.

ლოსტინგი 1.2.1

```
%uwyveti ignorireba nonprevencia d meti%
```

```
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=20;
```

```
x0=2.5; y0=2.5; z0=0; d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
```

```
l1=(alfa+d)/2; l2=(alfa-d)/2;
```

```
A=(gamma*(x0+y0)-l2*z0)/d; B=(gamma*(x0+y0)-l1*z0)/d;
```

```
A1=beta*A/l2; B1=beta*B/l1;
```

```
qveda=gamma*(x0+y0)/l2;
```

```
t=0:0.01:N; z=A*exp(l1*t)-B*exp(l2*t);z1=A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t);
```

```
x=((x0-y0)/2)*exp(alfa*t)+z1;y=((y0-x0)/2)*exp(alfa*t)+z1;
```

```
plot(t,x,t,y,t,z,'lineWidth',2.5)
```

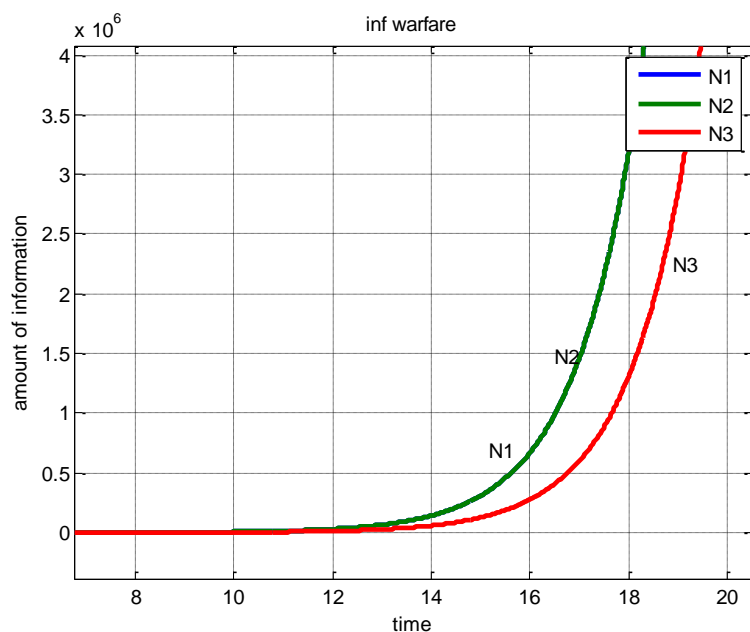
```
title('inf warfare')
```

```
xlabel('time')
```

```
ylabel('amount of information')
```

```
legend('N1','N2','N3')
```

```
grid on
```



ნახატი 1.2.1. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D>0$ , ტოლი სასტარტო პირობები.

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16, \quad N_{10} = N_{20} = 2,5$$

$N_{10} > N_{20}$  თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, მაშინ

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} \left( \frac{1}{\lambda_2} e^{\lambda_1 t} - \frac{1}{\lambda_1} e^{\lambda_2 t} \right) \quad (1.2.29)$$

$t \in [0, +\infty)$  -სთვის დადებითია, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრელია.

(1.2.29)-ის მეორე წევრი უკვე გამოკვლეულია ზემოთ და იგი დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრელია. მას ემატება ექსპონენციალური ფუნქცია დადებითი კოეფიციენტებით  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2} > 0$ ,  $\alpha > 0$ , რომელიც ასევე დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრელია. შესაბამისად ჯამი, ანუ  $N_1(t)$ -ც დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრელია.

რაც შეეხება  $N_2(t)$ -ს, იგი  $t=0$  წერტილში  $N_2(0) = N_{20} > 0$ , ამ წერტილში მისი წარმოებული (1.2.1) სისტემისა და (1.2) საწყისი პირობებიდან დადებითია -  $N_2'(0) = \alpha N_{20} > 0$ , ამიტომ 0-ის გარკვეულ მარჯვენა მიდამოში  $N_2(t)$  დადებითი და ზრდადია.

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} \left( \frac{1}{\lambda_2} e^{\lambda_1 t} - \frac{1}{\lambda_1} e^{\lambda_2 t} \right) \quad (1.2.30)$$

მაგრამ უკვე  $t$ -ს გაზრდასთან ერთად  $N_2(t)$  აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას და შემდეგ ხდება მონოტონურად კლებადი და მიისწრაფის  $-\infty$  სკენ. მართლაც

$$N_2(t) = e^{\alpha t} \left( \frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \right) \quad (1.2.31)$$

გამოსახულების ნიშანს განსაზღვრავს ფრჩხილებში მოთავსებული თანამამრავლის ნიშანი.

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \quad (1.2.32)$$

(1.2.32) -ის მეორე და მესამე წევრების აბსოლუტური მნიშვნელობა გახდება რაგინდ მცირე საკმაოდ დიდი  $t$ -სთვის, ამდენად როცა  $t \rightarrow +\infty$  (1.2.32) -ის ნიშანს



განსაზღვრავს პირველი შესაკრების  $\frac{N_{20}-N_{10}}{2}$  ნიშანი, ანუ იქნება უარყოფითი, რადგანაც  $\frac{N_{20}-N_{10}}{2} < 0$ , აქედან გამომდინარე  $N_2(t)$  მიისწრაფის  $-\infty$ -სკენ მონოტონურად.  $N_2(t)$  უწყვეტი ფუნქციების ჯამს წარმოადგენს და თავადაც უწყვეტია, ამდენად, რადგანაც ის  $t=0$  -სთვის ის დადებითია, ხოლო დიდი  $t$  -სთვის უარყოფითი, იგი აუცილებლად გადაკვეთს აბსცისას, ანუ მას გააჩნია ნული. ეს მოხდება  $t^*$  წერტილში, რომელიც წარმოადგენს შემდეგი ტრანსცენდენტური განტოლების ამონახსნს

$$\frac{N_{20}-N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\lambda_2\sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\lambda_1\sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} = 0 \quad (1.2.33)$$

ე.ი.  $N_2(t^*) = 0$ .  $0 \leq t < t^*$  სთვის  $N_2(t)$  დადებითია და აღწევს მაქსიმუმს  $t^{**}$  წერტილში, რომელიც წარმოადგენს შემდეგი განტოლების ამონახსნს  $-N_2'(t) = 0$ ,

$$\alpha \left( \frac{N_{20}-N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\lambda_2\sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\lambda_1\sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \right) + \beta \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} = 0 \quad (1.2.34)$$

რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს ანუ მესამე მხარეს, ის აძლიერებს თავის აქტიურობას,

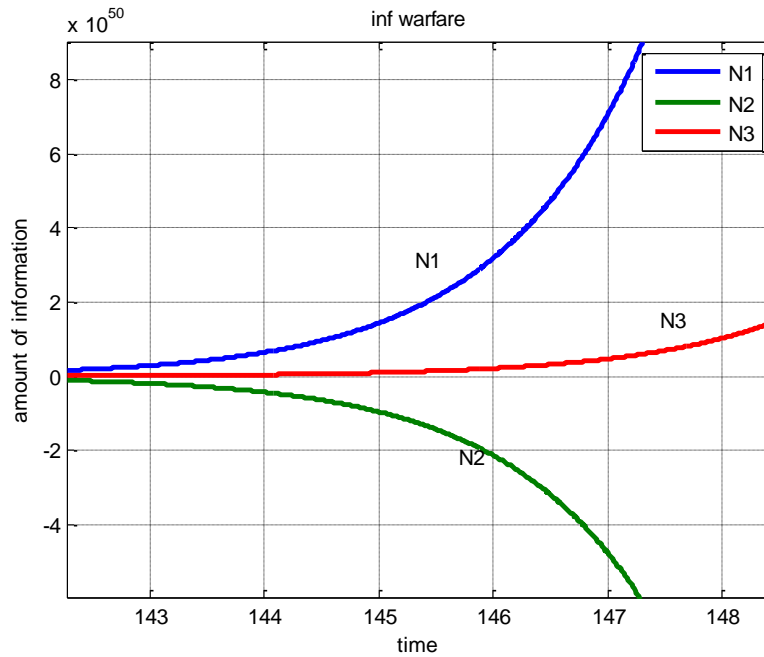
$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \rightarrow +\infty, \quad (1.2.35)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$ .  $N_3(t)$   $t=0$  -ში ნულის ტოლია, შემდეგ იზრდება, მართლაც  $N_3'(t) > 0$

$$N_3'(t) = \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\sqrt{D}} (\lambda_1 e^{\lambda_1 t} - \lambda_2 e^{\lambda_2 t}) > 0 \quad (1.2.36)$$

$N_3(t)$  შემოუსაზღვრელია ზემოდან. მართლაც  $-N_3(t) \cong \frac{\gamma(N_{10}+N_{20})}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t}$ ,  $t \rightarrow +\infty$

იხილე ნახატი 1.2.2.



ნახატი 1.2.2. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 2,5$ ;  $N_{20} = 1,5$

$N_{10} < N_{20}$ . თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველისაზე, ანუ  $N_{10} < N_{20}$ , მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები - უკვე მეორე მხარე აძლიერებს ინფორმაციული შეტევებს

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \rightarrow +\infty, \quad (1.2.37)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$ . ხოლო პირველი მხარე, ჯერ ააქტიურებს ინფორმაციული შეტევებს, გადის მაქსიმუმზე, მერე ამცირებს, და ბოლოს წყვეტს ინფორმაციული ომს ( $t^*$ -ში გადის ნულზე)

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \rightarrow -\infty, \quad (1.2.38)$$

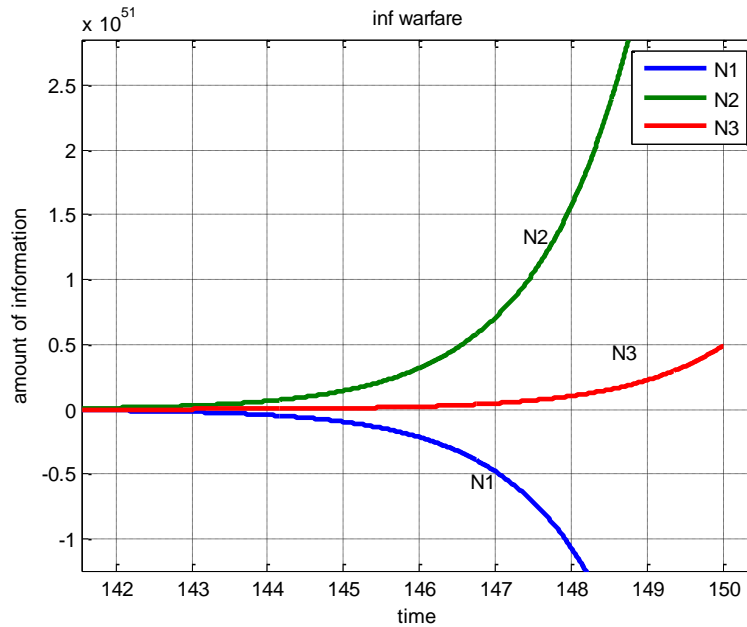
როცა  $t \rightarrow +\infty$ .  $t^*$  კი წარმოადგენს ტრანსცედენტური განტოლების ამოხსნას

$$\frac{N_{10} - N_{20}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} = 0 \quad (1.2.39)$$

მესამე მხარე კი აძლიერებს თავის აქტიურობას და მისთვის სამართლიანია

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}) \rightarrow +\infty, \quad (1.2.40)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$ . იხილე ნახატი 1.2.3.



ნახატი 1.2.3. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია  
 პირველზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 1,5$ ;  $N_{20} = 2,5$

ამდენად აღსანიშნავია, რომ მესამე მხარეს არაპრევენციული მიდგომისას ( $N_{30} = 0$ ), შეუძლია ნაწილობრივი ზემოქმედების მოხდენა ინფორმაციული ომზე, კერძოდ ერთ-ერთ მხარეზე, თუ კი ანტაგონისტური მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს არათანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} \neq N_{20}$ ). ამასთან მესამე მხარის ზემოქმედება ხდება იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის საწყისი პირობაც ნაკლებია და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა კი თავიდან იგი აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, მაგრამ შემდეგ ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს და საერთოდ წყვეტს მას.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსი ჯერ კიდევ საკმაოდ მაღალია და გვაქვს ანალოგიები  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევასთან, მართლაც.

$N_{10} = N_{20}$ , იმ შემთხვევაში, თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს ( $N_{30} = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე უშედეგოა - ისინი აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს, და (1.2.20), (1.2.21), (1.2.22) - დან

გამომდინარეობს  $N_1(t) \rightarrow +\infty$ ,  $N_2(t) \rightarrow +\infty$ ,  $N_3(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ . მართლაც (1.2.20), (1.2.21), (1.2.22) გადავწეროთ შემდეგნაირად

$$N_1(t) = \frac{N_{10}}{2}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.41)$$

$$N_2(t) = \frac{N_{10}}{2}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.42)$$

$$N_3(t) = 2\gamma N_{10} t e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.43)$$

$[0; +\infty)$  არეზე ფუნქციები  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  დადებითები, ზრდადები და ზემოდან შემოუსაზღვრელი არიან, რადგანაც წარმოადგენენ  $[0; +\infty)$  არეზე  $\frac{N_{10}}{2}(\alpha t + 2)$  და  $e^{\frac{\alpha}{2}t}$  დადებითი, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრელი ფუნქციების ნამრავლს. იგივე ითქმის  $N_3(t)$ -სთვის  $(0, +\infty)$  არეზე.

$N_{10} > N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორის სასტარტო პირობაზე, მაშინ

$$N_1(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.44)$$

$[0; +\infty)$  არეზე ფუნქცია  $N_1(t)$  დადებითი, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრელია, რადგანაც წარმოადგენენ  $[0; +\infty)$  არეზე  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\alpha t}$  და  $\frac{N_{10} + N_{20}}{2}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t}$  დადებითი, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრელი ფუნქციების ჯამს. რაც შეეხება  $N_2(t)$ -ს, იგი  $t=0$  წერტილში დადებითია  $N_2(0) = N_{20} > 0$ , ამ წერტილში მისი წარმოებული (1.2.1) სისტემისა და (1.1.2) საწყისი პირობებიდან დადებითია  $N_2'(0) = \alpha N_{20} > 0$ , ამიტომ  $0$ -ის გარკვეულ მარჯვენა მიდამოში  $N_2(t)$  დადებითი და ზრდადია.

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4}(\alpha t + 2) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.45)$$

მაგრამ, უკვე  $t$ -ს გაზრდასთან ერთად  $N_2(t)$  აღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას და შემდეგ ხდება მონოტონურად კლებადი და მიისწრაფის  $-\infty$ -სკენ. მართლაც

$$N_2(t) = e^{\alpha t} \left( \frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4} (\alpha t + 2) e^{-\frac{\alpha}{2}t} \right) \quad (1.2.46)$$

გამოსახულების ნიშანს განსაზღვრავს ფრჩხილებში მოთავსებული თანამამრავლის ნიშანი.

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4} (\alpha t + 2) e^{-\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.47)$$

(1.2.47) -ის მეორე წევრის მნიშვნელობა გახდება რაგინდ მცირე საკმაოდ დიდი  $t$  -სათვის, ამდენად როცა  $t \rightarrow +\infty$  (1.2.47) -ის ნიშანს განსაზღვრავს პირველი შესაკრების  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2}$  ნიშანი, ანუ იქნება უარყოფითი, რადგანაც  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2} < 0$ , აქედან გამომდინარე  $N_2(t)$  მისწრაფის  $-\infty$  სკენ მონოტონურად.  $N_2(t)$  უწყვეტი ფუნქციების ჯამს წარმოადგენს და თავადაც უწყვეტია, ამდენად რადგანაც  $t=0$  -სთვის ის დადებითია, ხოლო დიდი  $t$  -სათვის უარყოფითი, იგი აუცილებლად გადაკვეთს აბსცისას, ანუ მას გააჩნია ნული. ეს მოხდება  $t_2^*$  წერტილში, რომელიც წარმოადგენს შემდეგი ტრანსცენდენტური განტოლების ამონახსნს

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4} (\alpha t + 2) e^{-\frac{\alpha}{2}t} = 0 \quad (1.2.48)$$

ე.ი.  $N_2(t_2^*) = 0$ .  $0 \leq t < t_2^*$  სთვის  $N_2(t)$  დადებითია და აღწევს მაქსიმუმს  $t_2^{**}$  წერტილში, რომელიც წარმოადგენს შემდეგი განტოლების ამონახსნს  $N_2'(t) = 0$ ,

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4} (\alpha t + 2) e^{-\frac{\alpha}{2}t} + \frac{N_{10} + N_{20}}{4} e^{-\frac{\alpha}{2}t} - \frac{N_{10} + N_{20}}{8} (\alpha t + 2) e^{-\frac{\alpha}{2}t} = 0 \quad (1.2.49)$$

რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს ანუ მესამე მხარეს, ის აძლიერებს თავის აქტიურობას, (იხ. (1.2.43)).

$N_{10} < N_{20}$ . თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორეს პირველზე მეტი სასტარტო პირობა აქვს, მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები - უკვე მეორე მხარე აძლიერებს ინფორმაციულ შეტევებს  $N_2(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ . ხოლო პირველი მხარე, ჯერ ააქტიურებს ინფორმაციულ შეტევებს, გადის მაქსიმუმზე, მერე ამცირებს, და ბოლოს წყვეტს ინფორმაციულ ომს.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ . ამ შემთხვევაში, აგრესიულობის ინდექსის კვადრატის ნაკლებია

სამშვიდობო მზაობისა და აქტიურობის ინდექსების გარვამაგებულ ნამრავლზე, ანუ მოსალოდნელია რომ სამშვიდობო აქტიურობამ "აჯობოს" (გადაფაროს) აგრესიულობა.  $N_{10} = N_{20}$ . მართლაც თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტური მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე შედეგიანია. მართლაც, ფუნქციები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ , (1.2.24), (1.2.25) ის თანახმად

$$N_1(t) = \sqrt{2\beta\gamma} \frac{2N_{10}}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) \quad (1.2.50)$$

$$N_2(t) = \sqrt{2\beta\gamma} \frac{2N_{10}}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) \quad (1.2.51)$$

გადიან ნულზე, როცა

$$t^* = \frac{2(\pi - \varphi)}{\sqrt{-D}} \quad (1.2.52)$$

სადაც  $\varphi$  -სთვის სამართლიანია

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{-D}}{\alpha} \quad (1.2.53)$$

რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს

$$N_3(t) = \frac{4\gamma N_{10}}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t\right) \quad (1.2.54)$$

ისინი ნულზე გადიან  $t^{**} = \frac{2\pi}{\sqrt{-D}}$  -ში,  $t^*$  -ის შემდეგ, ანუ მესამე მხარე ასრულებს სამშვიდობო მოწოდებების გავრცელებას მას მერე, რაც ანტაგონისტური მხარეები დაასრულებენ ინფორმაციულ ომს.

$N_{10} > N_{20}$ . თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და ამასთან პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, მაშინ (1.2.24)-დან  $N_1(t)$  ფუნქციის ნულთან ტოლობით ვიპოვიტ დროს, როცა პირველი მხარე წყვეტს ინფორმაციულ ომს.

$$\frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\frac{\alpha}{2}t} + \sqrt{2\beta\gamma} \frac{(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) = 0 \quad (1.2.55)$$

აქედან

$$\sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) = -\frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \frac{\sqrt{-D}}{2\sqrt{2\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (1.2.56)$$

(1.2.56) -ის ამონახსნი არსებობს მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა

$$1 \geq -\frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \frac{\sqrt{-D}}{2\sqrt{2\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \geq -1 \quad (1.2.56)$$

ან რაც, ჩვენ შემთხვევაში, იგივეა  $0 < \frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \frac{\sqrt{-D}}{2\sqrt{2\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \leq 1$

$$0 \leq t \leq \frac{2}{\alpha} \ln\left(\frac{N_{20} + N_{10}}{N_{10} - N_{20}} \sqrt{\frac{8\gamma\beta}{8\beta\gamma - \alpha^2}}\right) \quad (1.2.57)$$

ამდენად (1.2.56) -ის ამონახსნი  $t_1^*$  უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს

$$0 \leq t_1^* \leq \frac{2}{\alpha} \ln\left(\frac{N_{20} + N_{10}}{N_{10} - N_{20}} \sqrt{\frac{8\gamma\beta}{8\beta\gamma - \alpha^2}}\right) \quad (1.2.58)$$

$$t_1^* = \frac{2}{\sqrt{-D}} \arcsin\left(\frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \cdot \frac{\sqrt{-D}}{\sqrt{8\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t_1^*}\right) + \frac{2}{\sqrt{-D}}(\pi - \varphi) > \frac{2}{\sqrt{-D}}(\pi - \varphi) \quad (1.2.59)$$

(1.2.58) და (1.2.59) პირობების შესრულება შესაძლებელია  $\gamma$ -ს შერჩევით,  $\beta$   $\gamma$  ნამრავლი უნდა იყოს საკმაოდ დიდი რიცხვი. (1.2.56)-ის ამონახსნი საკმაოდ დიდი  $\gamma$  -ის-თვის არსებობს, მართლაც საილუსტრაციოდ (1.2.56)-ის მარცხენა და მარჯვენა მხარეები განვიხილოთ, როგორც ფუნქციები. მარცხენა მხარის შესაბამისი სინუს ფუნქციის გრაფიკი მაშინ გადაკვეთს მარჯვენა მხარის მაჩვენებლიანი ფუნქციის გრაფიკს, როცა მას აქვს შესაბამისი სიხშირე, ანუ მანამ სანამ მაჩვენებლიანი ფუნქცია აბსოლუტური მნიშვნელობით არ აღემატება ერთს, სინუს ფუნქცია ასწრებს სრული რხევის შესრულებას და ამდენად ამ ფუნქციის გრაფიკები ერთხელ მაინც გადაიკვეთებიან. ეს სიხშირე კი -  $\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}$  დამოკიდებულია  $\gamma$ -ზეც და ამ უკანას-კნელის გაზრდით, სიხშირეც იზრდება. საილუსტრაციოდ იხილეთ ლისტინგი 1.2.2. და ნახატები 1.2.4-1.2.6.

ლისტინგი 1.2.2.

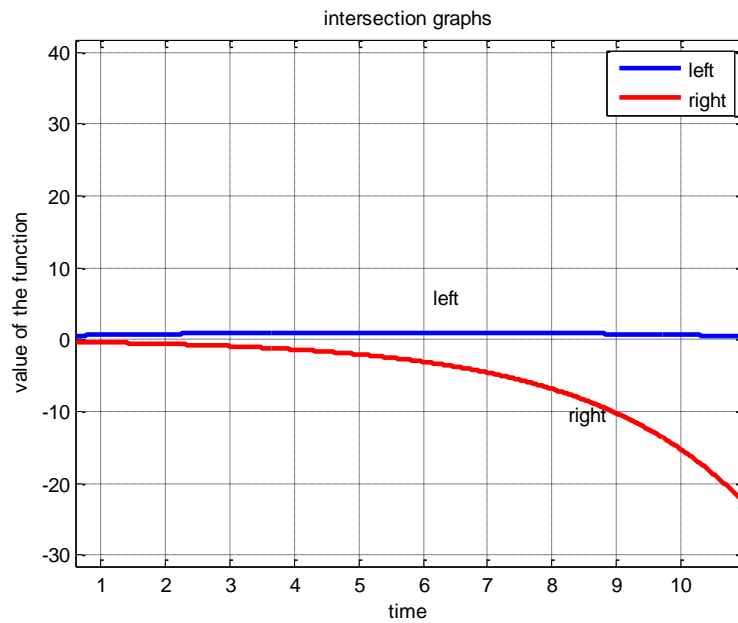
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=2; N=15; x0=2.5; y0=1.5; d=sqrt(8\*beta\*gamma-alfa^2);

fi=atan(d/alfa); n=0:0.01:N;x=sin(d\*n/2+fi);

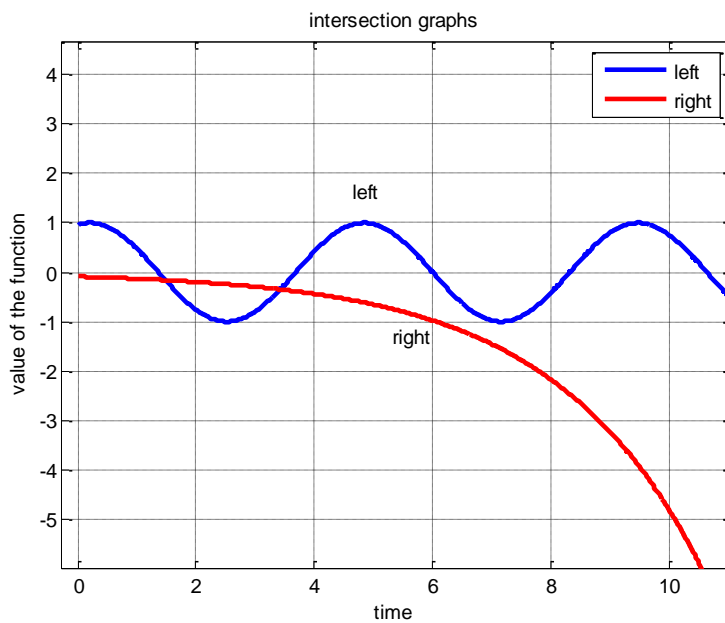
```

y=(y0- x0)*exp(alfa*n/2)/((x0+y0)*sqrt(8*beta*gamma));
plot(n,x,n,y,'r','LineWidth',1.5)
title('intersection graphs')
xlabel('time')
ylabel('value of the function')
legend('left','right')
grid on

```

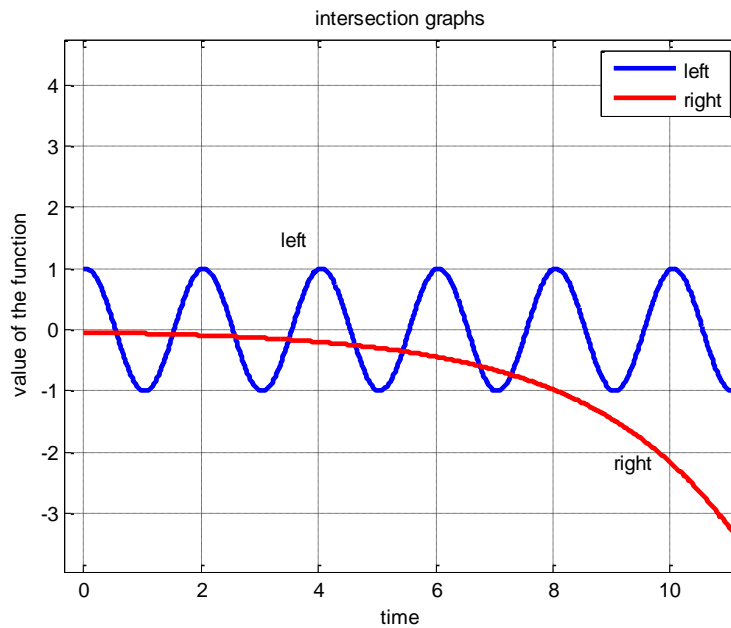


ნახატი 1.2.4 .(1.2.56) განტოლების ამოხსნის გრაფიკული ხერხი,  $\gamma=2$





ნახატი 1.2.5 . (1.2.56) განტოლების ამოხსნის გრაფიკული ხერხი,  $\gamma=20$



ნახატი 1.2.6. (1.2.56) განტოლების ამოხსნის გრაფიკული ხერხი,  $\gamma=100$

ნახატებზე 1.2.7 და 1.2.8 ნაჩვენებია მხარეთა აქტიურობა ინფორმაციულ ომში, ნახატზე 1.2.7 პირველი მხარე არ გადის ნულზე, ნახაზზე 1.2.8 კი გაზრდილი  $\gamma$ -სთვის, პირველი მხარე უკვე გადის ნულზე. მართალია  $\gamma$ -ს გაზრდით (1.2.56)-ის მარჯვენა ნაწილში მაჩვენებლიანი ფუნქციის წინ მყოფი კოეფიციენტების ნამრავლი იზრდება, თუმცა კი ერთზე ნაკლები რჩება, მაგრამ (1.2.56)-ის მარცხენა ნაწილში მოთავსებული სინუსის სიხშირე (დროის ცვლადის წინ არსებული კოეფიციენტი) მატულობს, ე.ი დროის ერთეულში უფრო მეტ რხევას აკეთებს, და ამიტომ სათანადოდ გაზრდილი სიხშირის პირობებში (1.2.56)-ის მარჯვენა და მარცხენა მხარეებით განსაზღვრული ფუნქციების გრაფიკები გადაიკვეთებიან, რაც ნიშნავს იმას, რომ ამ გადაკვეთის წერტილის აბცისით მითითებულ დროში პირველი მხარე გადის ნულზე.

ლისტინგი 1.2.3

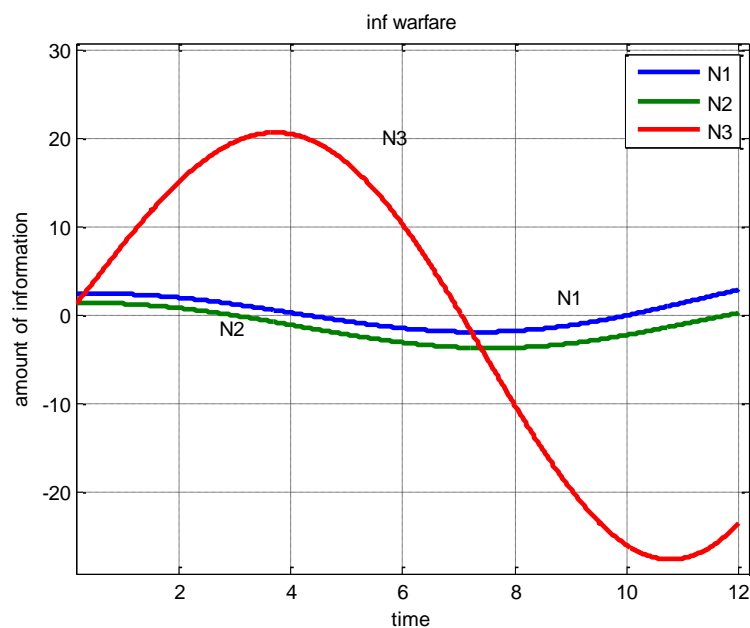
% uwyveti ignori d naklebia % alfa=0.8; beta=0.05; gamma=2; N=12; x0=2.5; y0=1.5;

d=sqrt(8\*beta\*gamma-alfa^2); fi=atan(d/alfa);

```

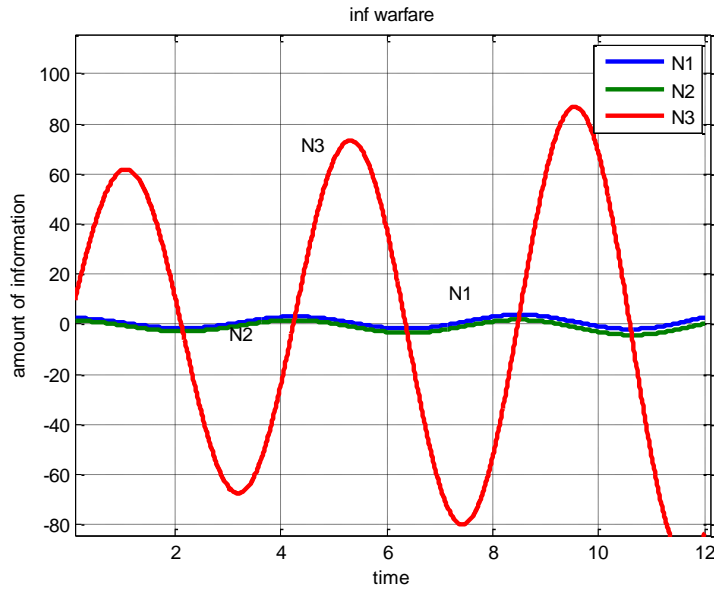
n=0:0.01:N; z1=2*gamma*(x0+y0)/d; z2=z1*exp(alfa*n/2); z=z2.*sin(d*n/2);
z3=sqrt(2*beta*gamma)*((x0+y0)/d)*exp(alfa*n/2); x=(x0-y0)*exp(alfa*n)/2+z3.*sin(d*n/2+fi);
y=(y0-x0)*exp(alfa*n)/2+z3.*sin(d*n/2+fi);
plot(n,x,n,y,n,z,'LineWidth',1.5)
title('inf warfare')
xlabel('time')
ylabel('amount of information')
legend('N1','N2','N3')
grid on

```



ნახატი 1.2.7. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობები

მეტია მეორისაზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,08$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$   $x_0 > y_0$ ,  $N_{10} = 2.5$ ,  $N_{20} = 1.5$



ნახატი 1.2.8. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ ,  $\alpha = 0.08$ ;  $\beta = 0.05$ ;  $\gamma = 22$ ;  $N_{10} > N_{20}$ ;  $N_{10} = 2.5$ ;  $N_{20} = 1.5$

მეორე მხარის -  $N_2(t)$ -ს ნიშანი დიდი  $t$ -სთვის (1.2.26)-ში ემთხვევა  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2}$ -ს

ნიშანს, ანუ უარყოფითია, ამიტომ  $N_2(t)$ -ს გააჩნია ნული ნებისმიერ შემთხვევაში

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \sqrt{2\beta\gamma} \frac{(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \varphi\right) = 0 \quad (1.2.60)$$

(1.2.60) განტოლების ამონახსენი  $t_2^*$  უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს

$$0 \leq t_2^* \leq \frac{2}{\alpha} \ln\left(\frac{N_{20} + N_{10}}{N_{10} - N_{20}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}}\right) \quad (1.2.61)$$

$$t_2^* = \frac{2}{\sqrt{-D}} \left( \arcsin\left(\frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \frac{\sqrt{-D}}{\sqrt{8\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2}t_2^*}\right) - \varphi \right) \quad (1.2.62)$$

საერთაშორისო ორგანიზაციები წყვეტენ თავის სამშვიდობო ძალისხმევას ანტაგონისტურ მხარეზე ინფორმაციული ომის ჩაქრობის შემდეგ.

$$N_3(t) = \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{-D}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t\right) = 0 \quad (1.2.63)$$

განტოლების ამონახსენი

$$t^* = \frac{2\pi}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \quad (1.2.64)$$

ე.ი. მესამე მხარე გადის ნულზე  $t^*$  წერტილში  $t_2^* < t_1^* < t^*$ .  $N_{10} < N_{20}$ . თუ კი ანტა-

გონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორეს პირველზე მეტი სასტარტო პირობა აქვს, მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს, და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ -სთვის.

### §1.3. მოწინააღმდეგის იგნორირების პრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი

ინფორმაციულ ომში საერთაშორისო ორგანიზაციებს შეუძლიათ თავიდანვე აქტიურად ჩაებან, ანუ (1.2.1) მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელში მესამე მხარის საწყისი მნიშვნელობა ამ შემთხვევაში განსხვავებულია ნულისგან [13,76]. ამ შემთხვევას ვუწოდოთ პრევენციული და ცხადია, რომ რაც მეტია მესამე მხარის საწყისი მნიშვნელობა, მით მეტ პრევენციულ ზემოქმედებას ახდენს საერთაშორისო ორგანიზაციები ორ დაპირისპირებულ მხარეზე. ამ პარაგრაფში ნაჩვენებია, რომ ინფორმაციულ ომზე საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედების ხარისხი გაცილებით დიდია, ანტაგონისტურ მხარეთა მაღალი აგრესიულობის ინდექსის შემთხვევაშიც კი, თუ კი მათ მოქმედებას ექნება პრევენციული ხასიათი ( $N_{30} > 0$ ). გამოვიკვლიოთ ინფორმაციული ომის მიმდინარეობა სხვადასხვა  $D$ -ს შემთხვევაში.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ . განვიხილოთ სასტარტო პირობების სხვადასხვა შემთხვევები.

$N_{10} = N_{20}$ , იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე ერთნაირია,  $N_1(t) = N_2(t)$ . (1.2.7), (1.2.9), (1.2.10)-დან მივიღებთ.

$$N_3(t) = \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.3.1)$$

$$N_1(t) = \beta \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.3.2)$$

$$N_2(t) = \beta \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (1.3.3)$$

$N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  ფუნქციები  $t=0$  წერტილში ტოლია და დადებითია,  $N_{10} > 0$ , ხოლო დიდი  $t$ -სთვის იგი გახდება უარყოფითი, თუ კი

$$N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} \quad (1.3.4)$$

მართლაც(1.3.1)-ის თანახმად

$$N_1(t) = \frac{\beta}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \left( \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2} e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1} \right) \quad (1.3.5)$$

$N_1(t)$ -ს ნიშანს დიდი  $t$ -სთვის განსაზღვრავს  $e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}$ -ს წინ, მდგომი  $\frac{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2}$

კო-ეფიციენტი, ის კი უარყოფითია, როცა  $2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30} < 0$ , ანუ სამართლიანია (1.3.4), ამ შემთხვევაში  $N_1(t)$  უწყვეტი ფუნქცია იცვლის ნიშანს  $[0; +\infty)$  არეზე, ე.ი. ამ არის რომელიღაც  $t^*$  წერტილში მას გააჩნია ნული.  $t^*$  მოიძებნება განტოლებიდან, რომელიც მიიღება (1.3.5)-ის ნულთან გატოლებით და მას აქვს სახე.

$$t^* = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \ln \left( \frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \quad (1.3.6)$$

(1.3.6)-ს აზრი აქვს რადგანაც, როცა სამართლიანია (1.3.4), მაშინ

$$\frac{2\gamma N_{10} - \lambda_1 N_{30}}{2\gamma N_{10} - \lambda_2 N_{30}} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} > 1 \quad (1.3.7)$$

$$t^* = \frac{1}{\sqrt{D}} \left( \ln \left( \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} \right) - \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right) \quad (1.3.8)$$

$N_1(t)$ -სთვის მიღებული შედეგი სამართლიანია  $N_2(t)$ -სთვისაც, რადგანაც ისინი ტოლები არიან. ანალოგიური გამოკვლევით დავადგენთ, რომ (1.3.4) პირობებისთვის მესამე მხარეც გადის ნულზე, ოღონდ მოგვიანებით

$$t^{**} = \frac{1}{\sqrt{D}} \ln \left( \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} \right) \quad (1.3.9)$$

იხილე ლისტინგი 1.3.1. და ნახატი 1.3.1.

ლისტინგი 1.3.1

%uwyveti ignorireba prevencia d meti%

alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=20;

x0=2.5; y0=2.5; z0=39; d=sqrt(alfa^2-8\* beta\* gamma);

l1=(alfa+d)/2; l2=(alfa-d)/2; A=(gamma\*(x0+y0)-l2\*z0)/d; B=(gamma\*(x0+y0)-l1\*z0)/d;

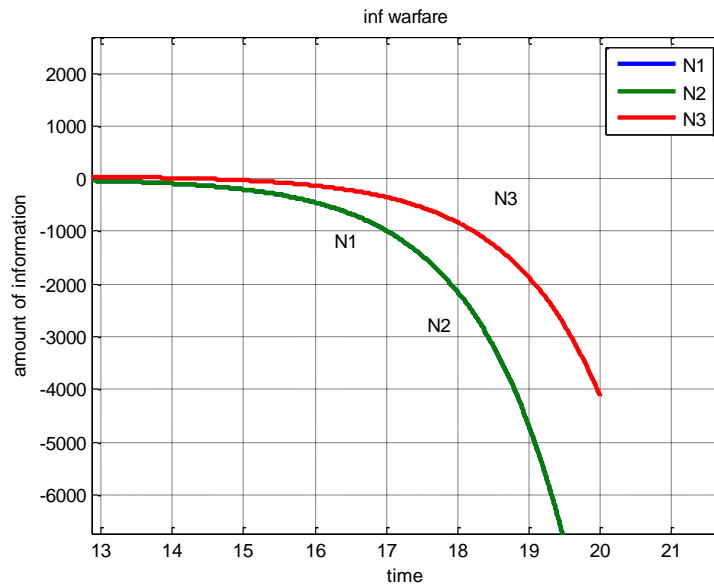
A1=beta\*A/l2; B1=beta\*B/l1; qveda=gamma\*(x0+y0)/l2;

t=0:0.01:N; z=A\*exp(l1\*t)-B\*exp(l2\*t);z1=A1\*exp(l1\*t)-B1\*exp(l2\*t);

```

x=((x0-y0)/2)*exp(alfa*t)+z1; y=((y0-x0)/2)*exp(alfa*t)+z1;
plot(t,x,t,y,t,z,'lineWidth',2.5)
title('inf warfare')
xlabel('time')
ylabel('amount of information')
legend('N1','N2','N3')
grid on

```



ნახატი 1.3.1. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; N_{10} = N_{20} = 2,5; N_{30} = 39, N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}$$

ამდენად, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციები პრევენციის რაოდენობას  $N_{30}$  შეარჩევს შენდევნაირად, რომ სრულდება პირობა (1.3.4), მაშინ სამივე  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე - ანუ ინფორმაციული ომი დასრულდება. (1.3.4) პირობის საწინააღმდეგო შემთხვევაში ინფორმაციული ომი გრძელდება და ძალებს იკრებს, ანუ (1.3.1) - (1.3.3)-დან  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ .

$N_{10} > N_{20}$ , თუ კი, ანტაგონისტურ მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ ( $N_{10} \neq N_{20}$ ) და ამასთან პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, მაშინ  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე, მართლაც (1.2.7) გადავწეროთ შემდევნაირად

$$N_3(t) = \frac{e^{\lambda_2 t}}{\sqrt{D}} \left( (\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - (\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}) \right) \quad (1.3.10)$$

ცხადია, რომ დიდი  $t$ -სთვის  $N_3(t)$ -ის ნიშანს განსაზღვრავს  $e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}$ -ს წინ მყოფი კოეფიციენტი, კერძოდ  $N_3(t)$  უარყოფითია, თუ  $(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) < 0$  ანუ

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (1.3.11)$$

$N_{30}$ -ის ამ (1.3.11) მნიშვნელობებისათვის  $N_3(t)$  იცვლის ნიშანს  $[0; +\infty)$  არეზე დადებითიდან  $N_3(0) = N_{30} > 0$ , უარყოფითზე, ამდენად  $N_3(t)$  უწყვეტ ფუნქციას გააჩნია ნული, რომელიც  $t^{**}$  წერტილში. იგი წარმოადგენს  $N_3(t) = 0$  განტოლების ამოხსნას

$$(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} = \gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30} \quad (1.3.12)$$

(1.3.12)-დან გვაქვს

$$t^{**} = \frac{1}{\sqrt{D}} \ln \left( \frac{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_1 N_{30}}{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_2 N_{30}} \right) \quad (1.3.13)$$

შევნიშნოთ, რომ ლოგარითმქვემა გამოსახულება ერთზე მეტია, როცა  $N_{30}$  აკმაყოფილებს (1.3.11) პირობას.  $\frac{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_1 N_{30}}{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_2 N_{30}} > 1$ .  $N_2(t)$ -ც უტოლდება ნულს  $[0; +\infty)$

არის  $t_1^*$  წერტილში. მართლაც,  $N_2(t)$  უწყვეტი ფუნქცია (1.3.10) იცვლის ნიშანს  $[0; +\infty)$  არეზე -  $N_2(0) = N_{20} > 0$ , ხოლო შესაბამისად დიდი  $t$ -სთვის ის უარყოფითია-

$$N_2(t) = e^{\alpha t} \left( \frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \right) \quad (1.3.14)$$

რადგან ამ შემთხვევაში  $N_2(t)$ -ს ნიშანს განსაზღვრავს (1.3.14) -ის მეორე თანამართლის პირველი შესაკრები  $\frac{N_{20} - N_{10}}{2}$ , რომელიც უარყოფითია, ხოლო ამ თანამართლის დანარჩენი წევრები ხდებიან რაგინდ მცირე აბსოლუტური მნიშვნელობით შესაბამისად დიდი  $t$ -ებისათვის.  $t_1^*$  მოიძებნება შემდეგი

$$\frac{N_{20} - N_{10}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} = 0 \quad (1.3.15)$$

ტრანსცენდენტული განტოლების ამოხსნით.

თუ  $N_{30} > \frac{\alpha N_{20}}{\beta}$ , ანუ  $N_2(t)$ -ს წარმოებული 0 წერტილში უარყოფითია, მაშინ (1.3.1)-ის თანახმად, მეორე მხარე თავიდანვე ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს და მერე  $N_2(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე. ხოლო თუ კი  $N_{30} < \frac{\alpha N_{20}}{\beta}$ , მაშინ მეორე მხარე თავიდან ზრდის ინფორმაციულ შეტევებს, აღწევს მაქსიმუმს, შემდეგ იწყებს ინფორმაციული შეტევის შემცირებას და მერე წყვეტს ინფორმაციულ ომს, გადის ნულზე.  $N_{30} = \frac{\alpha N_{20}}{\beta}$  -ის შემთხვევაში მეორე მხარე თავიდან მუდმივი ინტენსიურობით აწარმოებს ინფორმაციულ შეტევებს და მერე აჩერებს მათ. რაც შეეხება  $N_1(t)$  - პირველ მხარეს, საკმაოდ დიდი  $t$  -ებისათვის იგი დადებითია და მიისწრაფის  $+\infty$  -სკენ, როცა  $t \rightarrow +\infty$ . მართლაც  $N_1(t)$  -ის ყოფაქცევას, როცა  $t \rightarrow +\infty$  განსაზღვრავს  $e^{\alpha t}$  ფუნქცია და  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2}$  - ის ნიშანი, რომელიც ამ შემთხვევაში დადებითია ეს კარგად ჩანს  $N_1(t)$  -ეს შემდეგი ჩანაწერიდან

$$N_1(t) = e^{\alpha t} \left( \frac{N_{10} - N_{20}}{2} + \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{-\lambda_2 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{-\lambda_1 t} \right) \quad (1.3.16)$$

(1.3.16)-ის მეორე თანამამრავლის პირველი შესაკრები  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2}$  დადებითია, ხოლო ამ თანამამრავლის დანარჩენი წევრები ხდებიან რაგინდ მცირე აბსოლუტური მნიშვნელობით შესაბამისად დიდი  $t$ -ებისათვის. მაგრამ თუ კი,  $N_{30}$ -ს შევარჩევთ შესაბამისად, მაშინ  $N_1(t)$ , გადაკვეთს აბსცისას. მართლაც, წარმოვადგინოთ  $N_1(t)$  ორი ფუნქციის ნამრავლად

$$N_1(t) = e^{\lambda_2 t} F(t) \quad (1.3.17)$$

სადაც  $F(t)$  მოიცემა ფორმულით

$$F(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\lambda_2 t} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left[ \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20}) \right) e^{\sqrt{D}t} - \left( N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_1} (N_{10} + N_{20}) \right) \right]$$

თუ  $F(t)$  ფუნქცია გადაკვეთს აბსცისას, მაშინ  $N_1(t)$ -ც გადაკვეთს მას, იმავე წერტილებში, ე.ი. თუ  $F(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნულები, მაშინ (1.3.17)-ის თანახმად, იმავე წერტილები იქნება  $N_1(t)$  ფუნქციის ნულები. ასე რომ, შეგვიძლია ამ მიმართებით გამოვიკვლიოთ  $F(t)$  და შედეგები გამოვიყენოთ  $N_1(t)$ -სთვის.



$N_1(0) = F(0) = N_{10} > 0$  აღვნიშნოთ

$$A \equiv N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20}) > 0 \quad (1.3.19)$$

$$B \equiv N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_1} (N_{10} + N_{20}) > 0 \quad (1.3.20)$$

შევნიშნოთ, რომ  $B > A$ , მაშინ (1.3.18), (1.3.19), (1.3.20)-ის გათვალისწინებით  $F(t)$  გადავწეროთ შემდეგი სახით,

$$F(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\lambda_1 t} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} [A e^{\sqrt{D}t} - B] \quad (1.3.21)$$

ვიპოვოთ  $F(t)$  -ს სტაციონარული წერტილები  $F'(t) = 0$  განტოლებიდან

$$F'(t) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} \lambda_1 e^{\lambda_1 t} - \beta A e^{\sqrt{D}t} = 0 \quad (1.3.22)$$

შევვკვეცოთ (1.3.22)  $e^{\sqrt{D}t}$  -ზე, მივიღებთ  $\frac{N_{10} - N_{20}}{2} \lambda_1 e^{\lambda_2 t} - \beta A = 0$  საიდანაც

$$e^{\lambda_2 t} = \frac{2\beta A}{(N_{10} - N_{20})\lambda_1} \quad (1.3.23)$$

(1.3.23) განტოლებას  $t > 0$  -სთვის, აქვს ამონახსნი, როცა მარჯვენა მხარე ერთზე მეტია.

ეს კი მოხდება მაშინ, როცა  $2\beta (N_{30} - \frac{\gamma}{\lambda_2} (N_{10} + N_{20})) > (N_{10} - N_{20})\lambda_1$ , ანუ

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} + \frac{N_{10} - N_{20}}{2\beta} \lambda_1 = \bar{N}_{30} \quad (1.3.24)$$

(1.3.23) -ის შემთხვევაში ამონახსნია

$$t_0 = \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{2\beta A}{(N_{10} - N_{20})\lambda_1} \quad (1.3.25)$$

შევისწავლოთ  $F'(t) t_0$  -ის მიდამოში, წარმოვადგინოთ  $F'(t)$  შემდეგნაირად

$$F'(t) = e^{\sqrt{D}t} \frac{N_{10} - N_{20}}{2} \lambda_1 \left( e^{\lambda_2 t} - \frac{2\beta A}{\lambda_1 (N_{10} - N_{20})} \right) \quad (1.3.26)$$

(1.3.26) -ის ყველა თანამამრავლი  $\left( e^{\lambda_2 t} - \frac{2\beta A}{\lambda_1 (N_{10} - N_{20})} \right)$  -ს გარდა დადებითია, ეს

ბოლო კი ნიშანცვლადია  $t_0$  -ის მიდამოში:  $t_0$  -ის მარცხნივ იგი უარყოფითია,  $t_0$  -ის მარჯვნივ - დადებითი,  $t_0$  -ში ნულის ტოლია, ე.ი.  $t_0$   $F(t)$  -ს ლოკალური მინიმუმის წერტილია.

ლემა 2. არსებობს  $N_{30}$  ისეთი მნიშვნელობები, რომლისთვისაც  $F(t)$  ფუნქცია  $t_0$  - მინიმუმის წერტილში არადადებითია:  $F(t_0) \leq 0$ .

დამტკიცება. აღვნიშნოთ  $K \equiv \frac{2\beta}{(N_{10} - N_{20})\lambda_1}$ , მაშინ დიდი  $N_{30}$ -სთვის (1.3.21) -დან

შეიძლება მივიღოთ.

$$F(t_0) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} (KA)^{\lambda_1/\lambda_2} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} [A(KA)^{\sqrt{D}/\lambda_2} - B] \leq 0 \quad (1.3.27)$$

მართლაც, როცა  $N_{30} \gg \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2}$ , მაშინ (1.3.19), (1.3.20)-დან  $A \approx N_{30}$  და  $B \approx N_{30}$ .

$F(t_0)$ -ს (1.3.21)-ის თანახმად აქვს სახე:

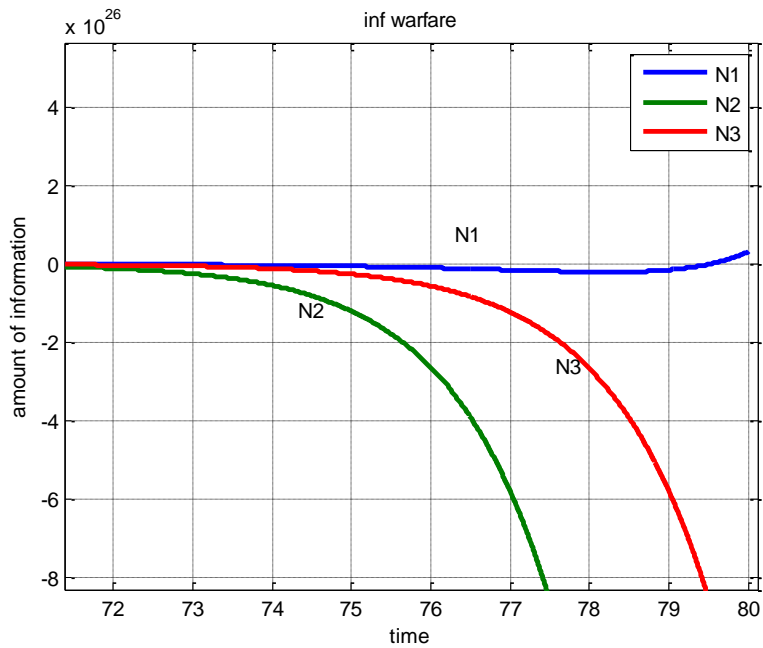
$$F(t_0) = \frac{N_{10} - N_{20}}{2} (K)^{\lambda_1/\lambda_2} (N_{30})^{\lambda_1/\lambda_2} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} N_{30} [(K)^{\sqrt{D}/\lambda_2} (N_{30})^{\sqrt{D}/\lambda_2} - 1],$$

$$F(t_0) = (N_{30})^{\lambda_1/\lambda_2} (K)^{\sqrt{D}/\lambda_2} \left[ \frac{\beta}{\lambda_1} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} + \frac{\beta}{\sqrt{D}} K^{-\frac{\sqrt{D}}{\lambda_2}} (N_{30})^{\frac{\sqrt{D}}{\lambda_2}} \right],$$

$$F(t_0) = (N_{30})^{\lambda_1/\lambda_2} (K)^{\sqrt{D}/\lambda_2} \beta \left[ -\frac{\lambda_2}{\lambda_1 \sqrt{D}} + \frac{1}{\sqrt{D}} (KN_{30})^{\frac{\sqrt{D}}{\lambda_2}} \right] \leq 0$$

რადგანაც აქ ყველა თანამამრავლი, ბოლოს გარდა, დადებითია. ბოლო კი არადადებითია დიდი  $N_{30}$ -სთვის. **რ.დ.გ.**

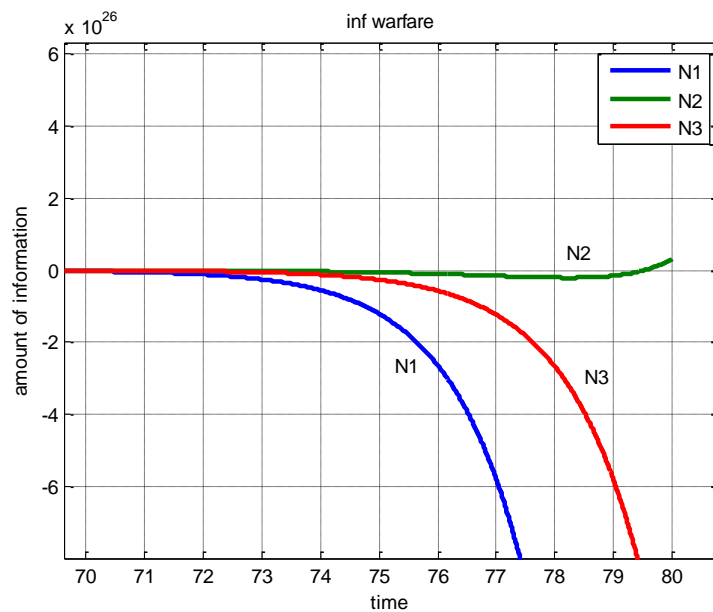
რადგანაც  $F(t)$   $t_0$  წერტილში არადადებითია ლემა 2-ის ძალით, ეს ნიშნავს, რომ ამ წერტილში იგი ან ნულის ტოლია ან უარყოფითია. ეს ნიშნავს, რომ  $N_1(t)$ -ც ხდება ნულის ტოლი ან  $t_0$  წერტილში ან  $t_1$ -ში ( $t_1 < t_0$ ). იხილე ნახატი 1.3.2. ამრიგად, პირველი მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს, ისევე როგორც მეორე და მესამე მხარეები.



ნახატი 1.3.2. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; N_{10} = 2,5; N_{20} = 1,5; N_{30} = 70$$

$N_{10} < N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორე მხარის სასტარტო პირობა მეტია პირველისაზე, მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს, და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ -სთვის. იხილეთ ნახატი 1.3.3.



ნახატი 1.3.3. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია

პირველზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; N_{10} = 1,5; N_{20} = 2,5; N_{30} = 70$

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ . აგრესიულობის ინდექსი ჯერ კიდევ საკმაოდ მაღალია.

$N_{10} = N_{20}$ , იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე ერთნაირია და ყველა მხარის ჩართულობა ინფორმაციულ ომში (1.2.11)-(1.2.13) -ის გათვალისწინებით იქნება:

$$N_1(t) = N_2(t) = [N_{10} + (\frac{\alpha}{2} N_{10} - \beta N_{30}) t] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (1.3.28)$$

$$N_3(t) = [N_{30} + (2\gamma N_{10} - \frac{\alpha}{2} N_{30}) t] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (1.3.29)$$

სამივე ფუნქცია გადის ნულზე, თუ კი  $t$  -ს წინ კოეფიციენტი არის უარყოფითი, ეს მიიღწევა (1.3.28) -ის შემთხვევაში, როცა

$$N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta} N_{10} \quad (1.3.30)$$

(1.3.29) -ს შემთხვევაში კი, როცა

$$N_{30} > \frac{4\gamma}{\alpha} N_{10} \quad (1.3.31)$$

შევნიშნოთ, რომ (1.3.30) -ის და (1.3.31) -ის მარჯვენა მხარეები ტოლია, როცა  $D = 0$ .  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ფუნქციები ნულზე გადაიან  $t^*$ -ში

$$t^* = \frac{N_{10}}{\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} N_{10}} = \frac{N_{10}}{\beta(N_{30} - \frac{\alpha}{2\beta} N_{10})} \quad (1.3.32)$$

ხოლო  $N_3(t)$  გადის ნულზე  $t^{**}$  -ში

$$t^{**} = \frac{N_{10}}{\frac{\alpha}{2} N_{30} - 2\gamma N_{10}} = \frac{N_{30}}{\frac{\alpha}{2}(N_{30} - \frac{\alpha}{2\beta} N_{10})} \quad (1.3.33)$$

ამასთან, ცხადია, რომ (1.3.30) ან (1.3.31) შემთხვევაში  $t^{**} > t^*$ . ამდენად, როცა  $D = 0$ ,  $N_{10} = N_{20}$  და  $N_{30} > \frac{4\gamma}{\alpha} N_{10}$ , სამივე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. თუ სრულდება უტოლობა

$$\frac{\alpha}{\beta} N_{10} > N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta} N_{10} \quad (1.3.34)$$

მაშინ, ანტაგონისტური მხარეები ჯერ ავითარებენ, მაგრამ გარკვეული დროის შემდეგ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზეწოლის გამო ამცირებენ და მერე წყვეტენ ინფორმაციულ ომს. თუ უტოლობა (1.3.34) არ სრულდება მარცხენა ნაწილში, ანუ ადგილი აქვს უტოლობას  $N_{30} > \frac{\alpha}{\beta} N_{10}$ , მაშინ ანტაგონისტური მხარეები საერთაშორისო ორგანიზაციების ზეწოლის გამო, თავიდანვე ამცირებენ ინფორმაციული ზემოქმედებას და საბოლოოდ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს. ხოლო თუ უტოლობა (1.3.34) არ სრულდება მარჯვენა ნაწილში, ანუ  $0 < N_{30} < \frac{\alpha}{2\beta} N_{10}$ , მაშინ (1.3.28), (1.3.29)-ის თანახმად, ინფორმაციული ომი ვითარდება:  $N_1(t) \rightarrow +\infty$ ,  $N_2(t) \rightarrow +\infty$ ,  $N_3(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ .

$N_{10} > N_{20}$ , თუ კი, ანტაგონისტურ მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ და ამასთან პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, მაშინ სამივე საძებნი ფუნქცია გადის ნულზე გარკვეულ პირობებში.  $N_3(t)$ -სთვის(1.2.11)-დან გამომდინარე ნულზე გასვლა მიიღწევა, მაშინ, როცა  $t$  -ს წინ კოეფიციენტი იქნება უარყოფითი.

$$N_{30} > \frac{\alpha(N_{10} + N_{20})}{4\beta} \quad (1.3.35)$$

ნული კი მიიღწევა  $t^{**}$  წერტილში

$$t^{**} = \frac{N_{30}}{\frac{\alpha}{2} N_{30} - \gamma(N_{10} + N_{20})} \quad (1.3.36)$$

რაც შეეხება  $N_1(t)$ -ს, იგი დიდი  $t$ -სთვის ხდება რაგინდ დიდი,  $N_{10} > N_{20}$ -ის გათვალისწინებით. ეს კარგად ჩანს  $N_1(t)$ -ს ჩაწერის შემდეგი სახიდან

$$N_1(t) = \left( \frac{N_{10} - N_{20}}{2} + \left[ \frac{N_{10} - N_{20}}{2} + \frac{2\beta}{\alpha} \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} \right) t \right] e^{-\frac{\alpha}{2}t} \right) e^{\alpha t} \quad (1.3.37)$$

(1.3.37)-ის გათვალისწინებით  $e^{\frac{\alpha}{2}t}$ -ზე შეკვეცით ჩავწეროთ  $N_1(t) = 0$  განტოლება

$$\left( N_{10} - N_{20} \right) e^{\frac{\alpha}{2}t} = - \left( N_{10} - N_{20} \right) + \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right) t \quad (1.3.38)$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა

$$F(t) \equiv \left( N_{10} - N_{20} \right) e^{\frac{\alpha}{2}t} + \left( N_{10} + N_{20} \right) - \left( 2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} (N_{10} + N_{20}) \right) t \quad (1.3.39)$$

$N_1(t) = \frac{1}{2} e^{\frac{\alpha}{2}t} F(t)$ , ამიტომ  $F(t)$  -ს ნულები იქნება  $N_1(t)$  -ს ნულებიც.  $F(0) = 2N_{10} >$

0. ვიპოვოთ  $F(t)$ -ს სტაციონარული წერტილები:

$$F'(t) = \frac{\alpha}{2}(N_{10} - N_{20})e^{\frac{\alpha}{2}t} - \left(2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2}(N_{10} + N_{20})\right) \quad (1.3.2.40)$$

$$F'(0) = -2\beta \left(N_{30} - \frac{\alpha}{2\beta}N_{10}\right) < 0, \text{ როცა}$$

$$N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta}N_{10} \quad (1.3.41)$$

(1.3.41) შემთხვევაში,  $F(t)$ -ს მნიშვნელობის შემცირება იწყება 0-დანვე. თუ სადამდე, რომელ  $t$ -მდე და  $N_{30}$ -სთვის, მცირდება  $F(t)$  გამოითვლება უტოლობიდან  $F'(t) < 0$

$$1 < e^{\frac{\alpha}{2}t} < \frac{2\left(2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2}(N_{10} + N_{20})\right)}{\alpha(N_{10} - N_{20})} \quad (1.3.42)$$

ამასთან  $\frac{2\left(2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2}(N_{10} + N_{20})\right)}{\alpha(N_{10} - N_{20})} > 1$ . (1.3.41)-სთვის  $F(t)$  მცირდება 0-დან  $t^*$  - მდე,

რო მეტიც არის  $F'(t) = 0$ -ის ამონახსნი, ანუ იგი  $F(t)$ -ის ლოკალური მინიმუმის წერტილია

$$t^* = \frac{2}{\alpha} \ln \frac{2\left(2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2}(N_{10} + N_{20})\right)}{\alpha(N_{10} - N_{20})} \quad (1.3.43)$$

ვიპოვოთ პირობა  $N_{30}$ -სთვის, რომლისათვისაც  $F(t)$  ხდება არადადებითი  $t^*$  -ში -

$$F(t^*) = \frac{4\beta N_{30}}{\alpha} - \left(\frac{4\beta}{\alpha}N_{30} - (N_{10} + N_{20})\right) \ln \frac{2\left(2\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2}(N_{10} + N_{20})\right)}{\alpha(N_{10} - N_{20})} \leq 0 \quad (1.3.44)$$

$N_{30}$ -ის მიმართ (1.3.44) უტოლობის ამონახსნი ვეძებთ შემდეგნაირად

$n \frac{\alpha}{4\beta}(N_{10} + N_{20}) = N_{30}^*$  და შევარჩიოთ  $n$  ისეთი, რომ  $F(t^*) \leq 0$

$$F(t^*) = n(N_{10} + N_{20}) - (N_{10} + N_{20})(n-1) \ln \frac{(n-1)(N_{10} + N_{20})}{N_{10} - N_{20}} =$$

$$= (N_{10} + N_{20}) [n - (n-1) \ln \frac{(n-1)(N_{10} + N_{20})}{N_{10} - N_{20}}] < (N_{10} + N_{20}) [n - (n-1) \ln(n-1)] < 0$$

ეს ბოლო უტოლობა  $n > 1$  -სთვის სამართლიანია, თუ კი  $n - (n-1) \ln(n-1) < 0$ ;  $G(n) \equiv n - (n-1) \ln(n-1)$ ;  $G(n) \rightarrow 1$  როცა  $n \rightarrow 1+$ ;  $G'(n) < 0$ , როცა  $n > 2$ ;  $G'(n) > 0$ , როცა  $1 < n < 2$  და  $G'(n) = 0$  როცა  $n = 2$ . ანუ  $n = 2$  არის ლოკალური მინიმუმის წერტილი, ხოლო  $G(n^*) = 0$ , სადაც  $G(4) > 0$ ,  $G(5) < 0$ ,  $4 < n^* < 5$ , ამრიგად როცა  $N_{30} \geq n^* \frac{\alpha}{4\beta} (N_{10} + N_{20})$   $N_1(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნული. რაც შეეხება  $N_2(t)$ -ს იგი ნებისმიერი  $N_{30}$  -სთვის დიდი  $t$  სთვის მიისწრაფის  $-\infty$ -სკენ და ამიტომ მისი ნული  $t^*$  მოიძებნება შემდეგი ტრანსცენდენტული განტოლების ამოხსნით

$$N_2(t) = \frac{N_{20} - N_{10}}{2} e^{\alpha t} + \left[ \frac{N_{10} + N_{20}}{2} + \frac{2\beta}{\alpha} (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30}) t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} = 0$$

$N_{10} < N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და მეორე მხარის სასტარტო პირობა მეტია პირველისაზე, მაშინ პირველი და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ -სთვის.

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$$

$N_{10} = N_{20}$ , თუ ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე შედეგიანია. ამ შემთხვევაში ფუნქციები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ , (1.2.15) და (1.2.16) თანახმად მიიღებენ სახეს

$$N_3(t) = \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(4\gamma N_{10} - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2} t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta\right) \quad (1.3.45)$$

$$\theta = \arctg \frac{N_{30} \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{4\gamma N_{10} - \alpha N_{30}}.$$

$$N_1(t) = N_2(t) = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(4\gamma N_{10} - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2} t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta + \varphi\right) \quad (1.3.46)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha}.$$

ბუნებრივია, რომ  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ფუნქციები ნულზე გადიან  $t^*$  -ში

$$t^* = \frac{2(\pi - \varphi - \theta)}{\sqrt{-D}} \quad (1.3.47)$$

ხოლო  $N_3(t)$   $t^{**}$  -ში, რომელიც მეტია  $t^*$  -ზე

$$t^{**} = \frac{2(\pi - \theta)}{\sqrt{-D}} \quad (1.3.48)$$

და ინფორმაციული ომი წყდება.

$N_{10} > N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, მაშინ  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე  $t^{**}$  (1.3.48), ხოლო  $N_2(t) \rightarrow -\infty$  როცა  $t \rightarrow +\infty$ , ამიტომ  $N_2(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნული  $t^*$ , რომელიც მოიძებნება განტოლებიდან  $N_2(t^*)=0$ , სადაც  $N_2(t)$  -ს აქვს (1.2.16) სახე. რაც შეეხება  $N_1(t)$ -ს,  $N_1(t) \rightarrow +\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ , მაგრამ  $N_{30}$ -ის შერჩევით  $N_1(t)$  შეიძლება გავიდეს ნულზე. მართლაც

$$\sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2}t + \theta + \varphi\right) = -\left(\frac{N_{10} - N_{20}}{2} e^{\frac{\alpha}{2}t}\right) / \left(\sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}\right) \quad (1.3.49)$$

(1.3.49)-დან  $N_1(t)$ -ს ნულის არსებობის პირობას მივყავართ შემდეგ უტოლობამდე

$$\begin{aligned} -1 &\leq -\frac{(N_{10} - N_{20})e^{\frac{\alpha}{2}t}}{2\sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}} \leq 1 \\ 0 &\leq \frac{(N_{10} - N_{20})e^{\frac{\alpha}{2}t}}{\sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}} \leq 2 \\ e^{\frac{\alpha}{2}t} &\leq \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{N_{10} - N_{20}} \\ t &\leq \frac{2}{\alpha} \ln \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{N_{10} - N_{20}} \end{aligned}$$

(1.3.49) -ის ამოხსნა  $t$ -სთვის ხდება დიდი  $N_{30}$  და დიდი  $\gamma$  -სთვის.

$N_{10} < N_{20}$ , თუ კი ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ სხვადასხვა სასტარტო პირობები და მეორე მხარის სასტარტო პირობა მეტია პირველისაზე, მაშინ პირველი



და მეორე მხარეები ცვლიან როლებს და გვაქვს სიმეტრიული შედეგები  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ -სთვის.

ანალიზი გვიჩვენებს, რომ  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ნულზე გადიან შესაბამისი  $N_{30}$  და  $\gamma$  შერჩევით. თუ კი პრევენციას არ აქვს ადგილი, სამივე საძებნი ფუნქციის ნულზე გასვლა შესაძლებელია, მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა  $D < 0$ . ამ შემთხვევაში, ნულზე გასვლა მიიღწევა  $\gamma$ -ს გაზრდით, მაშინაც, როცა ინფორმაციული ომი იწყება სხვადასხვა სასტარტო პირობებში. საერთაშორისო ორგანიზაციები ვერ აქრობენ ინფორმაციულ ომს, ანუ  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ფუნქციები არ გადიან ნულზე, როცა  $D \geq 0$ , და არ არსებობს პრევენციული ქმედებები მათი მხრიდან.

გამოვსახოთ ცხრილების საშუალებით ინფორმაციული ომის განვითარების შესაძლებლობები სხვადასხვა გარემოებისას.

**როცა აგრესიულობა გაცილებით მაღალია სამშვიდობო განწყობაზე**

ცხრილი 1.3.1. არაპრევენციული შემთხვევა

$D > 0$		$N_{30} = 0$			პირობა
		$N_1(t)$	$N_2(t)$	$N_3(t)$	
	$N_{10} = N_{20}$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	
	$N_{10} > N_{20}$	$+\infty$	0	$+\infty$	
	$N_{10} < N_{20}$	0	$+\infty$	$+\infty$	

ცხრილი 1.3.2. პრევენციული შემთხვევა

$D > 0$		$N_{30} > 0$			პირობა
		$N_1(t)$	$N_2(t)$	$N_3(t)$	
	$N_{10} = N_{20}$	0	0	0	$N_{30} > \frac{2\gamma}{\lambda_2} N_{10}$
		$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$N_{30} \leq \frac{2\gamma}{\lambda_2} N_{10}$

	$N_{10} > N_{20}$	0	0	0	$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10})}{\dots}$
		$+\infty$	0	$+\infty$	$N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10})}{\dots}$
	$N_{10} < N_{20}$	0	0	0	$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10})}{\dots}$
		0	$+\infty$	$+\infty$	$N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10})}{\dots}$

როცა აგრესიულობა ჯერ კიდევ მაღალია სამშვიდობო განწყობაზე

ცხრილი 1.3.3. არაპრევენციული შემთხვევა

$D = 0$		$N_{30} = 0$			პირობა
		$N_1(t)$	$N_2(t)$	$N_3(t)$	
	$N_{10} = N_{20}$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	
	$N_{10} > N_{20}$	$+\infty$	0	$+\infty$	
	$N_{10} < N_{20}$	0	$+\infty$	$+\infty$	

ცხრილი 1.3.4. პრევენციული შემთხვევა

$D = 0$		$N_{30} > 0$			პირობა
		$N_1(t)$	$N_2(t)$	$N_3(t)$	

	$N_{10} = N_{20}$	0	0	0	$N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta} N_{10}$
		$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$N_{30} \leq \frac{2\gamma}{\lambda_2} N_{10}$
	$N_{10} > N_{20}$	0	0	0	$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{4\beta}$
		$+\infty$	0	$+\infty$	$N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{4\beta}$
	$N_{10} < N_{20}$	0	0	0	$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{4\beta}$
		0	$+\infty$	$+\infty$	$N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{4\beta}$

როცა აგრესიულობა ნაკლებია სამშვიდობო განწყობაზე

ცხრილი 1.3.5. არაპრევენციული შემთხვევა

$D < 0$		$N_{30} = 0$			პირობა
		$N_1(t)$	$N_2(t)$	$N_3(t)$	
	$N_{10} = N_{20}$	0	0	0	
	$N_{10} > N_{20}$	$+\infty$	0	0	
	$N_{10} < N_{20}$	0	$+\infty$	0	

$D < 0$		$N_{30} > 0$			პირობა
		$N_1(t)$	$N_2(t)$	$N_3(t)$	
	$N_{10} = N_{20}$	0	0	0	-
	$N_{10} > N_{20}$	$+\infty$	0	0	-
		0	0	0	$\gamma$ და $N_{30}$ -ს გაზრდით

	$N_{10} < N_{20}$	0	$+\infty$	0	-
		0	0	0	$\gamma$ და $N_{30}$ -ს გაზრდით

ცხრილი 1.3.6. პრევენციული შემთხვევა

### § 1.4 ინფორმაციული ომის მოდელების ხარისხობრივი გამოკვლევა

არაპრევენციული ინფორმაციული ომის წრფივი მათემატიკური მოდელების ხარისხობრივი კვლევა შემოთავაზებულ იქნა ინდოელი მეცნიერების **ბიმალ კუმარ მიშრასა** და **აფეჟმა პრაჯაპატის** მიერ 2013 წელს [98]. მათ სრულად აიღეს თ. ჩილაჩავას და ნ. კერესელიძის 2009 წლის სტატიაში [76,77] აგებული მათემატიკური მოდელი (ინფორმაციული ომის სცენარის ჩათვლით), მისი ამონახსნები სხვადასხვა პირობებისთვის და მოახდინეს სტაციონალური წერტილების მდგრადობის შეფასება.

კერძოდ განხილულია არაპრევენციული ინფორმაციული ომის შემდეგი წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი (ქვემოთ მოყვანილია **ბიმალ კუმარ მიშრასა** და **აფეჟმა პრაჯაპატის** აღნიშნულ სტატიაში გამოყენებული აღნიშვნები და ტერმინოლოგია, ოღონდ იქ სადაც აშკარა ხარვეზია გამოვასწორეთ):

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = aN_1(t) - bN_3(t) = f(N_1, N_2, N_3) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = aN_2(t) - bN_3(t) = g(N_1, N_2, N_3) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = cN_1(t) + cN_2(t) = h(N_1, N_2, N_3) \end{cases} \quad (1.4.1)$$

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30} = 0 \quad (1.4.2)$$

როგორც ჩანს (1.4.1), (1.4.2) მოდელი (1.2.1)-სგან განსხვავდება მხოლოდ პარამეტრების აღნიშვნით:  $\alpha$ -ს ნაცვლად აღებულია  $a$ ,  $\beta$ -ს ნაცვლად -  $b$ , ხოლო  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ -ს ნაცვლად  $c$ . სტაციონალური წერტილების მდგრადობა გვამღევს ინფორმაციას მოდელის გმელვადიან ყოფაქცევაზე. სტაციონალური ანალიზი მნიშვნელოვანი მათემატიკური ინსტრუმენტია, მისი საშუალებითაც დგინდება პირობები, რომელთა შემთხვევაში ადგილი ექნება სტაციონალური წერტილის მდგრადობას.

სტაციონალური წერტილისთვის გვაქვს განტოლებათა სისტემა:

$$\frac{d}{dt} N_1(t) = 0, \quad \frac{d}{dt} N_2(t) = 0, \quad \frac{d}{dt} N_3(t) = 0 \quad (1.4.3)$$

(1.4.3)-დან ვღებულობთ

$$\begin{cases} aN_1(t) - bN_3(t) = 0 \\ aN_2(t) - bN_3(t) = 0 \\ cN_1(t) + cN_2(t) = 0 \end{cases} \quad (1.4.4)$$

(1.4.4)-ის ერთადერთი სტაციონალური წერილია

$$N_1(t) \equiv 0, \quad N_2(t) \equiv 0, \quad N_3(t) \equiv 0$$

(1.4.1) შეიძლება გადავწეროთ შემდეგნაირად  $\dot{X} = AX$ , სადაც

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & -b \\ 0 & a & -b \\ c & c & 0 \end{pmatrix} \quad (1.4.5)$$

$A$  მატრიცის მახასიათებელი განტოლება გამოვიყვანოთ შემდეგი ტოლობიდან

$$|A - \lambda I| = 0 \quad (1.4.6)$$

სადაც  $I$  სამგანზომილებიანი ერთეულოვანი მატრიცაა, ხოლო (1.4.6)-დან ვღებულობთ განტოლებას

$$\lambda^3 - 2a\lambda^2 + \lambda(a^2 + 2bc) - 2abc = 0 \quad (1.4.6)$$

განვიხილოთ იაკობიანი

$$J(N_1, N_2, N_3) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dN_1} f(N_1, N_2, N_3) & \frac{d}{dN_2} f(N_1, N_2, N_3) & \frac{d}{dN_3} f(N_1, N_2, N_3) \\ \frac{d}{dN_1} g(N_1, N_2, N_3) & \frac{d}{dN_2} g(N_1, N_2, N_3) & \frac{d}{dN_3} g(N_1, N_2, N_3) \\ \frac{d}{dN_1} h(N_1, N_2, N_3) & \frac{d}{dN_2} h(N_1, N_2, N_3) & \frac{d}{dN_3} h(N_1, N_2, N_3) \end{bmatrix} \quad (1.4.7)$$

(1.4.7) იაკობიანი კონკრეტული (1.4.1) სისტემისთვის იღებს შემდეგ სახეს

$$J(N_1, N_2, N_3) = \begin{bmatrix} a & 0 & -b \\ 0 & a & -b \\ c & c & 0 \end{bmatrix} = A \quad (1.4.8)$$

შევადგინოთ (1.4.6) მრავალწევრისათვის გურვიცის ტიპის მატრიცა

$$G = \begin{pmatrix} -2a & 1 & 0 \\ -2abc & a^2 + 2bc & -2a \\ 0 & 0 & -2abc \end{pmatrix} \quad (1.4.9)$$

ამდენად (1.4.6) მრავალწევრის ამონახსნთა ნამდვილი ნაწილი იყოს უარყოფითი, აუცილებელია, რომ  $1 > 0$  -სთან ერთად სრულდებოდეს გურვიცის ტიპის მატრიცის მთავარი მინორების დადებითობა (**რაუს-გურვიცის კრიტერიუმები**)

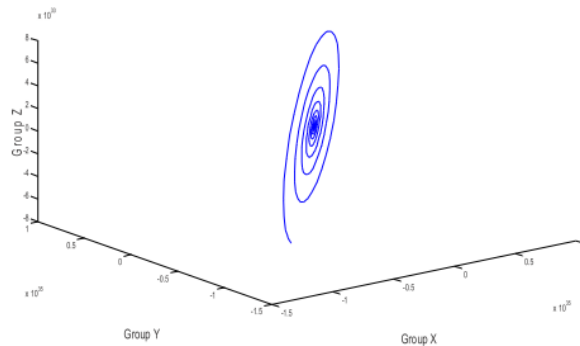
$$\Delta_1 = -2a > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} -2a & 1 \\ -2abc & a^2 + 2bc \end{vmatrix} = -2a^3 - 2abc > 0,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -2a & 1 & 0 \\ -2abc & a^2 + 2bc & -2a \\ 0 & 0 & -2abc \end{vmatrix} = 4a^4 - 2a^3b^2c^2 > 0$$

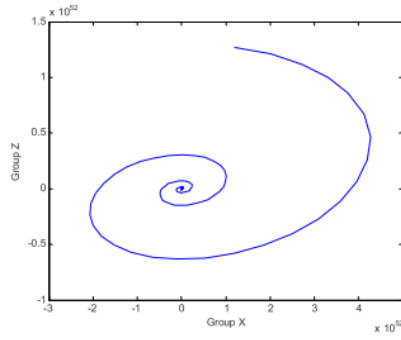
ჩვენს კონკრეტულ შემთხვევაში კი პირველი უტოლობა მცდარია რადგანაც  $a > 0$ , ამდენად, საქმე გვაქვს **რაუს-გურვიცის კრიტერიუმების არშესრულება**, მთავარი მინორების არა დადებითობა. ეს კი გვადლევს შემდეგი დაკვნის გაკეთების საშუალებას - სისტემა არ არის მდგრადი ნულოვან ამოხსნაში (ტრივიალური ამონახსნი).

**რაუს-გურვიცის კრიტერიუმების ნიშანცლვადობის რაოდენობა** ტოლია მარჯვენა ნახევარსიბრტყეში მოთავსებული ფესვების რაოდენობისა და ტოლია ორის.

1.4.1 ნახაზებზე ნაჩვენებია სტაციონარული არამდგრადი  $(0,0,0)$  წერტილი. სტაციონარული არამდგრადი წერტილი წარმოადგენს სპირალს. მოდელის შესწავლა ინდოელმა მეცნიერებმა მოახდინეს შემდეგი მნიშვნელობებისთვის, რომელიც ცხრილ 1.4.1-ში არის მოყვანილი.



ნახატი 1.4.1 (ა) დინამიკური ქცევის სისტემის არასტაბილური წონასწორობის წერტილი



ნახატი 1.4.1 (ბ) დინამიკური ქცევის სისტემის არასტაბილური  
წონასწორობის წერტილი.

ცხრილი 1.4.1

პირობები D-ზე	პარამეტრების მნიშვნელობა
$D > 0$	$a=50; b=5; c=2$
$D < 0$	$a=8; b=80; c=2$
$D=0$	$a=4; b=2; c=1$

შევნიშნოთ, რომ ზოგადად იმ სისტემის არამდგრადობა, რომელიც (1.1.1) მათემატიკური მოდელითაა არწერილი, არამდგრადია, როგორც ეს 2012 წელს გამოცემულ ნაშრომშია [1] ნაჩვენები და რაც ამ წიგნშიცაა მოყვანილი, კერძოდ იხილეთ ლემა 1.1.1.

**§1.5. შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციების მონაწილეობით მიმდინარე ინფორმაციული ომის უწყვეტი წრფივი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები.**

მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები, რომელიც ამ დრომდე განვიხილეთ აღწერდა ინფორმაციული ომის, რომელიც სამი მხარის: ორი დაპირისპირებულისა და ერთი მშვიდობისმყოფელი მხარისგან წარმოებდა. ამ პარაგრაფში კი განვიხილავთ იმ სახის ინფორმაციულ ომს, რომელშიც დამატებით კიდევ ორი აქტორია ჩართული. კერძოდ, დაპირისპირებულ მხარეებში თუ კი არსებობენ ავტორიტეტული საზოგადოებრივი ორგანიზაციები, რომელთაც დიდი გავლენა აქვთ თავისი სახელმწიფოს პოლიტიკურ ისტებლიშმენტში და ზოგადად საზოგადოებაზე, მაშინ ბუნებრივია, რომ მათი პოზიცია, რომლითაც ისინი გამოდიან მასმედიის სხვადასხვა საშუალებაში და მოუწოდებენ ხელისუფლებას შეწყვიტოს ინფორმაციული ომის წარმოება, გარკვეულწილად გავლენას ახდენს ქვეყნის ლიდერებზე, რომლებიც

წარმართავენ საგარეო პოლიტიკას და სახელმწიფოს ჩართულობის ხარისხს ინფორმაციულ ომში. აღსანიშნავია, რომ თითოეული დაპირისპირებული მხარის -სახელმწიფოს აღნიშნული ავტორიტეტული ორგანიზაციები ზემოქმედებას ახდენენ მხოლოდ იმ სახელმწიფოს ინფორმაციულ პოლიტიკაზე, რომელშიც ისინი ძირითადად მოღვაწეობენ. პირველი ნაშრომები, რომლებშიც გამოიკვლიეს აღწერილი სახის ინფორმაციული ომი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები 2014 წელს გამოქვეყნდა [66, 67, 2].

განვიხილოთ [1,67]-ში გამოქვეყნებული მოდელები. პროფესორი თემურ ჩილაჩავა, ავტორიტეტულ შიდასახელმწიფოებრივ მხარედ მიიჩნევს რელიგიურ ინსტიტუტს და შემოთავაზებულია შემდეგი სახის მათემატიკური მოდელი:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) - \alpha_3 N_3(t) - \beta_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha_1 N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) - \beta_2(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 (N_1(t) + N_2(t)) + \gamma_2 N_3(t) \end{cases} \quad (1.5.1)$$

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30} \geq 0 \quad (1.5.2)$$

დაპირისპირებული მხარეები დროის  $t \in [0, T]$  მომენტში ავრცელებენ შესაბამისად  $N_1(t), N_2(t)$  რაოდენობის მაპროვოცირებელ განცხადებებს, მესამე მხარე კი ავრცელებს დაპირისპირებულ მხარეების მიმართ  $N_3(t)$  რაოდენობის დამამშვიდებელ ინფორმაციას, შიდასახელმწიფოებრივი ავტორიტეტული ორგანიზაციები შესაბამისად  $\beta_1(t)$  და  $\beta_2(t)$  რაოდენობის მშვიდობის შემცველ განცხადებებს ავრცელებენ.

$$\alpha_1, \alpha_3, \gamma_1 > 0, \gamma_2 \geq 0, \alpha_2, \alpha_3 = const, \quad \beta_1(t) > 0, \beta_2(t) > 0, \quad t \in [0, T]$$

$$N_i(t) \in C^1[0, T], \quad i = \overline{1, 3}, \quad \beta_j(t) \in C[0, T], \quad j = 1, 2$$

$\alpha_1, \alpha_3, \gamma_1, \gamma_2$  მუდმივებია. შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

$$D = (\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3$$

$$\lambda_1 = \frac{\gamma_2 + \alpha_1 + \sqrt{D}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{\gamma_2 + \alpha_1 - \sqrt{D}}{2}$$

$D < 0, D = 0, D > 0$  სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის ვღებულობთ სხვადასხვა ამონახსნებს (1.5.1), (1.5.2) კოშის ამოცანისთვის.



ვთქვათ  $\gamma_2 = 0$ ,  $N_3(0) = N_{30} = 0$ ,  $\beta_1(t) = \beta_1 = const$ ,  $\beta_2(t) = \beta_2 = const$ . მაშინ (1.5.1), (1.5.2)

მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) - \alpha_3 N_3(t) - \beta_1 \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha_1 N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) - \beta_2 \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 (N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (1.5.3)$$

$$N_1(0) = N_{10}, N_2(0) = N_{20}, N_3(0) = N_{30} = 0 \quad (1.5.4)$$

(1.5.3), (1.5.4) კოშის ამოცანის ამოხსნისთვის  $N_3(t)$ -ის მიმართ, იმავე გზით, რომელიც იქნა გამოყენებული პირველი თავის პირველ პარაგრაფში (1.117)-(1.1.25) გადაქმნებით, მივიღებთ მეორე რიგის არაერთგვაროვან წრფივ განტოლებას საწყისი პირობებით:

$$\ddot{N}_3 - \dot{N}_3(\gamma_2 + \alpha_1) + N_3(\alpha_1\gamma_2 + 2\gamma_1\alpha_3) = -\gamma_1(\beta_1 + \beta_2) \quad (1.5.5)$$

$$N_3(0) = N_{30} \geq 0, \quad N'_{33} = \gamma_1(N_{10} + N_{20}) + \gamma_2 N_{30} \quad (1.5.6)$$

წარმოვადგინოთ (1.5.7) -ის ზოგადი ამოხსნა შესაბამისი ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი ამონახსნისა და არაერთგვაროვანის კერძო ამინახსნთა ჯამად:

$$N(t)_{3z.a} = N(t)_{3z.e} + N(t)_{3k.a} \quad (1.5.7)$$

მეორე რიგის მუდმივ კოეფიციენტებიანი წრფივი ერთგვაროვანი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნას ვეძებთ  $e^{\lambda t}$  სახით. შესაბამისად, მივიღებთ

$$\ddot{N}_3 - \dot{N}_3(\gamma_2 + \alpha_1) + N_3(\alpha_1\gamma_2 + 2\gamma_1\alpha_3) = 0 \quad (1.5.8)$$

$$N_3 = e^{\lambda t}, \quad \dot{N}_3 = \lambda e^{\lambda t}, \quad \ddot{N}_3 = \lambda^2 e^{\lambda t}$$

(1.5.8) -ის მახასიათებელ განტოლებას აქვს სახე  $\lambda^2 - \lambda(\gamma_2 + \alpha_1) + (\alpha_1\gamma_2 + 2\gamma_1\alpha_3) = 0$

$$D = (\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3 \quad (1.5.9)$$

განვიხილით თვისობრივად ერთმანეთისგან განსხვავებული შემთხვები

$$D < 0, \quad D = 0, \quad D > 0$$

ა)  $D > 0$

$$D = (\gamma_2 + \alpha_1)^2 - 4(\alpha_1\gamma_2 + 2\gamma_1\alpha_3) = (\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3$$

$$(\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3 > 0 \Rightarrow \lambda_1 \neq \lambda_2$$

$$\lambda_1 = \frac{(\gamma_2 + \alpha_1) + \sqrt{(\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{(\gamma_2 + \alpha_1) - \sqrt{(\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3}}{2} \quad (1.5.10)$$

ვთქვათ  $N_{3z.e}$  (1.5.5), (1.5.6) კომის მოცანის შესაბამისი ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი ამონახსნია, ხოლო  $N_{3k.a}$  (1.5.5), (1.5.6)-ის კერძო ამონახსნი:

$$N_{3z.e} = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \quad (1.5.11)$$

$$N_{3k.a} = c_1(t) e^{\lambda_1 t} + c_2(t) e^{\lambda_2 t} \quad (1.5.12)$$

მაშინ (1.5.5)-დან მივიღებთ

$$\begin{cases} c_1'(t) e^{\lambda_1 t} + c_2'(t) e^{\lambda_2 t} = 0 \\ \lambda_1 c_1'(t) e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 c_2'(t) e^{\lambda_2 t} = -\gamma_1(\beta_1(t) + \beta_2(t)) \end{cases}$$

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} e^{\lambda_1 t} & e^{\lambda_2 t} \\ \lambda_1 e^{\lambda_1 t} & \lambda_2 e^{\lambda_2 t} \end{vmatrix} = (\lambda_2 - \lambda_1) e^{(\lambda_2 + \lambda_1)t} \quad (1.5.13)$$

$$\begin{aligned} C_1(t) &= -\int_0^t \frac{e^{\lambda_2 \tau} (-\gamma_1(\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)))}{\Delta} d\tau = \gamma_1 \int_0^t \frac{e^{\lambda_2 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau))}{\Delta} d\tau = \\ &= \gamma_1 \int_0^t \frac{e^{\lambda_2 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau))}{(\lambda_2 - \lambda_1) e^{(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}} d\tau = \frac{\gamma_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \end{aligned}$$

ანალოგიურად მიიღება

$$C_2(t) = \int_0^t \frac{e^{\lambda_1 \tau} (-\gamma_1(\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)))}{\Delta} d\tau = -\frac{\gamma_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t e^{-\lambda_2 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \quad (1.5.14)$$

ამრიგად (1.5.5)-ის კერძო ამონახსნა ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$N_{3,3,3}(t) = \left( \frac{\gamma_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) e^{\lambda_1 t} - \left( \frac{\gamma_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t e^{-\lambda_2 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) e^{\lambda_2 t} \quad (1.5.15)$$

ხოლო (1.5.7)-ის თანახმად ზოგად ამოხსნას აქვს სახე

$$N_3(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} + \left( \frac{\gamma_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t e^{-\lambda_2 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) e^{\lambda_1 t} - \left( \frac{\gamma_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) e^{\lambda_2 t} \quad (1.5.16)$$

კოშის ამოცანის (1.5.6) საწყისი პირობის გათვალისწინებით, (1.5.16)-დან მივიღებთ

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = N_{30} \\ \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 = \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) + \gamma_2 N_{30} \end{cases} \quad (1.17)$$

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{vmatrix} = \lambda_2 - \lambda_1$$

$$\Delta_1 \equiv \begin{vmatrix} N_{30} & 1 \\ \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) + \gamma_2 N_{30} & \lambda_2 \end{vmatrix} = N_{30} \lambda_2 - \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - \gamma_2 N_{30}$$

$$\Delta_2 \equiv \begin{vmatrix} 1 & N_{30} \\ \lambda_1 & \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) + \gamma_2 N_{30} \end{vmatrix} = \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) + \gamma_2 N_{30} - N_{30} \lambda_1$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-N_{30}(\lambda_2 - \gamma_2) + \gamma_1(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} \\ C_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_2 - \lambda_1)}{\sqrt{D}} \end{cases} \quad (1.5.18)$$

ამრიგად,  $N_3(t)$  ერთადერთ ამოხსნას ექნება სახე

$$N_3(t) = \frac{-N_{30}(\lambda_2 - \gamma_2) + \gamma_1(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_2 - \lambda_1)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} - \left( \frac{\gamma_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t e^{-\lambda_2 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) e^{\lambda_1 t} - \left( \frac{\gamma_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) e^{\lambda_2 t} \quad (1.5.19)$$

ბ)  $D = 0, \quad \lambda_2 = \lambda_1 = \frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2} > 0$

$$N_{3ze} = C_1 e^{\lambda_1 t} + t C_2 e^{\lambda_1 t}$$

$$N_{3ka} = C_1(t) e^{\lambda_1 t} + C_2(t) t e^{\lambda_1 t}$$

$$\begin{cases} C_1'(t) e^{\lambda_1 t} + t C_2'(t) e^{\lambda_1 t} = 0 \\ \lambda_1 C_1'(t) e^{\lambda_1 t} + C_2'(t) e^{\lambda_1 t} + \lambda_1 t C_2'(t) e^{\lambda_1 t} = -\gamma_1 (\beta_1(t) + \beta_2(t)) \end{cases}$$

$$\Delta \equiv \begin{vmatrix} e^{\lambda_1 t} & t e^{\lambda_1 t} \\ \lambda_1 e^{\lambda_1 t} & e^{\lambda_1 t} + \lambda_1 t e^{\lambda_1 t} \end{vmatrix} = e^{\lambda_1 t} (e^{\lambda_1 t} + \lambda_1 t e^{\lambda_1 t}) - t \lambda_1 e^{2\lambda_1 t}$$

$$\begin{aligned} C_1(t) &= - \int_0^t \frac{\tau e^{\lambda_1 \tau} (-\gamma_1 (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)))}{\Delta} d\tau = \gamma_1 \int_0^t \frac{\tau e^{\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau))}{\Delta} d\tau = \\ &= \gamma_1 \int_0^t \frac{\tau e^{\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau))}{e^{-2\lambda_1 \tau}} d\tau = \gamma_1 \int_0^t \tau e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \end{aligned}$$

ანალოგიურად მიიღება  $C_2(t)$

$$C_2(t) = \int_0^t \frac{e^{\lambda_1 \tau} (-\gamma_1 (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)))}{\Delta} d\tau = -\gamma_1 \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau$$

ხოლო არაერთგვაროვანი განტოლება (1.5.5)-ის ზოგად ამოხსნას აქვს სახე

$$N_3(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + t C_2 e^{\lambda_1 t} + e^{\lambda_1 t} \gamma_1 \int_0^t \tau e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau - t \gamma_1 e^{\lambda_1 t} \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau$$

კოშის პირობების გათვალისწინებით, მივიღებთ

$$\begin{cases} C_1 = N_{30} \\ C_1 \lambda_1 + C_2 = \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) + \gamma_2 N_{30} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = N_{30} \\ C_2 = \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) + (\gamma_2 - \lambda_1) N_{30} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
N_3(t) &= N_{30}e^{\lambda_1 t} + (\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_2 - \lambda_1)N_{30})te^{\lambda_1 t} + \\
&+ e^{\lambda_1 t} \gamma_1 \int_0^t \tau e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau - t \gamma_1 e^{\lambda_1 t} \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau
\end{aligned} \tag{1.5.20}$$

ბ)  $D < 0$

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2} + \frac{i\sqrt{D}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2} - \frac{i\sqrt{D}}{2} \\
\tilde{N}_3 &= e^{\lambda_1 t} = e^{\left(\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2} + \frac{i\sqrt{D}}{2}\right)t} = e^{\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}t} \left( \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t + i \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t \right) \\
\tilde{\bar{N}}_3 &= e^{\lambda_2 t} = e^{\left(\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2} - \frac{i\sqrt{D}}{2}\right)t} = e^{\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}t} \left( \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t - i \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t \right) \\
\begin{cases} \bar{N}_3 = \frac{\tilde{N}_3 + \tilde{\bar{N}}_3}{2} = e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t \\ \underline{\bar{N}}_3 = \frac{\tilde{N}_3 - \tilde{\bar{N}}_3}{2} = e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t \end{cases}
\end{aligned} \tag{1.5.21}$$

(1.5.21) ნამდვილი ამოხსნები წრფივად დამოუკიდებლები, რადგანაც თუ

$$\begin{aligned}
Ae^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t &= e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t \\
\tan \frac{\sqrt{-D}}{2}t &= A \quad \forall t \in \mathbb{R}_+ = [0, +\infty)
\end{aligned}$$

რაც დაუშვებელია. არაერთგვაროვანი განტოლება (1.5.5)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი განტოლების ზოგად ერთგვაროვან ამოხსნას ამ შემთხვევაში აქვს სახე

$$N_{3z.e}(t) = e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} \left( C_1 \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t + C_2 \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t \right) \tag{1.5.22}$$

ხოლო, განტოლება (1.5.5)-ის კერძო ამოხსნას ვეძებთ შემდეგი სახით

$$N_{3k.a}(t) = e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} \left( C_1(t) \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t + C_2(t) \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t \right) \tag{1.5.23}$$

მაშინ (1.5.5)-დან მიიღება შემდეგი განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} \left( C_1(t) \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t + C_2(t) \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t \right) = 0 \\ \frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2} e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} C_1'(t) \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t - C_1'(t) \frac{\sqrt{-D}}{2} \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} + \\ + \frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2} e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} C_2'(t) \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t + C_2'(t) \frac{\sqrt{-D}}{2} \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} = -\gamma_1 (\beta_1(t) + \beta_2(t)) \end{cases}$$

საიდანაც მივიღებთ

$$C_1(t) = \frac{2\gamma_1}{\sqrt{-D}} \int_0^t e^{-\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}\tau} \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}\tau (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \quad (1.5.24)$$

ანალოგიურად მიიღება  $C_2(t)$

$$C_2(t) = -\frac{2\gamma_1}{\sqrt{-D}} \int_0^t e^{-\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}\tau} \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}\tau (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \quad (1.5.25)$$

ამრიგად (1.5.5)-ის კერძო ამოხსნა ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$N_{3k.a}(t) = e^{\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}t} \begin{pmatrix} \left( \frac{2\gamma_1}{\sqrt{-D}} \int_0^t e^{-\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}\tau} \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}\tau (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}t + \\ \left( -\frac{2\gamma_1}{\sqrt{-D}} \int_0^t e^{-\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}\tau} \cos \frac{\sqrt{-D}}{2}\tau (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) \sin \frac{\sqrt{-D}}{2}t \end{pmatrix} \quad (1.5.26)$$

ხოლო არაერთგვაროვანი განტოლება (1.5.5)-ის ზოგად ამოხსნა მიიღება (1.5.22)-ისა და (1.26)-ის ჯამის სახით.

კოშის (1.5.5) პირობების გათვალისწინება მოგვცემს სისტემას

$$\begin{cases} C_1 = N_{30} \\ \frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2} C_1 + \frac{\sqrt{-D}}{2} C_2 = \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) + \gamma_2 N_{30} \Rightarrow \\ \begin{cases} C_1 = N_{30} \\ C_2 = \frac{2}{\sqrt{-D}} \left( \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - \frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2} N_{30} \right) \end{cases} \end{cases}$$

ამრიგად,  $N_3(t)$  ერთადერთ ამოხსნას ექნება სახე

$$\begin{aligned}
N_3(t) = & e^{\frac{\gamma_2 + \alpha_1}{2}t} \left( N_{30} \cos\left(\frac{\sqrt{-D}}{2}t\right) + \left( \frac{2\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - (\gamma_2 + \alpha_1)N_{30}}{\sqrt{-D}} \right) \sin\left(\frac{\sqrt{-D}}{2}t\right) \right) + \\
& e^{\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}t} \frac{2\gamma_1}{\sqrt{-D}} \left( \cos\left(\frac{\sqrt{-D}}{2}t\right) \int_0^t e^{-\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}\tau} \sin\left(\frac{\sqrt{-D}}{2}\tau\right) (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau - \right. \\
& \left. - \sin\left(\frac{\sqrt{-D}}{2}t\right) \int_0^t e^{-\frac{(\gamma_2 + \alpha_1)}{2}\tau} \cos\left(\frac{\sqrt{-D}}{2}\tau\right) (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right)
\end{aligned} \tag{1.5.27}$$

სისტემა (1.1)-ის პირველი და მეორე განტოლებიდან, საწყისი პირობები (1.2)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ერთადერთ ამოხსნას

$$N_1(t) = e^{\alpha_1 t} \left( N_{10} - \int_0^t (\alpha_3 N_3(\tau) + \beta_1(\tau)) e^{-\alpha_1 \tau} d\tau \right) \tag{1.5.28}$$

$$N_2(t) = e^{\alpha_1 t} \left( N_{20} - \int_0^t (\alpha_3 N_3(\tau) + \beta_2(\tau)) e^{-\alpha_1 \tau} d\tau \right) \tag{1.5.29}$$

განხილულია ასევე კერძო შემთხვევები [2, 66], ნაშრომებში. მაგალითად, როცა  $\beta_1(t) = \beta_1 = const$ ,  $\beta_2(t) = \beta_2 = const$ ,

ა)  $D > 0$

$$\begin{aligned}
N_3(t) = & \frac{-N_{30}(\lambda_2 - \gamma_2) + \gamma_1(N_{10} + N_{20})}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_2 - \lambda_1)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} + \\
& + \frac{\gamma_1}{\sqrt{D}} (\beta_1 + \beta_2) \left( \frac{1 - e^{\lambda_1 t}}{\lambda_1} - \frac{1 - e^{\lambda_2 t}}{\lambda_2} \right) \\
N_3(t) = & \frac{\left( -N_{30}(\lambda_2 - \gamma_2) - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1 \gamma_2 + 2\alpha_3 \gamma_1} \lambda_2 + \gamma_1(N_{10} + N_{20}) \right)}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \\
& - \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_2 - \lambda_1) - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1 \gamma_2 + 2\alpha_3 \gamma_1} \lambda_1}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1 \gamma_2 + 2\alpha_3 \gamma_1}
\end{aligned} \tag{1.5.30}$$

ჩავსვათ (1.5.30) (1.5.28) და (1.5.29) -ში

$$\lambda_1 \neq \alpha_1 \neq \lambda_2, \quad \lambda_1 + \lambda_2 = \alpha_1 + \gamma_2 \tag{1.5.31}$$

მივიღებთ

$$N_1(t) = \left( \begin{aligned} & e^{\alpha_1 t} N_{10} + \frac{[\beta_1 - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)\alpha_3}{\alpha_1\gamma_2 + 2\alpha_3\gamma_1}]}{\alpha_1} (1 - e^{\alpha_1 t}) - \\ & \frac{\alpha_3[-N_{30}(\lambda_2 - \gamma_2) - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1\gamma_2 + 2\alpha_3\gamma_1} \lambda_2 + \gamma_1(N_{10} + N_{20})]}{\sqrt{D}(\lambda_1 - \alpha_1)} (e^{\lambda_1 t} - e^{\alpha_1 t}) + \\ & + \frac{\alpha_3[\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_2 - \lambda_1) - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1\gamma_2 + 2\alpha_3\gamma_1} \lambda_1]}{\sqrt{D}(\lambda_2 - \alpha_1)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\alpha_1 t}) \end{aligned} \right) \quad (1.5.32)$$

$$N_2(t) = \left( \begin{aligned} & e^{\alpha_1 t} N_{20} + \frac{[\beta_2 - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)\alpha_3}{\alpha_1\gamma_2 + 2\alpha_3\gamma_1}]}{\alpha_1} (1 - e^{\alpha_1 t}) - \\ & \frac{\alpha_3[-N_{30}(\lambda_2 - \gamma_2) - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1\gamma_2 + 2\alpha_3\gamma_1} \lambda_2 + \gamma_1(N_{10} + N_{20})]}{\sqrt{D}(\lambda_1 - \alpha_1)} (e^{\lambda_1 t} - e^{\alpha_1 t}) + \\ & + \frac{\alpha_3[\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + N_{30}(\gamma_2 - \lambda_1) - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1\gamma_2 + 2\alpha_3\gamma_1} \lambda_1]}{\sqrt{D}(\lambda_2 - \alpha_1)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\alpha_1 t}) \end{aligned} \right) \quad (1.5.33)$$

განვიხილოთ კერძო შემთხვევები:

I.  $N_{30} > 0, \gamma_2 = 0$

საინფორმაციო ომზე საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედების ხარისხი გაცილებით მეტია, ანტაგონისტურ მხარეთა მაღალი აგრესიულობის ინდექსის შემთხვევაშიც კი, თუ კი მათ მოქმედებას ექნება პრევენციული ხასიათი ( $N_{30} > 0, \gamma_2 = 0$ ).

გამოვიკვლიოთ საინფორმაციო ომის მიმდინარეობა სხვადასხვა  $D$  -სთვის.. შევნიშნოთ, რომ ამ შემთხვევაში  $D = D_1 = \alpha_1^2 - 8\gamma_1\alpha_3 > 0$

$$N_3(t) = \left( \begin{aligned} & \frac{[-N_{30}\lambda_2 - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1(N_{10} + N_{20})]}{\sqrt{D_1}} e^{\lambda_1 t} + \\ & + \frac{-\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + N_{30}\lambda_1 + \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1}{\sqrt{D_1}} e^{\lambda_2 t} - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \end{aligned} \right) \quad (1.5.34)$$



$$N_1(t) = \left( \begin{array}{l} e^{\alpha_1 t} N_{10} + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2\alpha_1} (1 - e^{\alpha_1 t}) - \\ \frac{\alpha_3 [-N_{30} \lambda_2 - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1 (N_{10} + N_{20})]}{\sqrt{D_1} (\lambda_1 - \alpha_1)} (e^{\lambda_1 t} - e^{\alpha_1 t}) + \\ + \frac{\alpha_3 [\gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - N_{30} \lambda_1 - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1]}{\sqrt{D_1} (\lambda_2 - \alpha_1)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\alpha_1 t}) \end{array} \right) \quad (1.5.35)$$

$$N_2(t) = \left( \begin{array}{l} e^{\alpha_1 t} N_{20} + \frac{\beta_2 - \beta_1}{2\alpha_1} (1 - e^{\alpha_1 t}) - \\ \frac{\alpha_3 [-N_{30} \lambda_2 - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1 (N_{10} + N_{20})]}{\sqrt{D_1} (\lambda_1 - \alpha_1)} (e^{\lambda_1 t} - e^{\alpha_1 t}) + \\ + \frac{\alpha_3 [\gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - N_{30} \lambda_1 - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1]}{\sqrt{D_1} (\lambda_2 - \alpha_1)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\alpha_1 t}) \end{array} \right) \quad (1.5.36)$$

ამ შემთხვევაში

$$\lambda_1 + \lambda_2 = \alpha_1$$

II.  $\gamma_2 = 0$ ,  $N_{30} = 0$  არა პრევენციული შემთხვევა.

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა (1.5.34)- (1.5.36-ში  $N_{30} = 0$ , ანუ საერთაშორისო

ორგანიზაციები არ "ფხიზლობენ" და რეაგირებას პრევენციულად არ აკეთებენ მხარეების მიერ უკვე გაჩაღებულ საინფორმაციო ომზე.

ა)  $D = D_1 = \alpha_1^2 - 8\gamma_1 \alpha_3 > 0$ , ანუ მხარეების აგრესიულობის იდექსის კვადრატის მეტია სამშვიდობო ინდექსების გარვამაგებულ ნამრავლზე, რაც აშკარად მიუთითებს ანტაგონისტურ მხარეების დიდ აგრესიულ განწყობაზე საინფორმაციო ომში.

$$N_3(t) = \left( \begin{array}{l} \left[ -\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) \right] \\ \frac{\quad}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \\ - \frac{\gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \end{array} \right) \quad (1.5.37)$$

$$\begin{aligned}
N_1(t) &= \left( \begin{aligned} &e^{\alpha_1 t} N_{10} + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2\alpha_1} (1 - e^{\alpha_1 t}) - \frac{\alpha_3 \left[ -\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) \right]}{\sqrt{D}(\lambda_1 - \alpha_1)} \times \\ &\times (e^{\lambda_1 t} - e^{\alpha_1 t}) + \frac{\alpha_3 \left[ \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1 \right]}{\sqrt{D}(\lambda_2 - \alpha_1)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\alpha_1 t}) \end{aligned} \right) = \\
&= \left( \begin{aligned} &e^{\alpha_1 t} \left[ \frac{N_{10} - N_{20}}{2} - \frac{\beta_1 - \beta_2}{2\alpha_1} \right] + \frac{\alpha_3 \left[ \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1 \right]}{\sqrt{D}(\lambda_2 - \alpha_1)} e^{\lambda_2 t} - \\ &-\frac{\alpha_3 \left[ -\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) \right]}{\sqrt{D}(\lambda_1 - \alpha_1)} e^{\lambda_1 t} + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2\alpha_1} \end{aligned} \right) \end{aligned} \tag{1.5.38}$$

$$\begin{aligned}
N_2(t) &= \left( \begin{aligned} &e^{\alpha_1 t} N_{20} + \frac{\beta_2 - \beta_1}{2\alpha_1} (1 - e^{\alpha_1 t}) - \frac{\alpha_3 \left[ -\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) \right]}{\sqrt{D}(\lambda_1 - \alpha_1)} \times \\ &\times (e^{\lambda_1 t} - e^{\alpha_1 t}) + \frac{\alpha_3 \left( \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1 \right)}{\sqrt{D}(\lambda_2 - \alpha_1)} (e^{\lambda_2 t} - e^{\alpha_1 t}) \end{aligned} \right) = \\
&= \left( \begin{aligned} &e^{\alpha_1 t} \left[ \frac{N_{20} - N_{10}}{2} - \frac{\beta_2 - \beta_1}{2\alpha_1} \right] + \frac{\alpha_3 \left( \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1 \right)}{\sqrt{D}(\lambda_2 - \alpha_1)} e^{\lambda_2 t} - \\ &-\frac{\alpha_3 \left( -\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) \right)}{\sqrt{D}(\lambda_1 - \alpha_1)} e^{\lambda_1 t} + \frac{\beta_2 - \beta_1}{2\alpha_1} \end{aligned} \right) \end{aligned} \tag{1.5.39}$$

$$\lambda_1 = \frac{\alpha_1 + \sqrt{D_1}}{2} > 0, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha_1 - \sqrt{D_1}}{2} > 0, \quad \alpha_1 > \lambda_1 > \lambda_2$$

თუ

$$(N_{20} - N_{10})\alpha_1 = \beta_2 - \beta_1 \tag{1.5.40}$$

მაშინ

$$N_1(t) = \left( \begin{array}{l} -\frac{\alpha_3[\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1]}{\sqrt{D}\lambda_1} e^{\lambda_2 t} + \\ + \frac{\alpha_3[-\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1(N_{10} + N_{20})]}{\sqrt{D}\lambda_2} e^{\lambda_1 t} + \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{2\alpha_1} \end{array} \right) \quad (1.5.41)$$

$$N_2(t) = \left( \begin{array}{l} -\frac{\alpha_3[\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_1]}{\sqrt{D}\lambda_1} e^{\lambda_2 t} + \\ + \frac{\alpha_3[-\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1(N_{10} + N_{20})]}{\sqrt{D}\lambda_2} e^{\lambda_1 t} + \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{2\alpha_1} \end{array} \right) \quad (1.5.42)$$

თუ

$$-\frac{(\beta_1 + \beta_2)}{2\alpha_3} \lambda_2 + \gamma_1(N_{10} + N_{20}) < 0 \quad (1.5.43)$$

მაშინ ადგილი აქვს:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N_1(t) = -\infty, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} N_2(t) = -\infty. \quad (1.5.44)$$

ამგვარად, თუ სრულდება (1.5.40) და (1.5.43) პირობები, მაშინ (1.5.44)-ის ძალით  $N_1(t), N_2(t)$  იცვლიან ნიშნებს და კომპი-ბოლცანოს თეორემის თანახმად რადგანაც უწყვეტ ფუნქციებს  $N_1(t), N_2(t)$  გააჩნიათ ნულები  $(0, T]$  შუალედში, ეს ნიშნავს იმას, რომ

$$\exists t_1 \in (0, T]: N_1(t_1) = 0; \quad \exists t_2 \in (0, T]: N_2(t_2) = 0$$

ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ინფორმაციული ომი ეწყდება.

$$\text{ბ) } D = D_1 = \alpha_1^2 - 8\gamma_1\alpha_3 = 0, \quad \beta_1(t) = \beta_1 = \text{const} \quad \beta_2(t) = \beta_2 = \text{const},$$

$$\begin{aligned}
N_3(t) &= \left( N_{30}e^{\lambda_1 t} + (\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_2 - \lambda_1)N_{30})te^{\lambda_1 t} + \right. \\
&\quad \left. + e^{\lambda_1 t} \gamma_1 \int_0^t \tau e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau - t\gamma_1 e^{\lambda_1 t} \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} (\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) d\tau \right) = \\
&= \left( \left( \frac{\lambda_1^2 N_{30} + \gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\lambda_1^2} - \frac{\lambda_1(\gamma_1(N_{10} + N_{20}) + (\gamma_2 - \lambda_1)N_{30} + \gamma_1(\beta_1 + \beta_2))t}{\lambda_1} \right) e^{\lambda_1 t} - \right. \\
&\quad \left. -\gamma_1(\beta_1 + \beta_2) \left( \frac{1}{\lambda_1} t + \frac{1}{\lambda_1^2} \right) \right) \tag{1.5.45}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_2(t) &= e^{\alpha_1 t} (N_{20} - \int_0^t [\alpha_3 N_3(\tau) + \beta_2(\tau)] e^{-\alpha_1 \tau} d\tau) = \\
&= e^{\alpha_1 t} N_{20} - \frac{t\alpha_3\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1\lambda_1} - \frac{\alpha_3\gamma_1(\beta_1 + \beta_2) - \lambda_1^2\beta_2}{\alpha_1\lambda_1^2} (1 - e^{\alpha_1 t})
\end{aligned}$$

თუ ადგილი აქვს

$$N_{10} + \frac{\alpha_3\gamma_1(\beta_1 + \beta_2) - \lambda_1^2\beta_1}{\alpha_1\lambda_1^2} < 0 \tag{2.16}$$

$$N_{20} + \frac{\alpha_3\gamma_1(\beta_1 + \beta_2) - \lambda_1^2\beta_2}{\alpha_1\lambda_1^2} < 0$$

მაშინ  $\lim_{t \rightarrow \infty} N_1(t) = -\infty$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} N_2(t) = -\infty$

და კოში-ბოლცანოს თეორემით,  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  ფუნქციებს გააჩნიათ ნულები, ანუ ინფორმაციული ომი შეწყდება.

$$\exists t_3 \in (0, T]: N_1(t_3) = 0; \quad \exists t_4 \in (0, T]: N_2(t_4) = 0$$

გ)  $D < 0$   $\beta_1(t) = \beta_1 = const$   $\beta_2(t) = \beta_2 = const$

$$\begin{aligned}
N_3(t) &= \sqrt{\left( N_{30} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3} \right)^2 + \frac{(2\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \alpha_1(N_{30} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3}))^2}{(\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3}} e^{\frac{(\gamma + \alpha_1)t}{2}} \times \\
&\quad \times \sin\left( \frac{\sqrt{\alpha_1^2 - 8\gamma_1\alpha_3}}{2} t + \theta \right) - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3}
\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\left(N_{30} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3}\right) \sqrt{\alpha_1^2 - 8\gamma_1\alpha_3}}{2\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \alpha_1\left(N_{30} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3}\right)}$$

$$N_1(t) = e^{\alpha_1 t} \left( N_{10} - \int_0^t \alpha_3 \left[ \frac{\left(N_{30} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3}\right)^2 + \left(2\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \alpha_1\left(N_{30} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3}\right)\right)^2}{(\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times e^{\frac{(\gamma_1 + \alpha_1)\tau}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{\alpha_1^2 - 8\gamma_1\alpha_3}}{2}\tau + \theta\right) - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3} \right] + \beta_1(\tau) \right) e^{-\alpha_1 \tau} d\tau$$

$$N_2(t) = e^{\alpha_1 t} \left( N_{20} - \int_0^t \alpha_3 \left[ \frac{\left(N_{30} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3}\right)^2 + \left(2\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \alpha_1\left(N_{30} + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3}\right)\right)^2}{(\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\gamma_1\alpha_3} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times e^{\frac{(\gamma_1 + \alpha_1)\tau}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{\alpha_1^2 - 8\gamma_1\alpha_3}}{2}\tau + \theta\right) - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2\alpha_3} \right] + \beta_1(\tau) \right) e^{-\alpha_1 \tau} d\tau$$

ამდენად, მოდელის ანალიზისას დადგინდა, რომ ინფორმაციულ ომში განსაკუთრებულ როლს თამაშობენ ურთიერთდაპირისპირებული მხარეების (ქვეყნები ან კოალიციები) ავტორიტეტული რელიგიური ინსტიტუტები (ზოგადად კი სხვა ავტორიტეტული ორგანიზაციებიც), რომლებიც გავლენას ახდენენ მხოლოდ თავის ქვეყნების გადაწყვეტილებების მიმღებ პირებზე (ლიდერშიპი) და მოუწოდებენ მათ ინფორმაციული ომის შეწყვეტისკენ.

## თავი II. ინფორმაციული ომის არაწრფივი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები

იმ შემთხვევაში, როცა სიდიდეები, რომლებიც ახასიათებენ ამა თუ იმ ობიექტს, იცვლება მცირედ, ან უმნიშვნელოდ, მაშინ ამ ობიექტის, ან მასთან დაკავშირებული პროცესების აღსაწერად წრფივი მათემატიკური მოდელების გამოყენება ადექვატურ შედეგებს იძლევა და გამართლებულია. მაგრამ უკვე ობიექტის პარამეტრების დიდი ცვლილებებისას წრფივი მოდელები ხშირად იმდენად ეფექტურად "აღარ მუშაობენ". ამ შემთხვევაში ობიექტის, ან მასთან დაკავშირებული პროცესების აღსაწერად უფრო მისაღებია არაწრფივი მათემატიკური მოდელების გამოყენება. ამ თავში ჩვენ განვიხილავთ ინფორმაციული ომის რამდენიმე მოდელს: მოწინააღმდეგის იგნორირების, ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგების [12, 53], შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციების, მხარეების ინფორმაციული შესაძლებლობების გათვალისწინების უწყვეტ მათემატიკურ და მათ შესატყვის კომპიუტერულ მოდელებს. ინფორმაციულ ომს აღწერთ არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით და შევისწავლით შესაბამისად წარმოქმნილ კოშმის ამოცანებს. ასევე განვიხილავთ ინფორმაციულ ომის ჩილკერის ტიპის ამოცანა. პირველად შემოვიტანთ მოსახლეობის ინფორმაციული დაფარვის მათემატიკურ მოდელებს, რომელნიც განვითარდნენ და დაიხვეწნენ, როგორც ინფორმაციული თავდასხმისა და დაპირისპირების მოდელებად.

### §2.1. მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის არაწრფივი, უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები

ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგის იგნორირების შემთხვევაში მათემატიკური მოდელის ასაგებად გავითვალისწინოთ აგრესიული და მშვიდობისმყოფელი მხარეების ურთიერთდამოკიდებულობის ცვლილება ინფორმაციული ომის მიმდინარეობისას. ჩავთვალოთ, რომ აგრესიული მხარის განცხადებებათა გავრცელების სისწრაფე პროპორციულია მის მიერ გავრცელებული განცხადებების რაოდენობის გამრავლებულს მესამე, მშვიდობისმყოფელი მხარის მიერ წონასწორობის მნიშვნელობისგან გადახრის სიდიდის შესაბამის გავრცელებულ რაოდენობაზე.

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \beta N_1(t) N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) - \beta N_2(t) N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma(N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (2.1.1)$$

$$\alpha, \beta, \gamma > 0 \quad (2.1.2)$$

$$N_1(0) = N_{10} \geq 0, \quad N_2(0) = N_{20} \geq 0, \quad N_3(0) = N_{30} \geq 0 \quad (2.1.3)$$

$N_{10}, N_{20}, N_{30}$  არაუარყოფითია. (2.1.1) -ის შემთხვევაში გადახრად შეიძლება მივიჩნიოთ სხვაობა აგრესიულობის კოეფიციენტსა ( $\alpha$ ) და სამშვიდობო მზაობისა და მშვიდობისმყოფელი განცხადებების ნამრავლს ( $\beta N_3(t)$ ) შორის :  $\alpha - \beta N_3(t)$ . განვიხილოთ არატრივიალური ამოხსნების შემთხვევები.

(2.1.1) სისტემის პირველი და მეორე განტოლებების შეკრებით გვექნება

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(N_1 + N_2) &= \alpha(N_1 + N_2) - \beta N_3(N_1 + N_2) \quad \text{ან} \\ \frac{d}{dt}(N_1 + N_2) &= (N_1 + N_2)(\alpha - \beta N_3) \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

შევნიშნოთ რომ,  $N_1 + N_2 = \frac{1}{\gamma} \frac{dN_3}{dt}$  მაშინ (2.1.4) გადაიწერება

$$\frac{d^2 N_3}{dt^2} = \frac{dN_3}{dt} (\alpha - \beta N_3) \quad (2.1.5)$$

ამდენად, მივიღეთ მეორე რიგის არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლება  $N_3(t)$ -ის მიმართ, რომელშიც ცხადი სახით არ შედის დამოუკიდებელი ცვლადი  $t$ . ამიტომ (2.1.5) -ის რიგის დასაწევად შემოვიტანოთ აღნიშვნა  $\frac{dN_3}{dt} = q(N_3)$ , მაშინ

$$\frac{d^2 N_3}{dt^2} = \frac{d}{dt} \frac{dN_3}{dt} = \frac{d}{dt} q(N_3) = \frac{dq(N_3)}{dt} \frac{dN_3}{dt}$$

$$\text{ანუ } q'q - (\alpha - \beta N_3)q = 0$$

$$q(q' + \beta N_3 - \alpha) = 0 \quad (2.1.6)$$

(2.1.6) განტოლება იშლება ორ განტოლებად

$$I. q = 0, \quad \frac{dN_3}{dt} = 0 \quad (2.1.7)$$

$$N_3(t) = N_{30} \quad (2.1.8)$$

(2.1.3) საწყისი პირობების გათვალისწინებით. მაშინ (2.1.1) სისტემის პირველი და მეორე განტოლებები მიიღებენ სახეს  $\frac{d}{dt}N_1 = \alpha N_1 - \beta N_{30}N_1$ ;  $\frac{d}{dt}N_2 = \alpha N_2 - \beta N_{30}N_2$  მათ ამოხსნებს აქვს სახე  $|N_1(t)| = C_1 e^{(\alpha - \beta N_{30})t}$ ;  $|N_2(t)| = C_2 e^{(\alpha - \beta N_{30})t}$ , სადაც  $C_1, C_2$  არაუარყოფითი კონსტანტებია. ზოგადად კი გვაქვს

$$N_1(t) = C_1 e^{(\alpha - \beta N_{30})t}, \quad N_2(t) = C_2 e^{(\alpha - \beta N_{30})t} \quad (2.1.9)$$

სადაც  $C_1, C_2$  ნებისმიერი კონსტანტაა. (2.1.9)-დან და საწყისი პირობებიდან გვაქვს  $N_1(0) = C_1 = N_{10}$ ;  $N_2(0) = C_2 = N_{20}$ . ამდენად (2.1.9) მიიღებს სახეს

$$N_1(t) = N_{10} e^{(\alpha - \beta N_{30})t}, \quad N_2(t) = N_{20} e^{(\alpha - \beta N_{30})t} \quad (2.1.10)$$

(2.1.1) -ის მესამე განტოლებიდან  $t = 0$ -სთვის გვაქვს

$$\frac{dN_3(0)}{dt} = \gamma(N_1(0) + N_2(0)) = 0 \quad (2.1.11)$$

რადგანაც  $\gamma > 0$ , ამიტომ  $N_1(0) + N_2(0) = 0$ , ხოლო თავის მხრივ ყოველი შესაკრები (2.1.3)-ის ძალით არაუარყოფითია, აქედან გამომდინარე  $N_1(0) = N_2(0) = 0$ . მაშასადამე, (2.1.9)-დან ვღებულობთ

$$N_1(t) \equiv 0, \quad N_2(t) \equiv 0, \quad N_3(t) = N_{30} \quad (2.1.12)$$

ამდენად,  $q = 0$  შემთხვევაში გვაქვს შეზღუდვები პირველი და მეორე მხარის საწყისი პირობებზე - ისინი ნულის ტოლია და აქედან გამომდინარე კი ვღებულობთ, რომ დაპირისპირებული მხარეები არ ავრცელებენ მაპროვოცირებელ განცხადებებს, ანუ არ მონაწილეობენ ინფორმაციულ ომში, ეს კი მიიღწევა მესამე მხარის პრევენციული მოქმედებით, რომელიც მუდმივი მნიშვნელობის რაოდენობით ავრცელებს მშვიდობისმყოფელ განცხადებებს  $N_{30} > 0$

II. ვთქვათ ახლა

$$\frac{d}{dN_3} q + \beta N_3 - \alpha = 0 \quad (2.1.13)$$

$N_3(t)$  მიმართ ინტეგრირებით გვექნება  $q = \alpha N_3 - \frac{\beta}{2} N_3^2 + C$  სადაც  $C$  მუდმივია



$$\frac{dN_3}{dt} = \alpha N_3 - \frac{\beta}{2} N_3^2 + C \quad (2.1.14)$$

$t = 0$ -სთვის, (2.1.1) სისტემის მესამე განტოლებიდან (2.1.2) პირობის გათვალისწინებით გვაქვს  $\gamma(N_1(t) + N_2(t)) - \alpha N_3(t) + \frac{\beta}{2} N_3^2(t) = C$

$$\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30} + \frac{\beta}{2} N_{30}^2 = C \quad (2.1.15)$$

ჩავსვათ  $C$ -ს მნიშვნელობა (2.1.15)-დან (2.1.14)-ში და ამოვხსნათ მიღებული ჩდგ.

$$\frac{dN_3}{dt} = \alpha N_3 - \frac{\beta}{2} N_3^2 + \gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30} + \frac{\beta}{2} N_{30}^2 \quad (2.1.16)$$

$$\frac{dN_3(t)}{-\frac{\beta}{2} N_3^2(t) + \alpha N_3(t) + \gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30} + \frac{\beta}{2} N_{30}^2} = dt \quad (2.1.17)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა

$$\Delta = -\alpha^2 + 4\left(-\frac{\beta}{2}\right)\left(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30} + \frac{\beta}{2} N_{30}^2\right) \quad (2.1.18)$$

$$\Delta = -(\beta N_{30} - \alpha)^2 - 2\beta\gamma(N_{10} + N_{20}) \quad (2.1.19)$$

(2.1.3) პირობის გამო  $\Delta$  არადადებითია, განვიხილოთ  $\Delta = 0$  და  $\Delta < 0$  ცალ-ცალკე.

ა)  $\Delta = 0$ , მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა (2.1.19) -ის ორივე წევრი ერთდროულად ნულის ტოლია

$$\begin{cases} N_{30} = \frac{\alpha}{\beta} \\ N_{10} = N_{20} = 0 \end{cases} \quad (2.1.20)$$

ამ შემთხვევაში (2.1.17) მიიღებს სახეს

$$\frac{dN_3(t)}{-\frac{\beta}{2} \left(N_3(t) - \frac{\alpha}{\beta}\right)^2} = dt \quad (2.1.21)$$

მოვახდინოთ (2.1.21)-ის ინტეგრირება

$$\frac{2}{\beta \left(N_3(t) - \frac{\alpha}{\beta}\right)} = t + C \quad (2.1.22)$$

სადაც  $C$  მუდმივია. (2.1.22)-დან ვღებულობთ

$$N_3(t) = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{2}{\beta(t + C)} \quad (2.1.23)$$

$C$  მუდმივა (2.1.23)-ში განვსაზღვროთ საწყისი პირობიდან.  $t = 0$ -სთვის კი გვაქვს

$$N_{30} - \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{\beta C} \quad (2.1.24)$$

(2.1.24) -ის მარცხენა მხარე ნულის ტოლია, რადგან  $N_{30} = \frac{\alpha}{\beta}$ . ე.ი. C მუდმივა განუსაზღვრელად დიდია. ამ შემთხვევაში კი (2.1.23)-დან მარჯვენა მხარის მეორე წევრი ნულს უტოლდება და  $N_3(t)$  მუდმივის ტოლია. კერძოდ,

$$N_3(t) = \frac{\alpha}{\beta} \quad (2.1.25)$$

ჩვენ დავდივართ I შემთხვევამდე და აქაც გვაქვს  $N_1(t) \equiv 0$ ,  $N_2(t) \equiv 0$ ,  $N_3(t) = \frac{\alpha}{\beta}$ . ამდენად, ამ შემთხვევაში გვაქვს შეზღუდვები პირველი და მეორე მხარის საწყის პირობებზე - ისინი ნულის ტოლია და ასევე მესამე მხარის საწყის პირობაზე  $N_{30} = \frac{\alpha}{\beta}$ . აქედან გამომდინარე კი ვღებულობთ, რომ დაპირისპირებული მხარეები არ ავრცელებენ მაპროვოცირებელ განცხადებებს, ანუ არ მონაწილეობენ ინფორმაციულ ომში, ეს კი მიიღწევა მესამე მხარის პრევენციული მოქმედებით, რომელიც მუდმივი მნიშვნელობის რაოდენობით ავრცელებს მშვიდობისმყოფელ განცხადებებს  $N_{30} > 0$

ბ)  $\Delta < 0$ , შემოვიტანოთ აღნიშვნა  $k = \sqrt{-\Delta}$ , მაშინ (2.1.17) -ის ინტეგრირებით მივიღებთ

$$\frac{1}{k} \ln \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = t + \ln C, \text{ სადა } C \text{ დადებითი კონსტანტაა, მოვახდინოთ}$$

$$\text{გარდაქმნე-ბი } \ln \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = k(t + \ln C); \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = e^{k(t + \ln C)};$$

$$\left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = e^{kt + \ln C^k}$$

$$\left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = C^k e^{kt}, \text{ აღვნიშნოთ } C^k \text{ ისევ დადებითი } C \text{-თი; } \left| \frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} \right| = C e^{kt},$$

მოვხსნათ მოდული;  $\frac{-\beta N_3(t) + \alpha - k}{-\beta N_3(t) + \alpha + k} = C e^{kt}$ , აქ C მუდმივა უკვე ნებისმიერი ნიშნისაა

$$-\beta N_3(t) + \alpha - k = -C\beta N_3(t)e^{kt} + C\alpha e^{kt} + Cke^{kt}; (Ce^{kt} - 1)\beta N_3(t) = \alpha(Ce^{kt} - 1) + k(Ce^{kt} + 1)$$

$$N_3(t) = \frac{\alpha(Ce^{kt} - 1) + k(Ce^{kt} + 1)}{\beta(Ce^{kt} - 1)} \quad (2.1.26)$$

$C$  მუდმივა განვსაზღვროთ (2.1.26)-დან (2.1.3) საწყისი პირობის გათვალისწინებით

$$N_3(0) = N_{30} = \frac{\alpha(C-1) + k(C+1)}{\beta(C-1)}; N_{30} = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{k(C+1)}{\beta(C-1)}; N_{30}\beta C - N_{30}\beta = \alpha C - \alpha + kC + k$$

$$(N_{30}\beta - \alpha - k)C = N_{30}\beta - \alpha + k$$

$$C = \frac{N_{30}\beta - \alpha + k}{N_{30}\beta - \alpha - k} \quad (2.1.27)$$

ამდენად (2.1.26)-ში  $C$ -ს მნიშვნელობა გამოითვლება (2.1.27) ფორმულით. განვსაზღვროთ  $C$ -ს ნიშანი. (2.1.27)-ში მრიცხველი დადებითია, რადგანაც

$$k = \sqrt{(\beta N_{30} - \alpha)^2 + 2\beta\gamma(N_{10} + N_{20})} > 0, k > |\beta N_{30} - \alpha| \quad (2.1.28)$$

(2.1.28) უტოლობების ძალით (2.1.27) წილადის მნიშვნელი უარყოფითია, ამდენად მუდმივა  $C$  უარყოფითია. წარმოვადგინოთ (26) შემდეგნაირად

$$N_3(t) = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{k(Ce^{kt} - 1 + 2)}{\beta(Ce^{kt} - 1)} = \frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt} - 1)}$$

$$N_3(t) = \frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt} - 1)} \quad (2.1.29)$$

როცა  $t \rightarrow +\infty$  მაშინ  $N_3(t) \rightarrow \frac{\alpha + k}{\beta}$ . ვიცით რომ  $t=0$ -ში  $N_3(t) = N_{30}$ , და ამ საწყისი

წერტილიდან  $N_3(t)$ -ის ყოფაქცევითის გამოვთვალოთ მისი წარმოებული:

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = -\frac{2k^2 Ce^{kt}}{\beta(Ce^{kt} - 1)^2} > 0 \quad (2.1.30)$$

რადგანაც  $C < 0$ , ე.ი.  $N_3(t)$  ზრდადია, იგი  $N_{30}$ -დან იზრდება მონოტონურად და ასიმ-პტოტურად უახლოვდება  $\frac{\alpha + k}{\beta}$ -ს ქვემოდან. ეხლა განვსაზღვროთ  $N_1(t)$  და

$N_2(t)$ , ამის-თვის ჩავსვათ  $N_3(t)$ -ის მნიშვნელობა აღებული (2.1.29) -დან (2.1.1)

სისტემის პირველ და მეორე განტოლებებში. ჩვენ ჩავატარებთ  $N_1(t)$ -ის განსაზღვრას,

ხოლო  $N_2(t)$ -ისთვის ის ანალოგიურად მოიძებნება.  $\frac{\dot{N}_1}{N_1} = \alpha - \beta\left(\frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt} - 1)}\right);$

$\frac{\dot{N}_1}{N_1} = -k - \frac{2k}{(Ce^{kt} - 1)}$ . ვახდენთ ინტეგრირებას  $\ln |N_1(t)| = -kt - \int \frac{2k dt}{Ce^{kt} - 1} + \ln C_1; C_1 > 0,$

$$\ln |N_1(t)| = kt - 2 \ln |Ce^{kt} - 1| + \ln C_1$$

$$\ln |N_1(t)| = kt + \ln(Ce^{kt} - 1)^{-2} + \ln C_1; |N_1(t)| = C_1(Ce^{kt} - 1)^{-2} e^{kt}$$

$$N_1(t) = C_1 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2} \quad (2.1.31)$$

(2.1.31)-ში  $C_1$  ნებისმიერი ნიშნისაა და ვიპოვოთ ის (2.1.3) საწყისი მნიშვნელობით.

$$N_{10} = C_1 \frac{1}{(C-1)^2}, \quad C_1 = N_{10}(C-1)^2 \quad (2.1.32)$$

ჩავსვათ (2.1.32) (2.1.31)-ში და მივიღებთ

$$N_1(t) = N_{10}(C-1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2} \quad (2.1.33)$$

ანალოგიურად გამოითვლება  $N_2(t)$  და გვექნება

$$N_2(t) = N_{20}(C-1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2} \quad (2.1.34)$$

$N_1(t)$  და  $N_2(t)$ , (2.1.33), (2.1.34) -ის ძალით არიან დადებითი ფუნქციები, როცა  $t \rightarrow \infty$  ისინი მონოტონურად კლებადები არიან და ასიმპტოტურად უახლოვდებიან 0-ს ზემოდან, ამასთან ნულს არ გადაკვეთენ. ე.ი. პირველი და მეორე მხარეები დროის გარკვეული მონაკვეთიდან ავრცელებენ, რაგინდ მცირე მაპროვოცირებელ განცხადებებს, ანუ პრაქტიკულად წყვეტენ ინფორმაციული ომს, და ეს შედეგი განპირობებულია მესამე მხარის აქტიურობით, რომელიც მუდმივად აგრძელებს დამამშვიდებელი განცხადებების გავრცელებას თითქმის ერთი და იმავე რაოდენობის ინტენსივობით. განვიხილოთ, თუ როგორ რეაგირებენ პირველი და მეორე მხარეები მშვიდობისმოყვარე განცხადებებზე. ძირითადად გამოვიკვლიოთ პირველი მხარის ყოფაქცევა, რადგან მიღებული შედეგი ადვილად იქნება მორგებული მეორე მხარისთვის. გამოვთვალოთ  $N_1(t)$  -ს წარმოებული

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} N_1(t) &= N_1(\alpha - \beta N_3(t)); \quad \frac{d}{dt} N_1(t) = N_{10}(C-1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2} \left( \alpha - \beta \left( \frac{\alpha + k}{\beta} + \frac{2k}{\beta(Ce^{kt} - 1)} \right) \right) \\ \frac{d}{dt} N_1(t) &= N_{10}(C-1)^2 \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2} \left( \alpha - \alpha - k - \frac{2k}{(Ce^{kt} - 1)} \right) \\ \frac{d}{dt} N_1(t) &= -N_{10}(C-1)^2 k \frac{e^{kt}}{(Ce^{kt} - 1)^2} \left( 1 + \frac{2}{(Ce^{kt} - 1)} \right) \end{aligned} \quad (2.1.35)$$

$N_1(t)$  წარმოებული  $t = 0$  წერტილში ტოლია

$$\frac{d}{dt} N_1(0) = -N_{10} k \frac{C+1}{C-1} \quad (2.1.36)$$

$C < 0$ , ხოლო როცა ა)  $|C| < 1$ , მაშინ (2.1.36)-ის მარჯვენა მხარე დადებითია.  $\frac{d}{dt}N_1(0) > 0$  და ამრიგად  $N_1(t)$  იწყებს ჯერ ზრდას, აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო შემდეგ მცირდება და ასიმპტოტურად უახლოვდება ნულს ზემოდან. ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავი-სებური მარყუჟი. ბ)  $|C| > 1$ , მაშინ (2.1.36)-ის მარჯვენა მხარე უარყოფითია.  $\frac{d}{dt}N_1(0) < 0$  და ამრიგად  $N_1(t)$  იწყებს თავიდანვე კლებას და ასიმპტოტურად უახლოვდება ნულს ზემოდან. გადავწეროთ  $C$  (2.1.27)-დან შემდეგნაირად:

$$C = \frac{N_{30}\beta - \alpha + k}{N_{30}\beta - \alpha - k} = -\frac{k + (N_{30}\beta - \alpha)}{k - (N_{30}\beta - \alpha)} \quad (2.1.37)$$

(2.1.37) წილადის  $(\beta N_{30} - \alpha)$  მნიშვნელობა თუ უარყოფითია, მაშინ  $|C| < 1$ , ეს კი სამართლიანია მაშინ როცა

$$N_{30} < \frac{\alpha}{\beta_1} \quad (2.1.38)$$

$N_1(t)$  იწყებს ჯერ ზრდას, აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო შემდეგ მცირდება და ასიმპტოტურად უახლოვდება ნულს ზემოდან. ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური მარყუჟი. თუ კი, (2.1.37) წილადის  $(\beta N_{30} - \alpha)$  მნიშვნელობა დადებითია, მაშინ  $|C| > 1$ , ეს კი სამართლიანია მაშინ, როცა

$$N_{30} > \frac{\alpha}{\beta_1} \quad (2.1.39)$$

და ამ შემთხვევაში პირველი და მეორე მხარეები თავიდანვე ამცირებენ აქტიურობას. იხილე ნახატი 2.1.1 - 2.1.6.

ლისტინგი 2.1.1

alpha=2; beta=.5; gamma=.7;

n10=5; n20=8; n30=1.5;

k=sqrt((beta\*n30-alpha)^2+2\*beta\*gamma\*(n10+n20));

c1=(n30\*beta-alpha); c=(c1+k)/(c1-k);

t=0:.1:50;

n1=n10\*(c-1)^2\*exp(k\*t)/(c\*exp(k\*t)-1).^2;

n2=n20\*(c-1)^2\*exp(k\*t)/(c\*exp(k\*t)-1).^2;

$zeda=(\text{alpa}+k)/\text{beta};n3=zeda+(2*k)./(\text{beta}*(c*\text{exp}(k*t)-1));$

$\text{plot}(t,n1,t,n2,t,n3,'linewidth',4)$

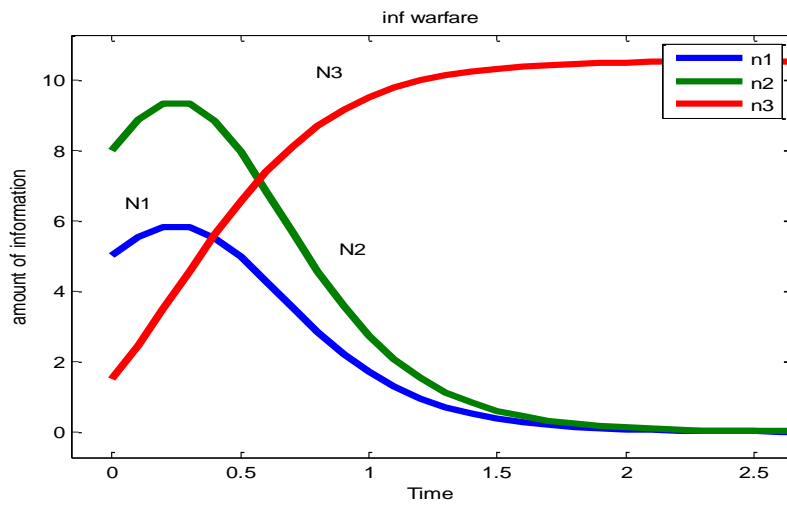
$\text{title}('inf\ warfare')$

$\text{xlabel}('Time')$

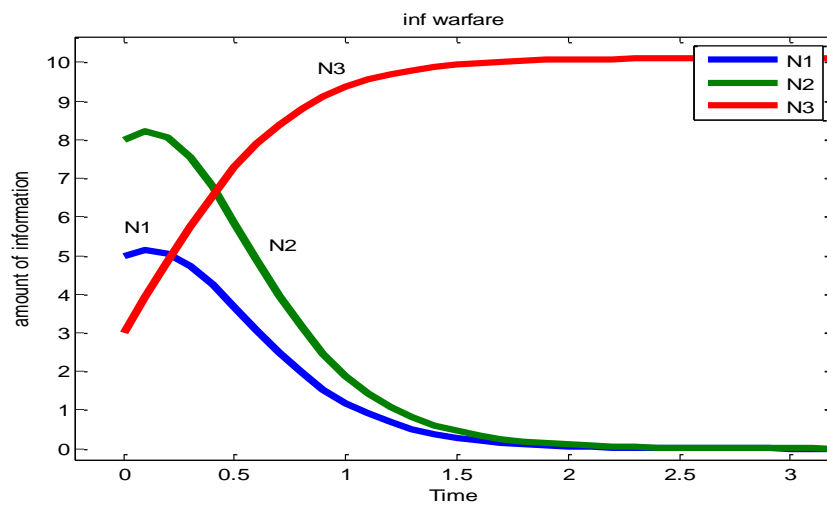
$\text{ylabel}('amount\ of\ information')$

$\text{legend}('n1','n2','n3')$

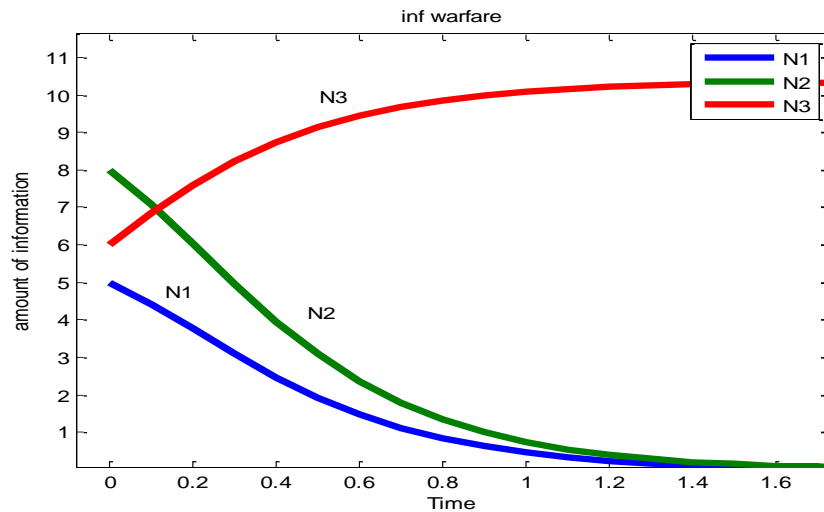
ფიგურებზე წითელი ხაზით აღნიშნულია მესამე მხარის აქტიურობა, ლურჯით პირველის და მწვანეთი - მეორის.



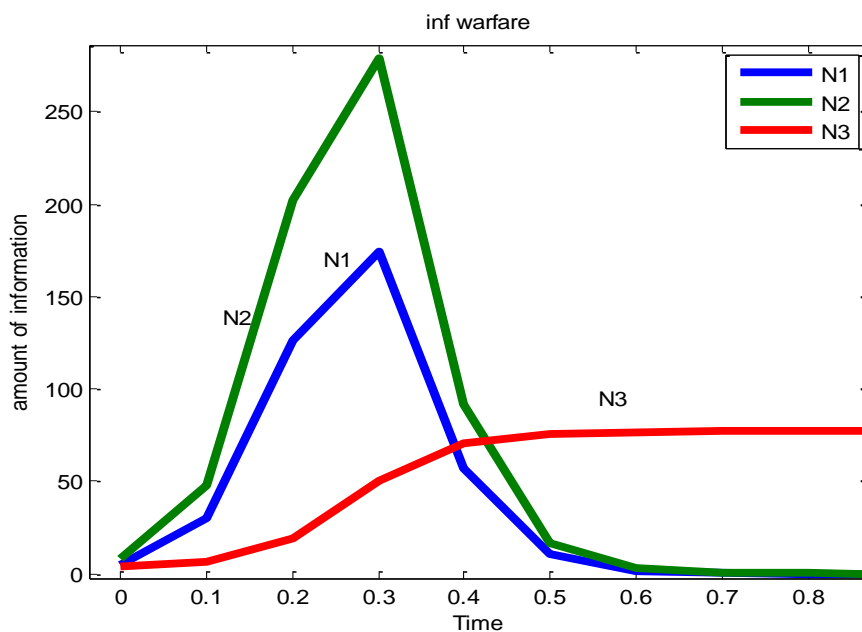
ნახატი 2.1.1  $\text{alpa}=2$ ,  $\text{beta}=0.5000$ ,  $\text{gamma}=0.7000$ ,  $n10=5$ ,  $n20=8$ ,  $n30=1.5$ ,  $zeda=10.5307$ . ნაჩვენებია შემთხვევები, როცა ადგილი აქვს (2.1.38) პირობას. წულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური მარყუჟი.



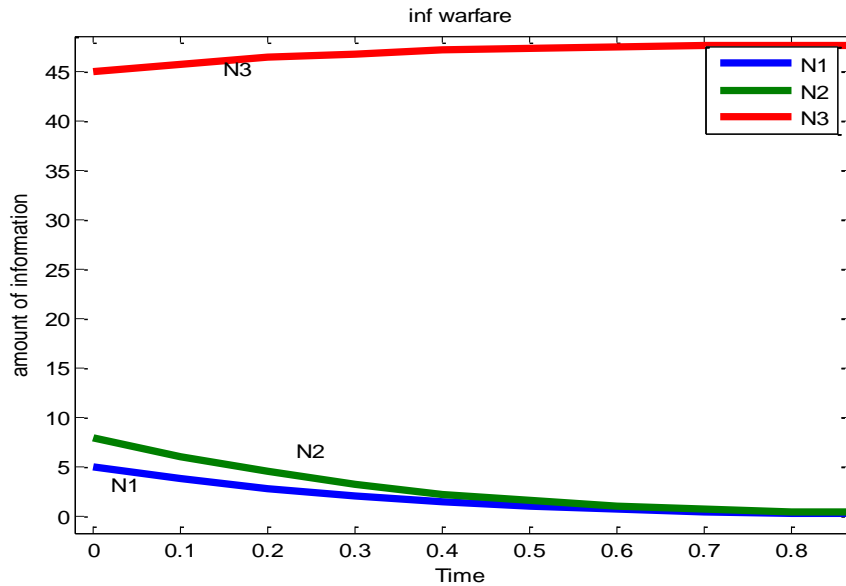
ნახატი 2.1.2  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 0.5000$ ,  $\gamma = 0.7000$ ,  $n_{10} = 5$ ,  $n_{20} = 8$ ,  $n_{30} = 3$ ,  $zeta = 10.1156$ . ნაჩვენებია შემთხვევები, როცა ადგილი აქვს (2.1.38) პირობას. აქ კარგად ჩანს, რომ, როცა აგრესიულობის შეფარდება სამშვიდობო მზადყოფნასთან მეტია პრევენციის მაჩვენებელზე, ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური მარყუჟი.



ნახატი 2.1.3  $\alpha = 2$ ;  $\beta = 0.5000$ ;  $\gamma = 0.7000$ ;  $n_{10} = 5$ ;  $n_{20} = 8$ ;  $n_{30} = 6$ ;  $zeta = 10.3561$   
 ადგილი აქვს (2.1.39) პირობას.

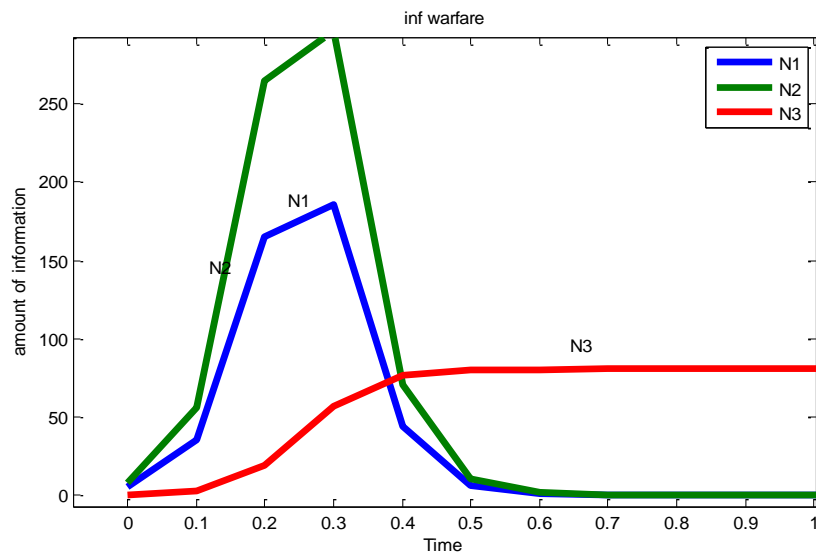


ნახატი 2.2.4  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 0.5000$ ,  $\gamma = 0.7000$ ;  $n_{10} = 5$ ;  $n_{20} = 8$ ;  $n_{30} = 3.5000$ ;  $zeta = 76.9953$   
 აგრესიულობის შეფარდება სამშვიდობო მზადყოფნასთან საკმაოდ (გაცილებით) მეტია პრევენციის მაჩვენებელზე, ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური პიკი



ნახატი 2.1.5.  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 0.5000$ ,  $\gamma = 0.7000$ ;  $n_{10} = 5$ ;  $n_{20} = 8$ ;  $n_{30} = 45$ ;  $z_{\text{eda}} = 47.8358$

ადგილი აქვს (2.1.39) პირობას. თავიდანვე იწყებს კლებას და ასიმპტოტურად უახლოვდება ნულს



ნახატი 2.1.6.  $\alpha = 2$ ;  $\beta = 0.5000$ ;  $\gamma = 0.7000$ ;  $n_{10} = 5$ ;  $n_{20} = 8$ ;  $n_{30} = 0$ ;  $z_{\text{eda}} = 11.2388$

მესამე მხარე არ მიმართავს თავიდან პრევენციას  $N_{30} = 0$ . ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური მარყუჟი.

## §2.2. ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგეების ინფორმაციული ომის არაწრფივი, უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები

განვიხილოთ “აგრესორის” (ძლიერი მოწინააღმდეგის) და “მსხვერპლის” (სუსტი მოწინააღმდეგის) ინფორმაციული ომის უწყვეტი არაწრფივი მათემატიკური მოდელი [12], რომელსაც აქვს შემდეგი სახე:



$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha N_1(t) - \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha N_2(t) + \delta N_1(t)N_2(t) - \beta N_3(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma(N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (2.2.1)$$

სადაც  $\alpha, \delta, \beta, \gamma$  მათემატიკური მოდელის პარამეტრებია, ხოლო  $N_1(t), N_2(t), N_3(t)$  მხარეების მიერ დროის მოცემულ  $t$  მომენტში გავრცელებული შესაბამისი ინფორმაციის რაოდენობაა, რაც შეეხება

$$N_1(0) = N_{10}, \quad N_2(0) = N_{20}, \quad N(0) = N_{30} \quad (2.2.2)$$

ისინი ინფორმაციული ომის საწყისი პირობებია.

(2.2.1) სისტემიდან გავაწარმოთ მესამე განტოლება და შედეგად მიღებულ გამოსახულებაში ჩავსვათ ამ სისტემის პირველი და მეორე განტოლებები, და მივიღებთ  $N_3(t)$ -ს მიმართ მეორე რიგის ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებას.

$$\frac{d^2}{dt^2} N_3(t) = \alpha \frac{d}{dt} N_3(t) - 2\beta\gamma N_3(t) \quad (2.2.3)$$

(2.2.3)-ის მახასიათებელი განტოლებაა  $\lambda^2 - \alpha \lambda + 2\beta \gamma = 0$

3. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , მაშინ

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} \quad (2.2.4)$$

და (2.2.3)-ის ზოგად ამოხსნას აქვს სახე  $N_3(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$ ,

(2.2.5)

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განისაზღვრება საწყისი პირობებიდან

$$N_3(0) = C_1 + C_2 = N_{30} \quad (2.2.6)$$

$\frac{d}{dt} N_3(0) = \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 = \gamma(N_{10} + N_{20})$ , რომლის გათვალისწინებით (2.2.5) მიიღებს

სახეს

$$N_3(t) = \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (2.2.7)$$

(2.2.1) სისტემის მესამე განტოლებიდან ვიპოვიით

$$N_1(t) + N_2(t) = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} N_3(t), \quad (2.2.8)$$

და თუ გავითვალისწინებთ, რომ  $\frac{1}{\gamma} = \frac{2\beta}{\lambda_1\lambda_2}$ , მივიღებთ

$$N_1(t) + N_2(t) = \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t} \quad (2.2.9)$$

აღვნიშნოთ  $\varphi(t) = \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\lambda_2 \sqrt{D}} e^{\lambda_1 t} - \beta \frac{\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\lambda_1 \sqrt{D}} e^{\lambda_2 t}$  მაშინ

$$N_2(t) = \varphi(t) - N_1(t) \quad (2.2.10)$$

(2.2.10) ჩავსვათ (2.2.1)-ის პირველ განტოლებაში და მივიღებთ რიკატის განტოლებას  $N_1(t)$ -ს მიმართ

$$\frac{d}{dt} N_1(t) = (\alpha - \delta\varphi(t))N_1(t) + \delta N_1^2(t) - \beta N_3(t) \quad (2.2.11)$$

ზოგადად (2.2.11) კვადრატურებში არ ამოიხსნება, ამიტომ გამოვიყენოთ მის მიმართ რიცხვითი მეთოდები. მაგრამ მანამდე კი დავადგინოთ მესამე მხარის ჩართულობის ხასიათი ინფორმაციულ ომში. თუ კი, მესამე მხარე გამოიყენებს პრევენციას გარკვეული დოზით, მაშინ  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე ანუ მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. მართლაც (2.2.7) გადავწეროთ შემდეგნაირად

$$N_3(t) = \frac{e^{\lambda_2 t}}{\sqrt{D}} \left( (\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - (\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}) \right) \quad (2.2.12)$$

რადგანაც  $\lambda_1 - \lambda_2 > 0$ , ცხადია, რომ დიდი  $t$ -სთვის  $N_3(t)$ -ის ნიშანს განსაზღვრავს კო-ეფიციენტი,  $e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}$ -ს წინ მყოფი, კერძოდ  $N_3(t)$  უარყოფითია,  $(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) < 0$ ,

$$N_{30} > \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (2.2.13)$$

$N_{30}$ -ის ამ (2.2.13) მნიშვნელობებისათვის  $N_3(t)$  იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე დადებითიდან  $N_3(0) = N_{30} > 0$ , უარყოფითზე, ამდენად უწყვეტ ფუნქციას გააჩნია ნული, რომელიც  $t^{**}$  წერტილში. იგი წარმოადგენს  $N_3(t) = 0$  განტოლების ამოხსნას

$$(\gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}) e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} = \gamma(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30} \quad (2.2.14)$$

(2.2.14)-დან გვაქვს

$$t^{**} = \frac{1}{\sqrt{D}} \ln \left( \frac{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_1 N_{30}}{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_2 N_{30}} \right) \quad (2.2.15)$$

შევნიშნოთ, რომ ლოგარითმქვემა გამოსახულება ერთზე მეტია, როცა  $N_{30}$  აკმაყოფილებს (2.2.13) პირობას:  $\frac{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_1 N_{30}}{-\gamma(N_{10} + N_{20}) + \lambda_2 N_{30}} > 1$ , თუ კი არ სრულდება პირობა

(2.2.13) და გვაქვს

$$N_{30} \leq \frac{\gamma(N_{10} + N_{20})}{\lambda_2} \quad (2.2.16)$$

მაშინ  $N_3(t)$  არ იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე, ის თავიდანვე დადებითია, არ გადაკვეთს აბსცისთა ღერძს და არ აქვს ამონახსენი (2.2.14) შესაბამის განტოლებას, ანუ მესამე მხარე არ ასრულებს მშვიდობისმყოფელი მოწოდებების გავრცელებას - არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

თუ კი მესამე მხარე არ მიმართავს პრევენციას, მაშინ  $N_3(t)$ . არ იცვლის ნიშანს, სულ დადებითია და მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ. აქაც მესამე მხარე არასრულებს მშვიდობისმყოფელი მოწოდებების გავრცელებას - არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს. რაც შეეხება ანტაგონისტურ მხარეებს, თუ სრულდება (2.2.16), მაშინ დროის დიდი მნიშვნელობისთვის მათი ჯამი  $N_1(t) + N_2(t)$  ხდება რაგინდ დიდი, და ამიტომ სულ მცირე, ერთი რომელიმე მხარე მაინც აწვითარებს ინფორმაციულ ომს. ხოლო თუ კი სრულდება (2.2.13) პირობა მაშინ არის იმის შესაძლებლობა, რომ ორივე მხარემ დაასრულოს ინფორმაციული ომი, რადგან მათი ჯამი  $N_1(t) + N_2(t) \rightarrow -\infty$ , როცა  $t \rightarrow +\infty$ .

დავუბრუნდეთ (2.2.11) განტოლების რიცხვით ამოხსნას (2.2.7)-ისთვის. ამისთვის გამოვიყენოთ Matlab-ის საშუალება, კერძოდ, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების (სისტემის) ამომხსნელი (სოლვერი) ode45, რომელიც **რუნგე-კუტას** მე 4-ე და მე-5-ე რიგის სიზუსტის ერთბიჯიანი ცხად მეთოდებზეა დაფუძნებული და რომლებიც მოდიფიცირებული იყო **ჯ. დორმანდისა და პ. პრინცის** მიერ [4,5,6,7,10,17]. იხილე ლისტინგი 3.2.1. მეორე მხარის აქტიურობა განისაზღვრება (2.2.10) ფორმულით, მას შემდეგ რაც ნაპოვნია პირველი მხარის აქტიურობა რიცხვითი მეთოდებით. ჩატარებულ იქნა გამოთვლითი ექსპერიმენტი: პრევენციის, (დელტა) პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის. (დელტა) პარამეტრის შემცირებისას, კერძოდ, როცა იგი მიისწრაფის ნულისაკენ, ვღებულობთ წრფივი

უწყვეტი მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის შედეგებს [13,73, 73]  $D>0$ -სთვის. მცირე პრევენციის შემთხვევაში სამშვიდობო აქტიურობა საკმარისი არ არის ინფორმაციული ომის დასაძლევად. ხოლო დიდი პრევენციის შემთხვევაში შესაძლებელია სამშვიდობო აქტიურობაზე ზემოქმედება, მათი შემობრუნება, ანუ ინფორმაციული ომის დასრულება. იხილე ნახატი 2.2.1 და ნახატი 2.2.2.

ლისტინგი 2.2. 1

”აგრესორი-მსხვერპლის” არაწრფივი ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის ამოხსნა რიცხვითი მეთოდებით  $D>0$ - სთვის

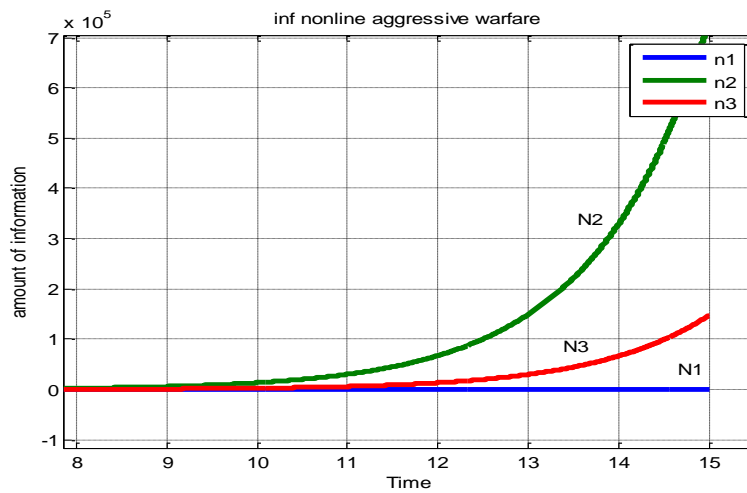
```
%arawrfili agresiuili d nulze metia
global n10 n20 n30 u2
global alfa beta gamma dlta d l1 l2 A B A1 B1
n10=3.5;n20=2.5;n30=50;
alfa=0.8;beta=0.01;gamma=0.16;
dlta=0.5;d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
l1=(alfa+d)/2; l2=(alfa-d)/2;A=(gamma*(n10+n20)-l2*n30)/d; B=(gamma*(n10+n20)-
l1*n30)/d;
A1=beta*A/l2; B1=beta*B/l1;qveda=gamma*(n10+n20)/l2;
[t,y]=ode45(@marj,[0 15],3.5);r10=2*(A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t));
r1=2*(A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t))-y;r2=A*exp(l1*t)-B*exp(l2*t);
plot(t,y,t,r1,t,r2,'linewidth',3);
title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n1','n2','n3')
grid on
[a,w]=ode45(@marj2,[0 15],2.5);
figure(2);
plot(a,w,'g','linewidth',3);
%funqcia - ode-s marjvena mxare d metia nulze pirveli mxarisTvis
```

```

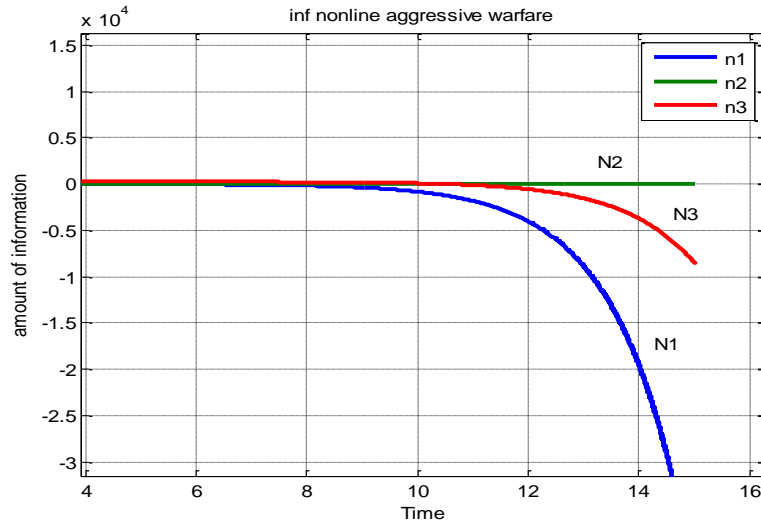
function vav=marj(t,y)
global alfa beta dlta u2
global l1 l2 A B A1 B1
u1=(alfa-dlta*(2*(A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t)))).*y;
u2=(A*exp(l1*t)-B*exp(l2*t));
vav=u1+dlta*y.^2-beta*u2;end

%funqcia - ode-s marjvena mxare d metia nulze meore mxarisTvis
function vav=marj2(t,y)
global alfa beta dlta u2
global l1 l2 A B A1 B1
u1=(alfa+dlta*(2*(A1*exp(l1*t)-B1*exp(l2*t)))).*y;
u2=(A*exp(l1*t)-B*exp(l2*t));vav=u1-dlta*y.^2-beta*u2; end

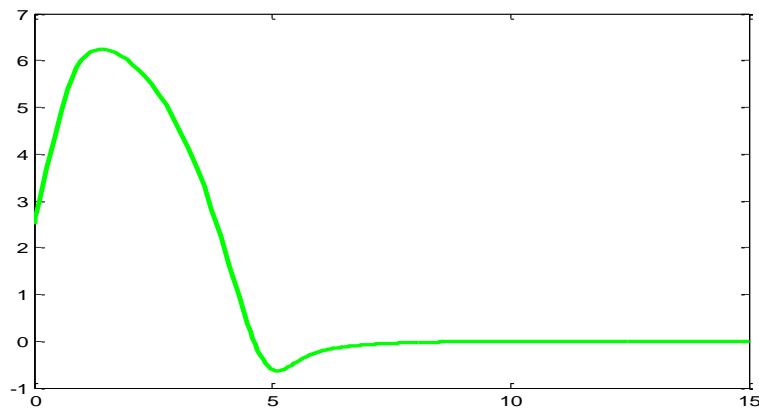
```



ნახატი 2.2.1 მცირე პრევენციისთვის არ ხდება ინფორმაციული ომის დასრულება: ორი მხარე მაინც "წულზე არ გადის".  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$   $N_{30} = 50$ ;



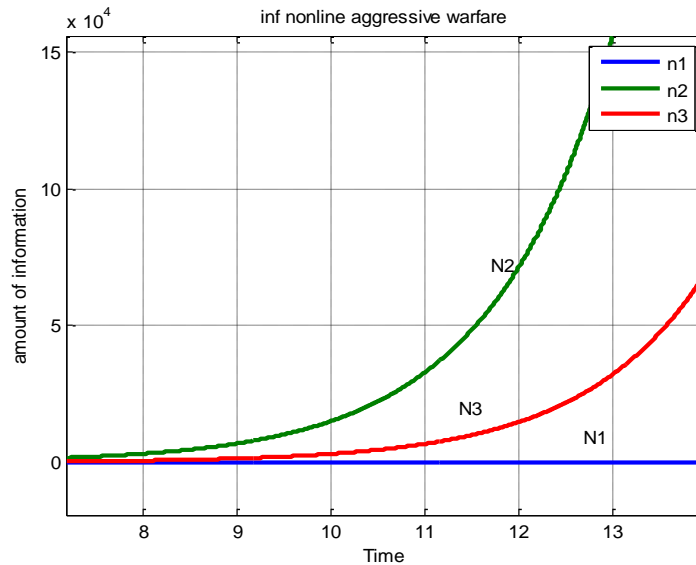
ნახატი 2.2.2 პრევენციის გაზრდით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება: მხარეები "ნულზე გადიან", მაშინ როდესაც მცირე პრევენციისთვის ეს არ ხდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$   $N_{30} = 250$ ;



ნახატი 2.2.3 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციული ომში. პრევენციის გაზრდით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება: მხარეები "ნულზე გადიან", მაშინ როდესაც მცირე პრევენციისთვის ეს არ ხდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$   $N_{30} = 250$ ;

აღსანიშნავია, რომ როცა პრევენცია მცირეა, მეორე მხარის აგრესიულობა დიდია, მას პირობითად "აგრესორი" დავარქვათ, ხოლო პირველი მხარე მცირე პრევენციის შემთხვევაშიც კი ნაკლებ აქტიურია, დავარქვათ მას პირობითად "მსხვერპლი". ანუ მსხვერპლი მცირე პრევენციის დროსაც, ან მისი არარსებობის შემთხვევაშიც კი არ აქტიურობს ინფორმაციულ ომში, გადის ნულზე ან მის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა ნულთან ახლოსაა, იხილე ნახატი 2.2.4. იმ შემთხვევაში კი, როცა პრევენცია იზრდება და საკმაოდ დიდი ხდება, "მსხვერპლი" ადვილად ემორჩილე-

ბა მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს და ასრულებს ინფორმაციულ ომს საკმაოდ სწრაფად.



ნახატი 2.2.4 პრევენციის არ არსებობის შემთხვევაში პირველი მხარე - "მსხვერპლი" მაინც "გადის ნულზე" - ასრულებს ინფორმაციულ ომს.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;

$$N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 0;$$

რაც შეეხება "აგრესორს", ისიც ემორჩილება ზოგადად, მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს, მაგრამ გაცილებით უფრო რთულად, თავიდან ის ზრდის აქტიურობას, შემდეგ გადის ნულზე, ხოლო გარკვეული დროის მერე მაინც აგრძელებს მცირე რაოდენობის ინფორმაციულ შეტევებს.

4. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ , მაშინ (2.2.3) -ის მახასიათებელ განტოლებას აქვს ერთი ორჯერადი ფესვი და  $N_3(t)$  -ის ზოგად ამონახსნს აქვს სახე

$$N_3(t) = (C_1 + C_2 t) e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (2.2.17)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განისაზღვრება პირობებიდან:  $N_3(0) = N_{30} \Leftrightarrow C_1 = N_{30}$

$$\frac{d}{dt} N_3(0) = C_2 + N_{30} \frac{\alpha}{2} = \gamma(N_{10} + N_{20}) \Leftrightarrow C_2 = \gamma(N_{10} + N_{20}) - \frac{\alpha}{2} N_{30} \text{ და ამდენად } N_3(t) \text{ -ის}$$

ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე

$$N_3(t) = \left[ N_{30} + (\gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30}) t \right] e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (2.2.18)$$

$N_1(t) + N_2(t)$  -ის საპოვნელად გამოვიყენოთ (2.2.8) და (2.2.18)

$$N_1(t) + N_2(t) = \frac{1}{\gamma} \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} + \frac{\alpha}{2} \left( N_{30} + \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} \right) t \right) \right) e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (2.2.19)$$

აღვნიშნოთ

$$\varphi(t) = \frac{1}{\gamma} \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} + \frac{\alpha}{2} \left( N_{30} + \left( \gamma N_{10} + \gamma N_{20} - \frac{\alpha}{2} N_{30} \right) t \right) \right) e^{\frac{\alpha}{2} t} \quad (2.2.20)$$

მაშინ  $N_2(t)$  შეიძლება გამოვსახოთ (2.2.10)-ით და ჩავსვათ ის (2.2.1)-ის პირველ განტოლებაში და მივიღებთ რიკატის განტოლებას  $N_1(t)$ -ს მიმართ (2.2.11).

დავადგინოთ მესამე მხარის ჩართულობის ხასიათი ინფორმაციულ ომში. თუ კი, მესამე მხარე გამოიყენებს პრევენციას გარკვეული დოზით, მაშინ  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე ანუ მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს.  $N_3(t)$ -სთვის (2.2.18)-დან გამომდინარე ნულზე გასვლა მიიღწევა, მაშინ, როცა  $t$  -ს წინ კოეფიციენტი იქნება უარყოფითი.

$$N_{30} > \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20})}{\alpha} \quad (2.2.21)$$

ნული კი მიიღწევა  $t^{**}$  წერტილში

$$t^{**} = \frac{N_{30}}{\frac{\alpha}{2} N_{30} - \gamma(N_{10} + N_{20})} \quad (2.2.22)$$

თუ კი არ სრულდება პირობა (2.2.21) და გვაქვს

$$N_{30} \leq \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20})}{\alpha} \quad (2.2.23)$$

მაშინ  $N_3(t)$  არ იცვლის ნიშანს  $[0, +\infty)$  არეზე, ის სულ დადებითია  $N_3(0) = N_{30} > 0$ , არ გადაკვეთს აბსცისთა ღერძს, ანუ მესამე მხარე არ ასრულებს მშვიდობისმყოფელი მოწოდებების გავრცელებას - არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ასევე, თუ კი მესამე მხარე არ მიმართავს  $N_{30} = 0$  პრევენციას, მაშინ  $N_3(t)$  არ იცვლის ნიშანს, სულ დადებითია და მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ. აქაც მესამე მხარე არ ასრულებს მშვიდობისმყოფელი მოწოდებების გავრცელებას - არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

რაც შეეხება ანტაგონისტურ მხარეებს, თუ სრულდება (2.2.23), მაშინ დროის დიდი მნიშვნელობისათვის მათი ჯამი  $N_1(t) + N_2(t)$  ხდება რაგინდ დიდი, და ამიტომ სულ მცირე, ერთი რომელიმე მხარე მაინც აწვითარებს ინფორმაციულ ომს. ხოლო თუ კი სრულდება (2.2.21) პირობა მაშინ არის იმის შესაძლებლობა, რომ ორივე მხარემ



დაასრულოს ინფორმაციული ომი, რადგან მათი ჯამი მიისწრაფის მინუს უსასრულობისკენ, როცა დრო უსასრულოდ იზრდება. (2.2.11) განტოლების რიცხვითი ამოხსნისათვის, (2.2.18) და (2.2.20)-ისთვის, გამოვიყენოთ Matlab-ის საშუალებები, კერძოდ, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების (სისტემის) ამომხსნელები: ode15s, რომელიც ხისტი მოდელებისთვისაა გათვლილი, დაფუძნებულია რიცხვითი დიფერენცირების (უკან) ფორმულებზე, წარმოადგენს მრავალბიჯიან ცვლადი სიზუსტის (1-დან 5-მდე) მეთოდს და ode45, რომელიც რუნგე-კუტას მე 4-ე და მე-5-ე რიგის სიზუსტის ერთბიჯიანი ცხად მეთოდებზეა დაფუძნებული [33-35]. იხ. ლისტინგი 3.2.2.

ლისტინგი 2.2.2.

```
%arawrfili agresiuili d nulis tolia
global n10 n20 n30
global alfa beta gamma dlta d A1
n10=3.5;n20=2.5;n30=4;
alfa=0.8;beta=0.05;gamma=1.6;
dlta=0.5;
d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
A1=gamma*(n10+n20)-alfa*n30/2;
qveda=2*gamma*(n10+n20)/alfa;
[t,y]=ode15s(@marjdnul,[0 15],3.5);
r2=(n30+A1*t).*exp(alfa*t/2);
r10=(A1*exp(alfa*t/2)+alfa*r2/2)/gamma;
r1=r10-y;
plot(t,y,t,r1,t,r2,'linewidth',2.7);
title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('N1','N2','N3')
grid on
[a,w]=ode45(@marjdnul2,[0 15],2.5);
```

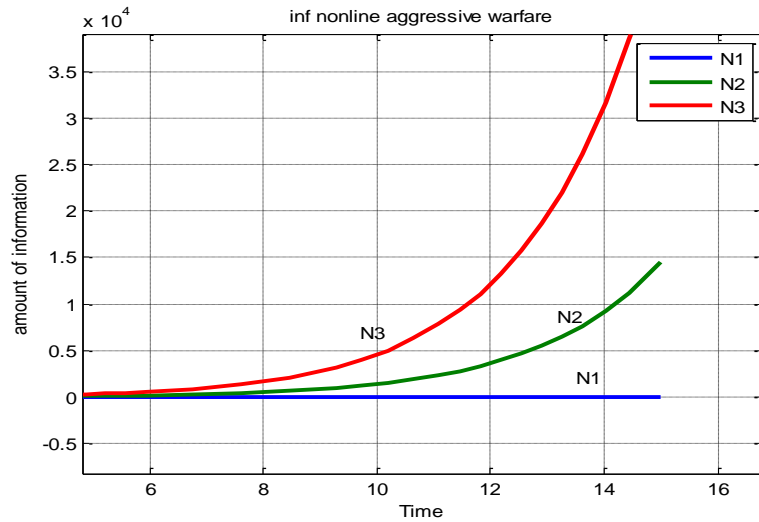
```

figure(2);
plot(a,w,'g','linewidth',2.7);
title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n2')
grid on
%funqcia - ode-s marjvena mxare d nulis tolia pirveli mxarisTvis
function vav=marjdnul(t,y)
global alfa beta dlta u2
global n30 A1 gamma
u2=(n30+A1*t).*exp(alfa*t/2);
u1=(alfa-dlta*(A1.*exp(alfa*t/2)+alfa*u2/2)/gamma).*y;
vav=u1+dlta*y.^2-beta*u2;
end
%funqcia - ode-s marjvena mxare d nulis toliameore mxarisTvis
function vav=marjdnul2(t,y)
global alfa beta dlta u2
global A1 gamma n30
u2=(n30+A1*t)*exp(alfa*t/2);u1=(alfa+dlta*(A1*exp(alfa*t/2)+alfa*u2/2)/gamma)*y;
vav=u1-dlta*y.^2-beta*u2; end

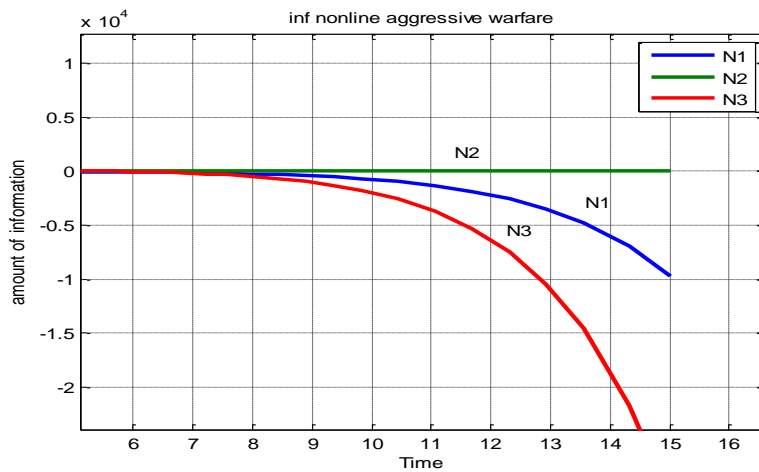
```

მეორე მხარის აქტიურობა განისაზღვრება (2.2.10) ფორმულით, მას შემდეგ რაც ნაპოვნია პირველი მხარის აქტიურობა რიცხვითი მეთოდებით. ჩატარებულ იქნა გამოთვლითი ექსპერიმენტი: პრევენციის, (დელტა) პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის. (დელტა) პარამეტრის შემცირებისას, კერძოდ, როცა იგი მიისწრაფის ნულისაკენ, ვლელბულობთ წრფივი უწყვეტი მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის შედეგებს [13; 71, 72, 73]  $D=0$ -სთვის. მცირე პრევენციის შემთხვევაში სამშვიდობო აქტიურობა საკმარისი არ არის ინფორმაციული ომის დასაძლევად. ხოლო დიდი პრევენციის შემთხვევაში შესაძლებელია სამშვიდობო აქტიურობით ზემოქმედება, ინფორმაციული შეტევების შემობრუნება,

ანუ ინფორმაციული ომის დასრულება. იხილე ნახატი 2.2.5, 2.2.6, 2.2.7.

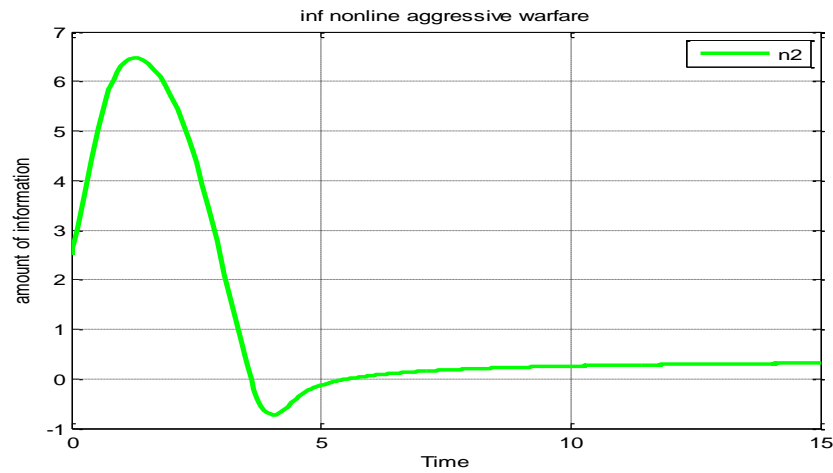


ნახატი 2.2.5 მცირე პრევენციისთვის არ ხდება ინფორმაციული ომის დასრულება: ორი მხარე მაინც "წულზე არ გადის".  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$ ;  $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$   $N_{30} = 4$ ;



ნახატი 2.2.6 პრევენციის გაზრდით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება: მხარეები "წულზე გადიან", მაშინ როდესაც მცირე პრევენციისთვის ეს არ ხდება

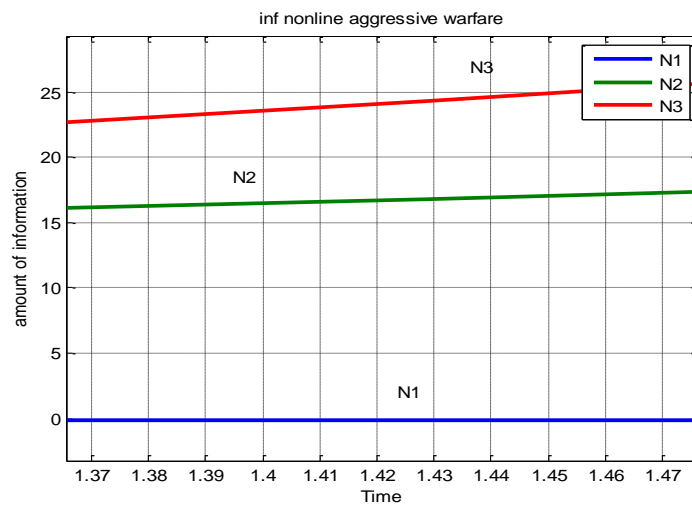
$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 1,6; \quad N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5 \quad N_{30} = 44;$$



ნახატი 2.2.7 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციულ ომში. პრევენციის გაზრდით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის დასრულება: მხარეები "ნულზე გადიან", მაშინ როდესაც მცირე პრევენციისთვის ეს არ ხდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$ ;  $N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5$

$$N_{30} = 44;$$

"მსხვერპლი" მცირე პრევენციის დროსაც, ან მისი არარსებობის შემთხვევაშიც კი, არ აქტიურობს ინფორმაციულ ომში, გადის ნულზე ან მის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა ნულთან ახლოსაა, იხილე ნახატი 2.2.8.



ნახატი 2.2.8 პრევენციის არ არსებობის შემთხვევაში პირველი მხარე - "მსხვერპლი" მაინც "გადის ნულზე" - ასრულებს ინფორმაციულ ომს.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$ ;

$$N_{10} = 3,5 > N_{20} = 2,5 \quad N_{30} = 0;$$

იმ შემთხვევაში კი, როცა პრევენცია იზრდება და საკმაოდ დიდი ხდება, "მსხვერპლი" ადვილად ემორჩილება მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს და ასრულებს ინფორმაციულ ომს საკმაოდ სწრაფად. რაც შეეხება "აგრესორს", ისიც

ემორჩილება ზოგადად, მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს, მაგრამ გაცილებით უფრო რთულად, თავიდან ის ზრდის აქტიურობას, შემდეგ გადის ნულზე, ხოლო გარკვეული დროის მერე მაინც აგრძელებს მცირე რაოდენობის ინფორმაციულ შეტევებს.

5. თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ , მაშინ (2.2.3) -ის მახასიათებელ განტოლებას აქვს ორი შეუღლებული კომპლექსური ფესვი და  $N_3(t)$  -ის ზოგად ამონახსნს აქვს სახე

$$N_3(t) = \left( C_1 \cos \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + C_2 \sin \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t \right) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (2.2.24)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განისაზღვრება პირობებიდან:  $N_3(0) = N_{30} \Leftrightarrow C_1 = N_{30}$

$$\frac{d}{dt} N_3(0) = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} C_2 + N_{30} \frac{\alpha}{2} = \gamma(N_{10} + N_{20}) \Leftrightarrow C_2 = \frac{2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30}}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}$$

და ამდენად  $N_3(t)$  -ის ამონახსნს, მას მერე რაც ჩავატარებთ ტრიგონომეტრიულ გარდაქმნას, აქვს შემდეგი სახე

$$N_3(t) = \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta\right) \quad (2.2.25)$$

სადაც

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{N_{30} \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30}}. \quad (2.2.26)$$

$N_1(t) + N_2(t)$  -ის საპოვნელად გამოვიყენოთ (2.2.8) და (2.2.25)

$$N_1(t) + N_2(t) = \sqrt{\frac{2\beta}{\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta + \varphi\right) e^{\frac{\alpha}{2}t} \quad (2.2.27)$$

სადაც

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha} \quad (2.2.28)$$

აღვნიშნოთ

$$\varphi(t) = \sqrt{\frac{2\beta}{\gamma}} \sqrt{N_{30}^2 + \frac{(2\gamma(N_{10} + N_{20}) - \alpha N_{30})^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} e^{\frac{\alpha}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2} t + \theta + \varphi\right) \quad (2.2.28)$$

მაშინ  $N_2(t)$  შეიძლება გამოვსახოთ (2.2.10)-ით და ჩავსვათ ის (2.2.1)-ის პირველ განტოლებაში და მივიღებთ რიკატის განტოლებას  $N_1(t)$ -ს მიმართ (2.2.11).

დავადგინოთ მესამე მხარის ჩართულობის ხასიათი ინფორმაციულ ომში. იგი გადის ნულზე, როცა (2.2.25)-ის ტრიგონომეტრიული გამოსახულება ნულის ტოლი ხდება, ანუ  $t^*$ -ში,  $N_3(t)$  ნულს გაუტოლდება და მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს

$$t^* = \frac{2(\pi - \theta)}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \quad (3.2.29)$$

(2.2.11) განტოლების რიცხვით ამონახსნისთვის, (2.2.18) და (2.2.20) პირობებისთვის გამოვიყენოთ Matlab-ის საშუალებები, კერძოდ, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების (სისტემის) ამომხსნელი ode45, რომელიც რუნგე-კუტას მე 4-ე და მე-5-ე რიგის სიზუსტის ერთბიჯიან ცხად მეთოდებზეა დაფუძნებული [1,3-6, 10, 17].  
იხ.ლისტინგი 2.2.3.

ლისტინგი 2.2.3

```
%arawrfili agresiuili d nulze naklebi
global n10 n20 n30
global alfa beta gamma dlta d A1 b tet fi
n10=2.5;n20=3.5;n30=5;
alfa=0.8;beta=0.05;gamma=2;
dlta=0.5;B=2*gamma*(n10+n20)-alfa*n30;
d=8* beta* gamma-alfa^2;D=sqrt(d);
A1=sqrt(n30^2+(B^2)/d);b=D/2;
tet=atan(n30*D/B);fi=atan(D/alfa);
[t,y]=ode15s(@marjdnak,[0 16],2.5);
r2=A1*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet);
r10=A1*sqrt(2*beta/gamma)*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet+fi);
r1=r10-y;
plot(t,y,t,r1,':',t,r2,'.', 'linewidth',2.7);
title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
```

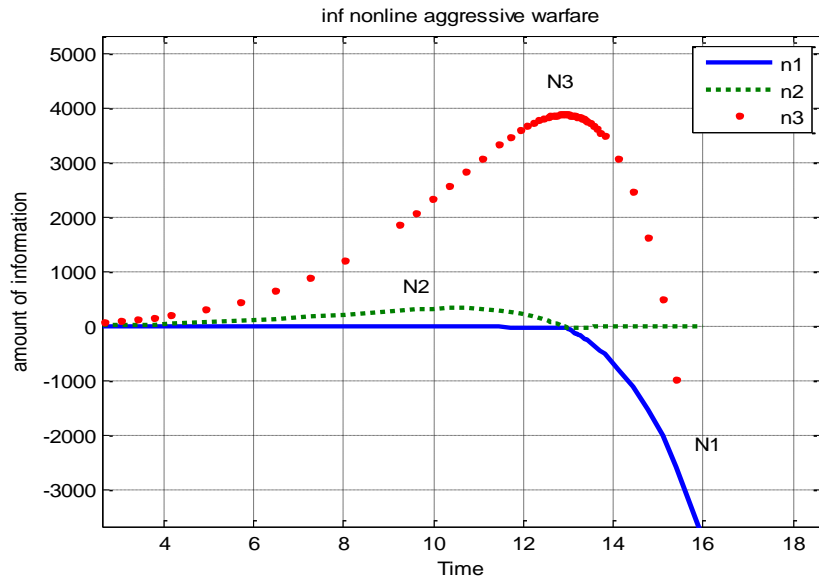
```

ylabel('amount of information')
legend('n1','n2','n3')
grid on
[a,w]=ode45(@marjdnak2,[0 16],3.5);
figure(2);
plot(a,w,'g','linewidth',2.7);
title('inf nonlinear aggressive warfare')
xlabel('Time')
ylabel('amount of information')
legend('n2')
grid on
%funqcia - ode-s marjvena mxare d naklebia 0 pirveli mxarisTvis
function vav=marjdnak(t,y)
global alfa beta dlta u2
global A1 gamma b tet fi
u2=A1*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet);
u1=(alfa-dlta*A1*sqrt(2*beta/gamma)*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet+fi)).*y;
vav=u1+dlta*y.^2-beta*u2;
end
%funqcia - ode-s marjvena mxare d naklebia 0 meore mxarisTvis
function vav=marjdnak(t,y)
global alfa beta dlta u2
global A1 gamma b tet fi
u2=A1*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet);
u1=(alfa+dlta*A1*sqrt(2*beta/gamma)*exp(alfa*t/2).*sin(b*t+tet+fi)).*y;
vav=u1-dlta*y.^2-beta*u2;
end

```

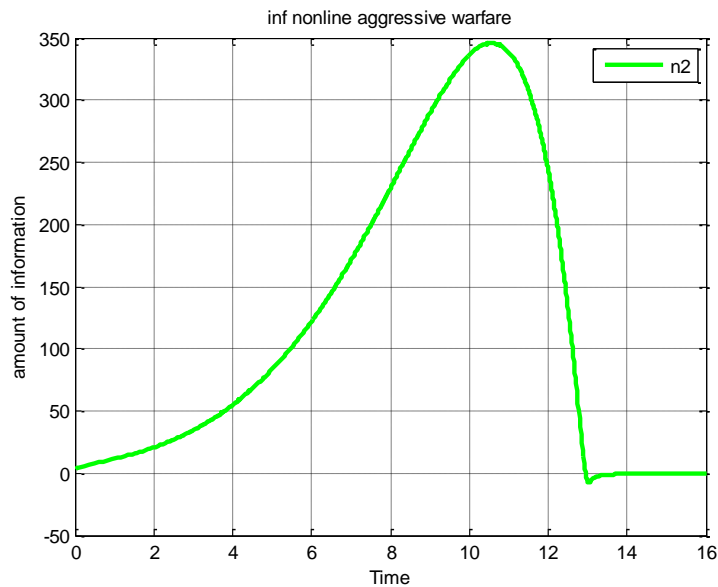
მეორე მხარის აქტიურობა განისაზღვრება (2.2.10) ფორმულით, მას შემდეგ რაც ნაპოვნია პირველი მხარის აქტიურობა რიცხვითი მეთოდებით. ჩატარებულ იქნა

გამოთვლითი ექსპერიმენტი: სამშვიდობო აქტივობის, (დელტა) პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობისთვის. (დელტა) პარამეტრის შემცირებისას, კერძოდ, როცა იგი მიისწრაფის ნულისკენ, ვლუბულობთ წრფივი უწყვეტი მოწინააღმდეგის იგნორირების ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის შედეგებს [13, 72,73,74]  $D < 0$ -სთვის. მცირე სამშვიდობო აქტივობის და მცირე პრევენციის (ან მისი არ არსებობის შემთხვევაშიც კი) ინფორმაციული ომისრულდება. იხილე ნახატები 2.2.9 – 2.3.12.



ნახატი 2.2.9 მცირე პრევენციისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის მიუხედავად სამივე მხარე გადის ნულზე - ინფორმაციული ომი სრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$  ;

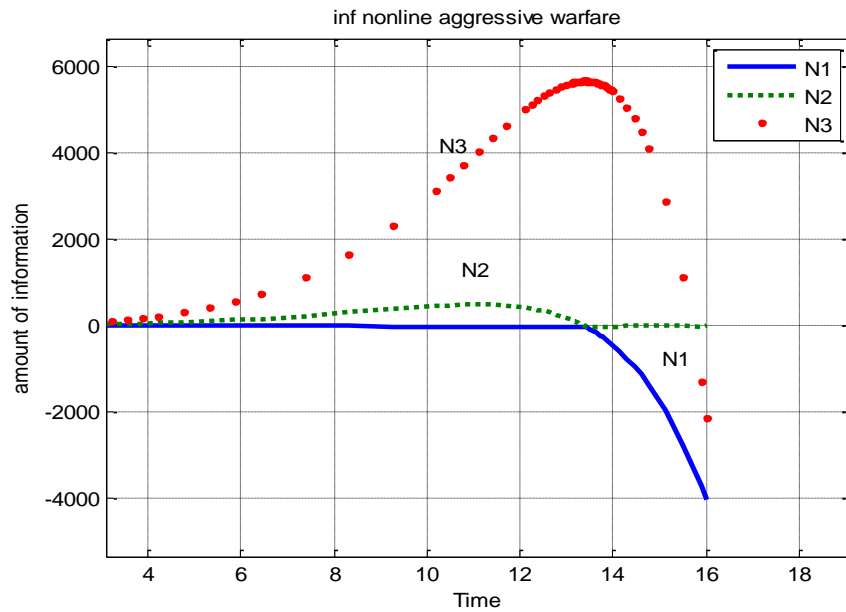
$$N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 5 ;$$



ნახატი 2.2.10 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციულ ომში. მცირე პრევენციისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის მიუხედავად მეორე მხარე გადის ნულზე

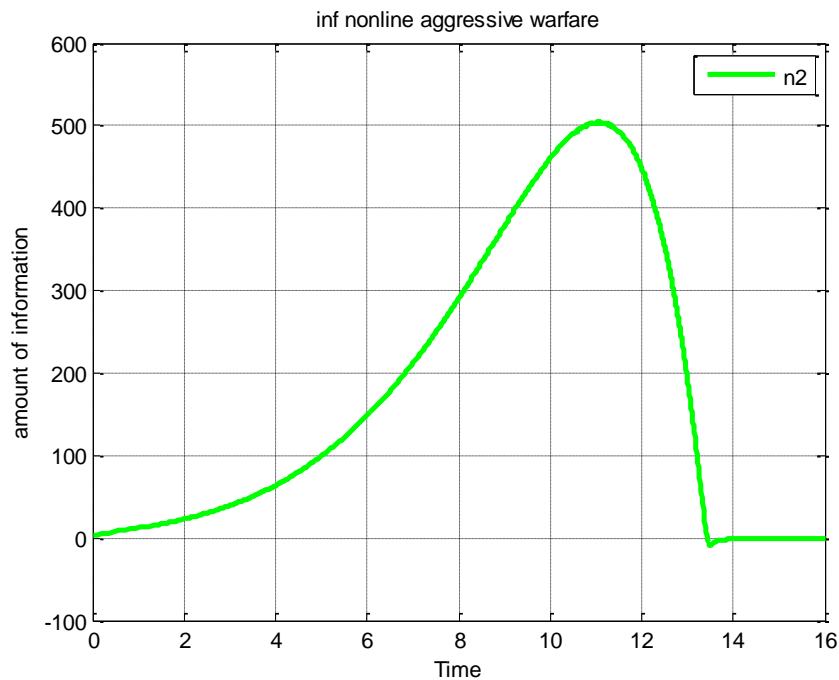


$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 2; \quad N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 5;$$



ნახატი 2.2.11 პრევენციის არ არსებობისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის მიუხედავად სამივე მხარე გადის ნულზე - ინფორმაციული ომისრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 2;$

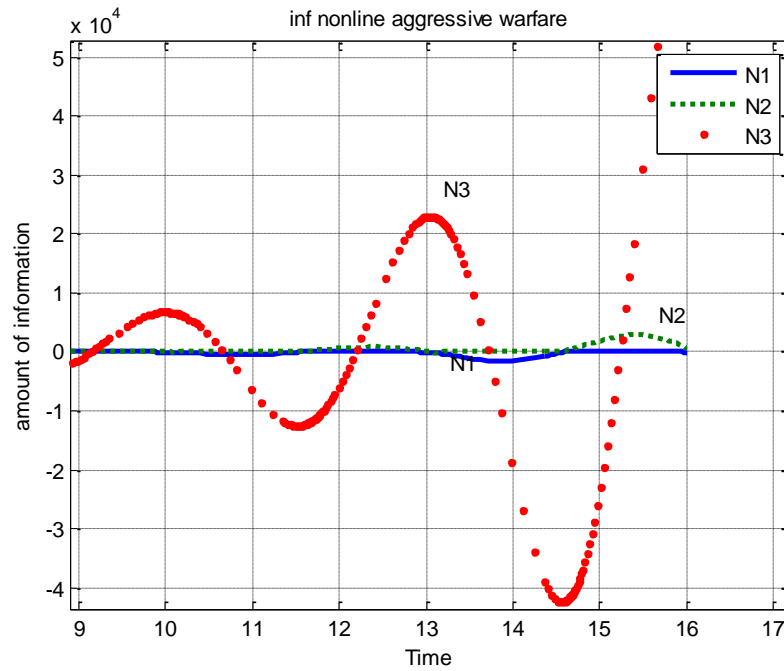
$$N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 0;$$



ნახატი 2.2.12 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციულ ომში. პრევენციის არარსებობისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის მიუხედავად მეორე მხარე გადის ნულზე

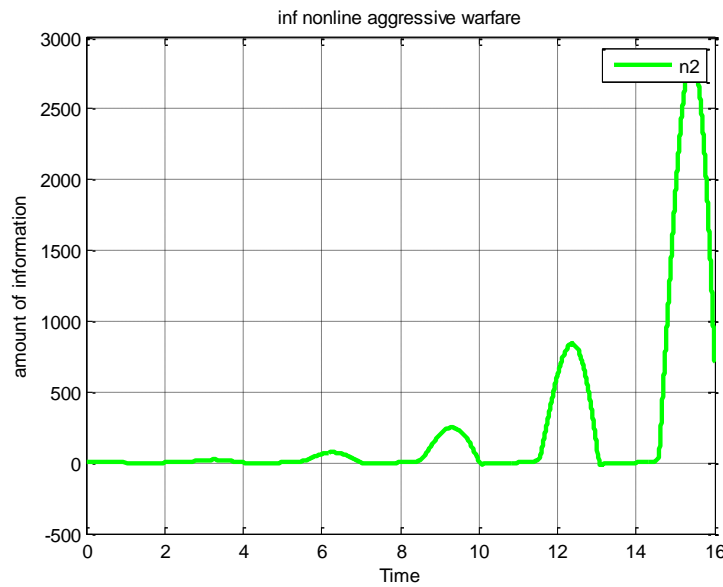
$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 2; \quad N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 0;$$

ხოლო დიდი სამშვიდობო აქტივობის შემთხვევაში ინფორმაციული ომი გაცილებით ადრე სრულდება. იხილე ნახატი 2.2.13 და ნახატი 2.2.14.



ნახატი 2.2.13 გაზრდილი პრევენციისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის დროს სამივე მხარე გადის ნულზე -ინფორმაციული ომი სრულდება უფრო მცირე დროში

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 44; \quad N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 5;$$



ნახატი 2.2.14 გამოკვეთილია მეორე მხარის აქტიურობა ინფორმაციული ომში. გაზრდილი პრევენციისა და მცირე სამშვიდობო აქტივობის დროს მეორე მხარე გადის ნულზე უფრო ადრე

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 44; \quad N_{10} = 2,5 < N_{20} = 3,5 \quad N_{30} = 5;$$

”მსხვერპლი” მცირე სამშვიდობო აქტივობის და მცირე პრევენციის დროსაც, ან მისი არ არსებობის შემთხვევაშიც, კი არ აქტიურობს ინფორმაციულ ომში, გადის ნულზე. იხილე ნახატი 2.2.11, ნახატი 2.2.12. იმ შემთხვევაშიც კი როცა სამშვიდობო აქტივობა იზრდება და საკმაოდ დიდი ხდება, ”მსხვერპლი” ადვილად ემორჩილება მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს და ასრულებს ინფორმაციულ ომს საკმაოდ სწრაფად. რაც შეეხება ”აგრესორს”, ისიც ემორჩილება ზოგადად, მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელ მოწოდებებს, მაგრამ გაცილებით უფრო რთულად, თავიდან ის ზრდის აქტიურობას, შემდეგ გადის ნულზე.

### § 2.3. შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციების მონაწილეობით მიმდინარე ინფორმაციული ომის უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები.

არაწრფივი მათემატიკური მოდელი, რომელიც აღწერს ორი დაპირისპირებული მხარის (ქვეყანა, კოალიცია) ინფორმაციულ ომს, რომელშიც მესამე - სამშვიდობო მხარესთან (ავტორიტეტული საერთაშორისო ორგანიზაციების მიერ) ერთად ასევე ჩართულები არიან შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციები ან ინსტიტუტები (რელიგიური, არასამთავრობო, სამეცნიერო, პოლიტიკური და სხვა), რომელთაც გააჩნიათ გავლენა შესაბამისად თავისი ქვეყნის საინფორმაციო პოლიტიკაზე, და აქედან გამომდინარე ქვეყნის აქტიურობაზე მიმდინარე ინფორმაციულ ომში, პირველად შემოთავაზებული იყო თ. ჩილაჩავა, ა. ჩახვამის მიერ 2014 წელს ნაშრომებში [68, 69]:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha_2 N_1(t) N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) - \beta_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha_4 N_2(t) + \alpha_5 N_1(t) N_2(t) - \alpha_6 N_3(t) - \beta_2(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 N_1(t) + \gamma_2 N_2(t) + \gamma_3 N_3(t) \end{cases} \quad (2.3.1)$$

$$N_1(0) = N_{10} > 0, \quad N_2(0) = N_{20} > 0, \quad N_3(0) = N_{30} \geq 0 \quad (2.3.2)$$

$$\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_6, \gamma_1, \gamma_2 > 0, \gamma_3 \geq 0, \quad \alpha_2, \alpha_5 = \text{const}, \quad \beta_1(t), \beta_2(t) > 0, \quad t \in [0, T],$$

$$N_i(t) \in C^1[0, T], \quad i = \overline{1, 3}, \quad \beta_j(t) \in C[0, T], \quad j = 1, 2. \text{ ამ მოდელშიც, დაპირისპირებული}$$

მხარეები დროის  $t$  მომენტში ავრცელებენ შესაბამისად  $N_i(t)$   $i = \overline{1, 2}$  რაოდენობის მაპროვოცირებელ განცხადებებს, მესამე მხარე კი ავრცელებს დაპირისპირებულ მხარეების მიმართ  $N_3(t)$  რაოდენობის დამამშვიდებელ ინფორმაციას, შიდასახელმწიფოებრივი ავტორიტეტული ორგანიზაციები შესაბამისად  $\beta_1(t)$  და  $\beta_2(t)$  რაოდენობის მშვიდობის შემცველ განცხადებებს ავრცელებენ, მათ შეიძლება ვუწოდოთ ინფორმაციული ომის ტერმინატორები - დამამთავრებლები.

ამდენად, არაწრფივი მათემატიკური მოდელი შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციების მონაწილეობით მიმდინარე ინფორმაციული ომისა, აღიწერება კოშის ამოცანით არაწრფივი არაკომოგენური (არაერთგვაროვანი) დიფერენციალური განტოლებების (2.3.1) სისტემისათვის და (2.3.2.) საწყისი პირობებისათვის.

ჩავთვალოთ (2.3.1) სისტემაში

$$\alpha_1 = \alpha_4, \quad \alpha_3 = \alpha_6, \quad \alpha_2 = -\alpha_5, \quad \gamma_3 = 0 \quad (2.3.3)$$

მაშინ ვღებულობთ შემდეგ სისტემას:

$$\begin{cases} \frac{dN_1(t)}{dt} = \alpha_1 N_1(t) + \alpha_2 N_1(t) N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) - \beta_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} = \alpha_1 N_2(t) + \alpha_5 N_1(t) N_2(t) - \alpha_3 N_3(t) - \beta_2(t) \\ \frac{dN_3(t)}{dt} = \gamma_1 (N_1(t) + N_2(t)) \end{cases} \quad (2.3.4)$$

(2.3.4) და (2.3.2) -დან  $N_3(t)$  -სთვის ადვილად მიიღება კოშის შემდეგი ამოცანა:

$$\frac{d^2 N_3(t)}{dt^2} - \alpha_1 \frac{dN_3(t)}{dt} + 2\alpha_3 \gamma_1 N_3(t) = -\gamma_1 (\beta_1(t) + \beta_2(t)) \quad (2.3.5)$$

$$N(0) = N_{30} \geq 0, \quad \frac{dN_3(0)}{dt} = \gamma_1 (N_1(0) + N_2(0)) = \gamma_1 (N_{10} + N_{20}) \quad (2.3.6)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა -

$$D = \alpha_1^2 - 8\alpha_3 \gamma_1 \quad (2.3.7)$$

(2.3.5)-(2.3.6) კომის ამოცანის ამოხსნისთვის განვიხილოთ სხვადასხვა შემთხვევები:

I.  $D = \alpha_1^2 - 8\alpha_3\gamma_1 > 0$  და  $\lambda_1, \lambda_2 \in R, \lambda_1 \neq \lambda_2$  სადაც

$$\lambda_1 = \frac{\alpha_1 + \sqrt{D}}{2} > 0, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha_1 - \sqrt{D}}{2} > 0 \quad (2.3.8)$$

მაშინ (2.3.5)-(2.3.6) კომის ამოცანის ზუსტ ამოხსნას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$N_3(t) = Ae^{\lambda_1 t} - Be^{\lambda_2 t} - F(t, \lambda_1) + F(t, \lambda_2) \quad (2.3.9)$$

სადაც

$$F(t, \lambda_1) = \frac{\gamma_1 e^{\lambda_1 t}}{\sqrt{D}} \int_0^t \frac{\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)}{e^{\lambda_1 \tau}} d\tau, \quad F(t, \lambda_2) = \frac{\gamma_1 e^{\lambda_2 t}}{\sqrt{D}} \int_0^t \frac{\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)}{e^{\lambda_2 \tau}} d\tau$$

$$A = \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}}, \quad B = \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}}$$

II.  $D = 0$  -სთვის

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = \frac{\alpha_1}{2} > 0 \quad (2.3.10)$$

მაშინ (2.3.5)-(2.3.6) კომის ამოცანის ზუსტ ამოხსნას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$N_3(t) = N_{30}e^{\lambda t} + Lte^{\lambda t} + F(t, \lambda, +) - \sqrt{D}F(t, \lambda) \quad (2.3.11)$$

სადაც  $F(t, \lambda, +) = \gamma_1 e^{\lambda t} \int_0^t \frac{(\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau))\tau}{e^{\lambda \tau}} d\tau$  და  $L = \gamma_1(N_{10} + N_{20}) - N_{30}\lambda$

III.  $D < 0$ ,

$$\lambda_1 = \frac{\alpha_1}{2} - i\frac{\sqrt{-D}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{\alpha_1}{2} + i\frac{\sqrt{-D}}{2} \quad (2.3.12)$$

ჩავთვალოთ, რომ  $\lambda = \frac{\alpha_1}{2}, m = \frac{\sqrt{-D}}{2}$  მაშინ (2.3.5)-(2.3.6) კომის ამოცანის ზუსტ

ამოხსნას გააჩნია შემდეგი სახე:

$$N_3(t) = N_{30}e^{\lambda t} \cos(mt) + \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - N_{30}\lambda}{m} e^{\lambda t} \sin(mt) + \frac{\gamma_1 e^{\lambda t}}{m} \cos(mt) \times \\ \times \int_0^t \frac{(\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) \sin(m\tau)}{e^{\lambda\tau}} d\tau - \frac{\gamma_1 e^{\lambda t}}{m} \sin(mt) \int_0^t \frac{(\beta_1(\tau) + \beta_2(\tau)) \cos(m\tau)}{e^{\lambda\tau}} d\tau \quad (2.3.13)$$

შემდეგ კი (2.3.4) სისტემიდან ადვილად მისაღებია

$$N_1(t) + N_2(t) = \frac{1}{\gamma_1} \frac{dN_3(t)}{dt} \quad (2.3.14)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა  $\varphi(t) \equiv N_1(t) + N_2(t) = \frac{1}{\gamma_1} \frac{dN_3(t)}{dt}$ , საიდანაც განვსაზღვრავთ

$$N_2(t) \equiv \varphi(t) - N_1(t) \quad (2.3.15)$$

(2.3.3) სისტემიდან (2.3.15)-ის გათვალისწინებით ადვილად მივიღებთ კოშის ამოცანას რიკატის ტიპის განტოლებისთვის:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = (\alpha_1 + \alpha_2\varphi(t))N_1(t) - \alpha_2N_1^2(t) - \alpha_3N_3(t) - \beta_1(t) \quad (2.3.16)$$

საწყისი პირობით  $N_1(0) = N_{10}$ , რადგანაც (2.3.16), როგორც რიკატის განტოლება, ზოგადად კვადრატურებში არ იხსნება, ამდენად მისი ამონახსნის მისაღებად საჭიროა მივმართოდ რიცხვით მეთოდებს.

მაგრამ,  $\beta_1(t), \beta_2(t)$ - ფუნქციების ზოგიერთ კერძო შემთხვევებში, ჩვენ შეგვიძლია ვიპოვოთ ანალიზური ამოხსნებიც:

ა)  $\beta_1(t), \beta_2(t)$ -ფუნქციები მუდმივებია

$$\beta_1 = \beta_1(t) = \text{const}, \quad \beta_2 = \beta_2(t) = \text{const} \quad (2.3.17)$$

მაშინ (2.3.9) და (2.3.17) -დან მიიღება

$$N_3(t) = Ae^{\lambda t} - Be^{\lambda_2 t} + \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\sqrt{D}} (e^{\lambda_2 t} - e^{\lambda t}) \quad (2.3.18)$$

სადაც

$$A = \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \lambda_2 N_{30}}{\sqrt{D}}, \quad B = \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - \lambda_1 N_{30}}{\sqrt{D}}$$

ბ) (2.3.11) და (2.3.17) -დან ჩვენ მიიღება

$$N_3(t) = N_{30}e^{\lambda t} + Lte^{\lambda t} - \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{\lambda^2} (\lambda t + (\lambda - 1)(1 - e^{\lambda t})) \quad (2.3.19)$$

სადაც  $L = (\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - N_{30}\lambda)$

გ) (2.3.13) და (2.3.17) -დან მიიღება

$$N_3(t) = N_{30}e^{\lambda t} \cos(mt) + \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - N_{30}\lambda}{m} e^{\lambda t} \sin(mt) + Q \quad (2.3.20)$$

სადაც

$$Q = e^{\lambda t} \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{m} \cos(mt) \int_0^t \frac{\sin(m\tau)}{e^{\lambda\tau}} d\tau - e^{\lambda t} \frac{\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)}{m} \sin(mt) \int_0^t \frac{\cos(m\tau)}{e^{\lambda\tau}} d\tau$$

განვიხილოთ  $\beta_1(t), \beta_2(t)$  ფუნქციების მონოტონურობის ორი შემთხვევა:

ბ).  $\beta_1(t) = \beta_1 e^{\pm \frac{t}{T_1}}, \beta_1, T_1 = const > 0$  და  $\beta_2(t) = \beta_2 e^{\pm \frac{t}{T_2}}, \beta_2, T_2 = const > 0$  (2.3.21)

ბ.1. მაშინ (2.3.9) და (2.3.21) -დან მიიღება

$$N_3(t) = Ae^{\lambda t} - Be^{\lambda_2 t} + P + M \quad (2.3.22)$$

$$P = \frac{\beta_1}{\pm \frac{1}{T_1} - \lambda_1} \left( 1 - e^{\left(\pm \frac{1}{T_1} - \lambda_1\right)t} \right) + \frac{\beta_2}{\pm \frac{1}{T_2} - \lambda_1} \left( 1 - e^{\left(\pm \frac{1}{T_2} - \lambda_1\right)t} \right)$$

$$M = \frac{\beta_1}{\pm \frac{1}{T_1} - \lambda_2} \left( e^{\left(\pm \frac{1}{T_1} - \lambda_2\right)t} - 1 \right) + \frac{\beta_2}{\pm \frac{1}{T_2} - \lambda_2} \left( e^{\left(\pm \frac{1}{T_2} - \lambda_2\right)t} - 1 \right)$$

ბ.2. (2.3.11) და (2.3.21) -დან მიიღება

$$N_3(t) = N_{30}e^{\lambda t} + Lte^{\lambda t} + R \quad (2.3.23)$$

სადაც

$$R = \gamma_1 \left[ \left( \frac{\beta_1}{k - \lambda} + \frac{\beta_2}{l - \lambda} \right) e^{\lambda t} - \frac{\beta_1}{k - \lambda} (e^{kt} + e^{\lambda t}) - \frac{\beta_2}{l - \lambda} (e^{lt} + e^{\lambda t}) \right]$$

ხოლო

$$k = \frac{1}{\pm T_1}, \quad l = \frac{1}{\pm T_2}$$

ბ.3. (2.3.13) და (2.3.21) -დან მიიღება

$$N_3(t) = N_{30}e^{\lambda t} \cos(mt) + \frac{\gamma_1(N_{10} + N_{20}) - N_{30}\lambda}{m} e^{\lambda t} \sin(mt) + C \quad (2.3.24)$$

სადაც

$$C \equiv \frac{\gamma_1}{m} e^{\lambda t} \cos(mt) \int_0^t \frac{(\beta_1 e^{\pm \frac{\tau}{T_1}} + \beta_2 e^{\pm \frac{\tau}{T_2}}) \sin(m\tau)}{e^{\lambda \tau}} d\tau - \frac{\gamma_1}{m} e^{\lambda t} \sin(mt) \int_0^t \frac{(\beta_1 e^{\pm \frac{\tau}{T_1}} + \beta_2 e^{\pm \frac{\tau}{T_2}}) \cos(m\tau)}{e^{\lambda \tau}} d\tau$$

(2.3.4), (2.3.2) კომის ამოცანის ამოსახსნელად კომპიუტერული გათვლები განხორციელებულია ნაშრომში [68]. მოდელის პარამეტრებისა და საწყისი პირობების სხვადასხვა მნიშვნელობები მოცემულია ცხრილებში:

ცხრილი 2.3.1. "აგრესორ-მსხვერპლის" მოდელისთვის.

n	$N_{10}$	$N_{20}$	$N_{30}$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\gamma_1$	$\beta_1$	$\beta_2$	$T$
1.1	10	10	4	0.12	0.2	0.2	-0.2	0.3	2	3	5
1.2	17	10	4	0.11	0.02	0.02	-0.02	0.3	2	1	12
1.3	7	10	4	0.11	0.02	0.03	-0.02	0.3	2	1	4
1.4	7	5	0	0.21	0.02	0.02	-0.02	0.3	2	1	8
1.5	7	5	4	0.02	0.04	0.02	-0.04	0.07	1	1	33
1.6	7	5	4	0.11	-0.04	0.02	0.04	0.07	1	1	12

ცხრილი 2.3.2. "აგრესორ-აგრესორის" მოდელისთვის.

N	$N_{10}$	$N_{20}$	$N_{30}$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\gamma_1$	$\beta_1$	$\beta_2$	$T$
2.1	7	5	0	0.17	0.14	0.2	0.02	0.01	1	1	8
2.2	10	10	10	0.11	0.02	0.2	0.01	0.3	5	3	2
2.3	7	5	2	0.1	0.3	0.21	0.01	0.2	3	3	4
2.4	7	5	0	0.13	-0.14	0.02	0.04	0.07	1	1	5
2.5	3	5	4	0.12	0.14	0.02	-0.04	0.2	1	1	2
2.6	7	5	4	0.13	-0.14	0.02	0.04	0.07	1	1	3

ლისტინგი 2.3.1. გათვლები 2.3.1 ცხრილის 2.1 -ის მონაცემებისთვის

```
options=odeset('RelTol',1e-6);
```

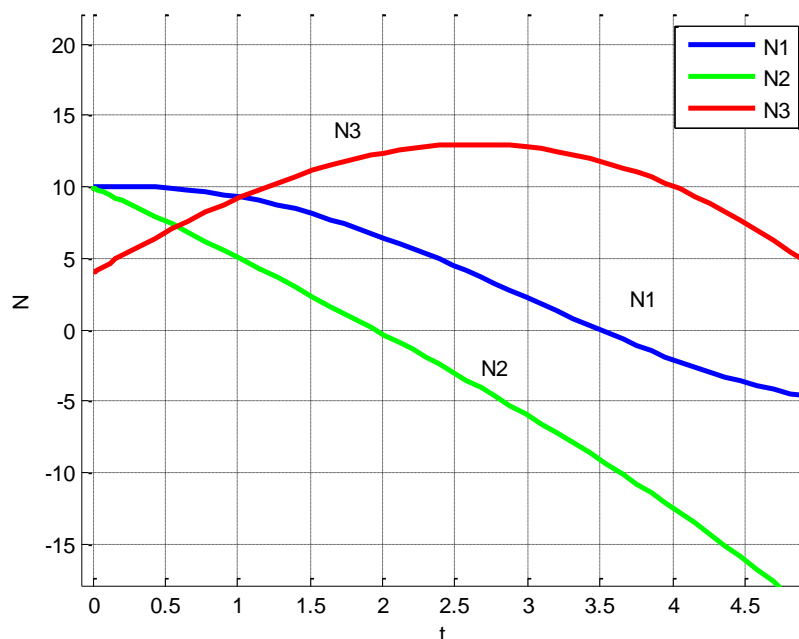
```
No = [10;10;4];
```



```

tspan = [0,5];
[t,N] = ode45(@TestFunction,tspan,No,options);
figure
hold on
plot(t,N(:,1), 'linewidth',2.7); plot(t,N(:,2), 'g','linewidth',2.7); plot(t,N(:,3),'r','linewidth',2.7)
legend('N1','N2','N3'); ylabel('N'); xlabel('t')
grid on
function [dx_dt]= TestFunction(t,x)
dx_dt(1) = 0.12*x(1) + 0.02*x(1)* x(2)-0.2*x(3)-2;
dx_dt(2) = 0.12*x(2) - 0.02*x(1)*x(2)-0.2*x(3)-3;
dx_dt(3) =0.3*(x(1)+x(2)) ;
dx_dt = dx_dt';
return

```



**ნახატი 2.3.1. პირველი მხარე აგრესორია, ინფორმაციული ომი სრულდება, ავტორიტეტული ორგანიზაციები აქტიური არიან**

დანარჩენი გათვლების ნახვა შესაძლებელია ნაშრომში [68].

ამდენად, შიდასახელმწიფოებრივი ავტორიტეტული ორგანიზაციების ჩართულობით მიმდინარე ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელების კვლევის, გამოთვლითი ექსპერიმენტის საფუძველზე შესაძლებელია

შემდეგი დასკვნის გაკეთება: თუ კი მშვიდობისმყოფელი საერთაშორისო ორგანიზაციის ძალისხმევა საკმარისი არ არის ინფორმაციული ომის ჩაცხრობისა, შიდასახელმწიფოებრივი ავტორიტეტული ორგანიზაციების მაღალი აქტიურობის შედეგად შესაძლებელია ამის მიღწევა, და ინფორმაციული ომი დასრულდება.

**§2.4. ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები ინფორმაციული ტექნოლოგიების შესაძლებლობების გათვალისწინებით.**

ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები, რომელიც აღწერილია ამ თავის პირველ სამ პარაგრაფში, და რომლებიც შემოთავაზებულია შესაბამისად 2012, 2014 წლებში საკმაოდ ადექვატურად აღწერს ინფორმაციული ომის მიმდინარეობის პროცესს, რაც იძლევა საშუალებას მოდელების კვლევით ამ პროცესის კანონზომიერების დადგენისა. ამასთან უნდა ავლნიშნოთ, რომ მოდელები (2.1.1)-(2.1.3); (2.2.1), (2.2.2); (2.3.1), (2.3.2) ისეთ იდეალიზაციას ითვალისწინებენ, რომლის დროსაც, ინფორმაციულ ომში ჩართულ მხარეებს შეუძლიათ შეუზღუდავი რაოდენობის ინფორმაციის გავრცელება დროის ნებისმიერ მომენტში. რეალურად მიმდინარე ინფორმაციული ომის პროცესებში ინფორმაციის რაოდენობა, რომლის გავრცელება შეუძლია მხარეს, დამოკიდებულია მისი ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონით - ანუ შესაძლებლობით გავრცელოს ამა თუ იმ რაოდენობის ინფორ-



მაცია. ამასთან გასათვალისწინებელია ის ფაქტორიც, რომ მხარემ შეიძლება გამოიყენოს არა მხოლოდ საკუთარი, არამედ გარეშე სუბიექტების ინფორმაციული ტექნოლოგიების საშუალებები. ამასთან გარეშე სუბიექტების ინფორმაციული ტექნოლოგიების საშუალებების გამოყენება შესაძლებელია რამდენიმე გზით, ვთქვათ ფინანსურით, როცა მხარე უბრალოდ რაღაც თანხის საშუალებით შეიძენს უფლებას, გამოიყენოს სუბიექტის ინფორმაციული ტექნოლოგიების შესაძლებლობებს ინფორმაციის გავრცელებ-

ისთვის. შესაძლებელია გამოინახოს სხვა გზაც, მაგრამ მოდელებში, ეს მომენტები უნდა გაერთიანდეს და გამოისახოს ერთი მაჩვენებლებით. ამ მიმართულებით შემოთავაზებულია რამდენიმე მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი, რომლებიც იდეაში ითვალისწინებს ბელგიელი მეცნიერის **პიერ ვერჰიულსტის** (1804-1849) მიდგომებს, გამოყენებულს პოპულაციის ზრდის მათემატიკურ მოდელში. პირველად ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები, ინფორმაციული ტექნოლოგიების შესაძლებლობების გათვალისწინებით შემოთავაზებული იქნა 2012 წელს [26],

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt}y(t) = \alpha y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt}z(t) = \gamma x(t) + \gamma y(t) \end{cases} \quad (2.4.1)$$

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0, \quad z(0) = z_0 \quad (2.4.2)$$

სადაც,  $x(t), y(t)$  დაპირისპირებული მხარეების მიერ შესაბამისად გავრცელებული ინფორმაციების რაოდენობაა დროის  $t$  მომენტში, ანალოგიურად დროის იმავე მომენტში მშვიდობისმყოფელი - მესამე მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაცია დროის იმავე  $t$  მომენტში.  $\alpha$  არის დაპირისპირებული მხარეების აგრესიულობის კოეფიციენტი,  $\beta$  - დაპირისპირებული მხარეების სამშვიდობო მზადყოფნის პარამეტრი,  $\gamma$  - მესამე მხარის სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსი.  $I_i, i = 1, 2$  - შესაბამისად არის პირველი და მეორე მხარეების მიერ ტექნოლოგიური შესაძლებლობებით მაქსიმალური რაოდენობის ინფორმაცია.  $x(t), y(t), z(t)$  ფუნქციები განსაზღვრულია დროის  $[0, T]$  მონაკვეთზე.

დაპირისპირებული მხარე ინფორმაციის გავრცელების სიჩქარეს ამცირებს იმის და მიხედვით, თუ როგორ ახლოს იმყოფება მის მიერ დროის მომენტში გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა მისთვის მაქსიმალურად დასაშვები გასავრცელებელი ინფორმაციის რაოდენობასთან - სწორედ აქაა ანალოგია **ბენჟამინ გომპერტის** (ინგ. Benjamin Gompertz, 1779-1865) [50,51] და **პიერ ვერჰიულსტის** (ფრანგ. Pierre François Verhulst; 1804 - 1849) მიდგომებთან. მაგრამ განსხვავებით ლოგისტიკური განტოლებისა (2.4.1) სისტემის პირველ და მეორე განტოლებებში მონაწილეობს  $\beta z(t)$  წევრი, რომელიც ართულებს განტოლებას, და თუ კი ლოგისტიკური განტოლების ამოხსნა შესაძლებელია ანალიზურად, ამ შემთხვევაში, ამონახსნის მისაღებად საჭიროა რიცხვითი მეთოდების გამოყენება, რადგანაც ვღებულობთ **რიკატის** (იტალ. Jacopo Francesco Riccati; 1676 -1754) —განტოლებას. შევნიშნოთ ასევე, რომ თუ კი ლოგისტიკური განტოლების ამონახსნი ასიმპტოტურად უახლოვდება უსასრულობაში პოპულაციის რაოდენობის ნიშას, (2.4.1) სისტემის პირველი ორი განტოლების შესაბამისი ლოგისტიკური ნაწილებისთვის -  $I_1, I_2$  სიდიდეებს, რაც თვალნათლივ

ჩანს ამონახსნის გრაფიკზე - სიგმოიდზე, იგივე ლოგისტიკური მრუდზე ან S-მრუდზე, (2.4.1) სისტემის პირველი ორი განტოლების ამონახსნი სასურველია, რომ გავიდეს ნულზე, რაც როგორც დავინახავთ ოდნავ ქვემოთ - შესაძლებელია. ლოგისტიკურ განტოლებაზე უფრო დაწვრილებით ამ თავის მეექვსე პარაგრაფში ვისაუბრებთ.

არაწრფივი განტოლებათა (2.4.1) სისტემის ამოხსნა (2.4.2) საწყისი პირობებით ამოვხსნათ რიცხვითი მეთოდებით. კერძოდ, ჩავატაროთ გამოთვლითი ექსპერიმენტი Matlab-ის გარემოში სოლვერის - ode15s საშუალებით. სოლვერი - ode15s გამოიყენება ხისტი სისტემებისთვის, და წარმოადგენს ცვლადი რიგის მრავალბიჯიან მეთოდს, რომელიც იყენებს უკან რიცხვითი დიფერენცირების ფორმულებს. ექსპერიმენტი ტარდება  $\alpha, \beta, \gamma, I_1, I_2$  პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის.

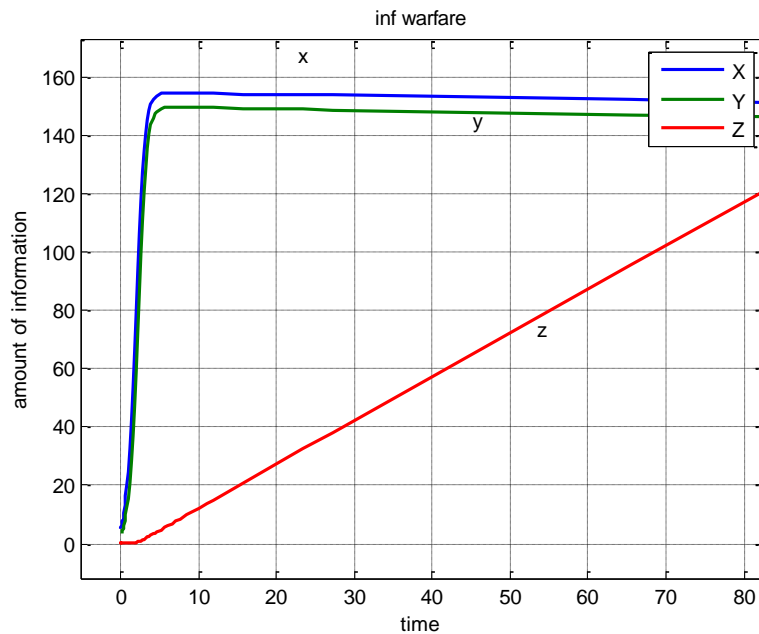
ლისტინგი 2.4.1. ინფორმაციული ომი ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით

```
x0=[5 3 0];
[T,Y]=ode15s('iwit',[0 1000],x0);plot(T,Y,'LineWidth',2)
title('inf warfare')
xlabel('time')
ylabel('amount of information')
legend('X','Y','Z')
grid on

%ode-s marjvena mxareebi
function dxdt=iwit(t,x)
dxdt=zeros(3,1);a=1.8;b=.05;g=.005;i1=155;i2=150;i3=200;
dxdt(1)=a*x(1)*(1-x(1)/i1)-b*x(3);
dxdt(2)=a*x(2)*(1-x(2)/i2)-b*x(3);
dxdt(3)=g*(x(1)+x(2));
end
```

განვიხილოთ ინფორმაციული ომის პროცესი დროის  $[0, T]$  მონაკვეთზე.

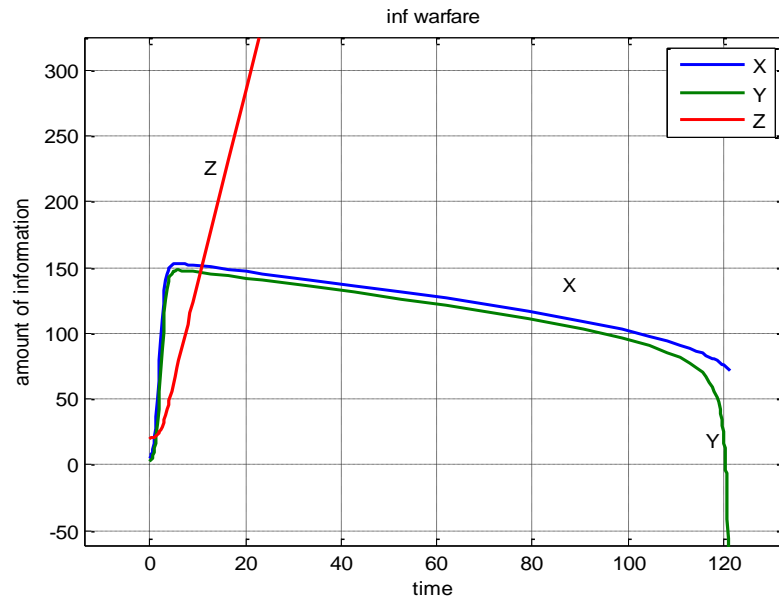
თავდაპირველად ჩავთვალოთ  $\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,005; I_1 = 115; I_2 = 150$ , ხოლო საწყისი პირობებია -  $x_0 = 5; y_0 = 3; z_0 = 0$ . ამდენად პრევენცია ნულის ტოლია - ე. ი. არ გვაქვს და სამშვიდობო აქტივობაც მცირეა და ამ დროს პირველი და მეორე მხარეების საწყისი მცირე აგრესიულობით დაწყებული ინფორმაციული ომი ძალას იკრებს და მესამე მხარის მშვიდობისმყოფელი აქტიობა საკმარისი არ არის, რომ ინფორმაციული ომი დასრულდეს დროის  $[0, T]$  მონაკვეთზე. იხილე ნახატი 2.4.1



ნახატი 2.4.1. ინფორმაციული ომი ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,

$\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,005; I_1 = 115; I_2 = 150$ ,  $x_0 = 5; y_0 = 3; z_0 = 0$  მნიშვნელობებისთვის.

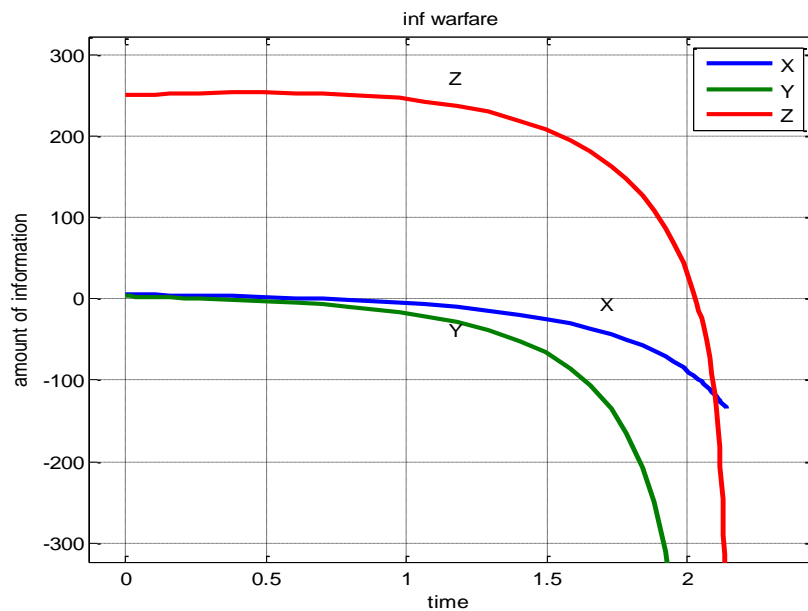
მაგრამ, თუ კი გავზრდით პრევენციას მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარისთვის  $z_0 = 20$  და მის სამშვიდობო აქტიობას -  $\gamma = 0,5$  მდე მაშინ ინფორმაციული ომი სრულდება დროის  $[0, T]$  მონაკვეთზე, კერძოდ  $t = 120,5041$  -სთვის მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს და პირველი მხარეც მიისწრაფის ნულისკენ. იხილე ნახატი 2.4.2.



ნახატი 2.4.2. ინფორმაციული ომი ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,

$\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,05; I_1 = 115; I_2 = 150, x_0 = 5; y_0 = 3; z_0 = 20$  მნიშვნელობებისთვის.

თუ კი ისევ გავზრდით პრევენციას მესამე - მშვიდობისყოფელი მხარისთვის  $z_0 = 250$  და მის სამშვიდობო აქტივობას -  $\gamma = 1,5$  მდე მაშინ ინფორმაციული ომის სრულდება დროის  $[0, T]$  მონაკვეთზე, კერძოდ  $t = 0,3063$  -სთვის მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს და პირველი მხარეც  $t = 0,6761$  დროში გადის ნულზე, ე.ი. ასრულებს ინფორმაციულ ომს. იხილე ნახატი 2.4.3.



ნახატი 2.4.3. ინფორმაციული ომი ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,

$\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 1,5; I_1 = 115; I_2 = 150, x_0 = 5; y_0 = 3; z_0 = 250$  მნიშვნელობებისთვის.

(2.4.1) სისტემის ხარისხობრივი გამოკვლევისთვის სისტემის მარჯვენა მხარე გავუტოლოთ ნულს:

$$\begin{cases} \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta z(t) = 0 \\ \alpha y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta z(t) = 0 \\ \gamma x(t) + \gamma y(t) = 0 \end{cases} \quad (2.4.3)$$

(2.4.3) -ისთვის არსებობს ორი წერტილი სამგანზომილებიან ფაზურ სივრცეში, რომელიც (2.4.1) სისტემისთვის სტაციონარულ წერტილს წარმოადგებს: პირველი სტაციონარული წერტილი არის ტრივიალური -  $(x=0; y=0; z=0)$  და მერე კი გახლავთ  $(x^*; y^*; z^*)$ , სადაც

$$\begin{cases} x^* = \frac{2I_1I_2}{I_2 - I_1} \\ y^* = \frac{2I_1I_2}{I_1 - I_2} \\ z^* = -\frac{\alpha}{\beta} \frac{2I_1I_2(I_1 + I_2)}{(I_1 - I_2)^2} \end{cases} \quad (2.4.4)$$

სტაციონარული წერტილების ბუნების დასადგენად მოვახდინოთ (2.4.1) სისტემის მარჯვენა მხარის ლინეარიზაციისთვის აუცილებელი იაკობიანის გამოთვლა:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha - \frac{2\alpha}{I_1}x & 0 & -\beta \\ 0 & \alpha - \frac{2\alpha}{I_2}y & -\beta \\ \gamma & \gamma & 0 \end{pmatrix} \quad (2.4.5)$$

სადაც

$$\begin{cases} f_1(x, y, z) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta z(t) \\ f_2(x, y, z) = \alpha y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta z(t) \\ f_3(x, y, z) = \gamma x(t) + \gamma y(t) \end{cases} \quad (2.4.6)$$



გამოვთვალოთ (2.4.5) იაკობიანის მახასიათებელი განტოლება ტრივიალური სტაციონარული წერტილისთვის

$$\Delta = \det(J - \lambda E) = \begin{vmatrix} \alpha - \frac{2\alpha}{I_1}x - \lambda & 0 & -\beta \\ 0 & \alpha - \frac{2\alpha}{I_2}y - \lambda & -\beta \\ \gamma & \gamma & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (2.4.7)$$

$$\Delta = \det(J - \lambda E) = -\lambda(\alpha - \lambda)^2 + \beta\gamma(\alpha - \lambda) = \lambda^3 - 2\alpha\lambda^2 + (\alpha^2 + \beta\gamma)\lambda - \alpha\beta\gamma = 0 \quad (2.4.8)$$

ამდენად ამოვხსნით რა (2.4.8) განტოლებას, მისი ფესვების ნამდვილი ნაწილების ნიშნებით დავადგენთ, არის თუ ტრივიალური სტაციონარული წერტილი - მდგრადი თუ არამდგრადი კვანძი, უნაგირი, მდგრადი თუ არამდგრადი ფოკუსი, ანაც ცენტრი.

$(x^*; y^*; z^*)$ , - სტაციონალური წერტილებისთვის მახასიათებელ კუბურ განტოლებას ვიპოვნით ამ გამოსახულებიდან:

$$\Delta = \det(J - \lambda E) = \begin{vmatrix} \alpha - \frac{4\alpha I_2}{I_2 - I_1} - \lambda & 0 & -\beta \\ 0 & \alpha - \frac{4\alpha I_1}{I_1 - I_2}y - \lambda & -\beta \\ \gamma & \gamma & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (2.4.9)$$

და ანალოგიურად, როგორც ტრივიალური სტაციონარული წერტილისთვის, ასევე  $(x^*; y^*; z^*)$  სტაციონარული წერტილისთვის (2.4.9) კუბური განტოლების ამოხსნათა ნამდვილი ნაწილების ნიშნებით განვსაზღვრავთ თუ რა ტიპის სტაციონარულ წერტილთან გვაქვს საქმე.

მივაქციოთ ყურადღება იმას, რომ (2.4.4) სტაციონარულ წერტილისთვის მესამე კოორდინატა უარყოფითია, რაც იმას ნიშნავს, რომ ამ სტაციონარულ წერტილში მშვიდობისმყოფელი მხარე ავრცელებს "უარყოფით" ინფორმაციას, რაც აზრობრივად ნიშნავს იმას, რომ მესამე მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაცია, პირიქით, აღვივებს ინფორმაციულ ომს, და არ აქრობს მას.

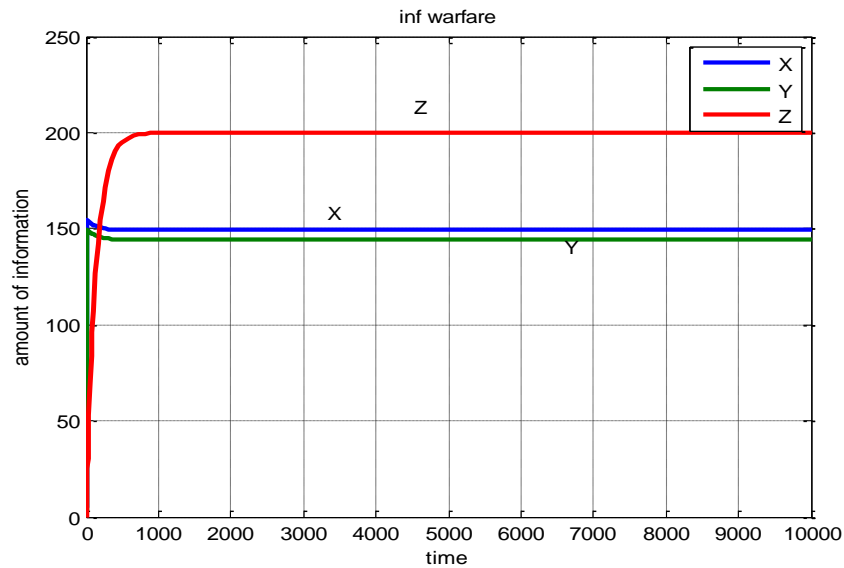
ინფორმაციული ომის (2.4.1), (2.4.1) მათემატიკურ მოდელშიმესამე მხარე, განსხვავებით პირველი ორი მხარისა შეზღუდული არ არის ინფორმაციის გავრცელების

რაოდენობით დროის ყოველ მომენტში. ამიტომ განვიხილოთ ისეთი მათემატიკური მოდელი, რომელიც ამ ფაქტორს გაითვალისწინებს - ანუ გათვალისწინებული იქნება სამივე მხარის IT შესაძლებლობები:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = \alpha x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt}y(t) = \alpha y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt}z(t) = \gamma(x(t) + \gamma y(t)) \left(1 - \frac{z(t)}{I_3}\right) \end{cases} \quad (2.4.10)$$

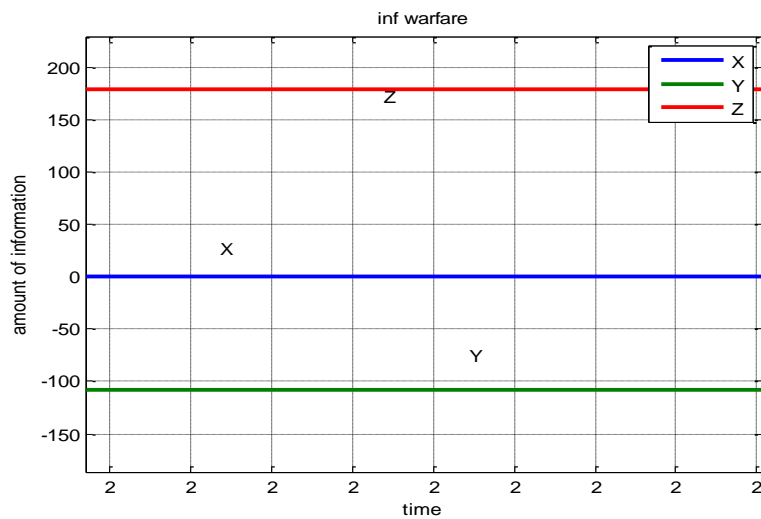
$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0, \quad z(0) = z_0 \quad (2.4.11)$$

სადაც (2.4.10)-ში  $I_3$  - არის მესამე მხარის მიერ ტექნოლოგიური შესაძლებლობებით მაქსიმალური რაოდენობის ინფორმაციის გავრცელობის შესაძლებლობა. აქაც (2.4.10), (2.4.11) კოშის ამოცანა ზოგადად კვადრატურებში არ იხსნება და ისევ რიცხვითი მეთოდები უნდა გამოვიყენოთ. არაწრფივი განტოლებათა (2.4.10) სისტემის ამოხსნა (2.4.11) საწყისი პირობებით ამოვხსნათ რიცხვითი მეთოდებით. კერძოდ, ჩავატაროთ ექსპერიმენტი  $\alpha, \beta, \gamma, I_1, I_2, I_3$  პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის. გამოთვლითი ექსპერიმენტის შედეგად შეიძლება დავასკვნათ, რომ მესამე - მშვიდობისმყოფელ მხარეს თავისი სამშვიდობო აქტივობის პარამეტრის გაზრდით და გაზრდილი პრევენციით შეუძლია დაპირისპირებული მხარეების მიერ წარმოებული ინფორმაციული ომის ჩაცხრობა, ანუ ამ შემთხვევაში  $x(t), y(t)$  გადიან ნულზე. მართლაც, როცა  $\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,005; I_1 = 115; I_2 = 150, I_3 = 200$  ხოლო საწყისი პირობებია -  $x_0 = 5; y_0 = 3; z_0 = 0$ . დროის ინტერვალზე  $[0,10000]$ -ზე მესამე მხარე ვერ ახერხებს ინფორმაციული ომის ჩაცხობას, იხილე ნახატი 2.4.4:



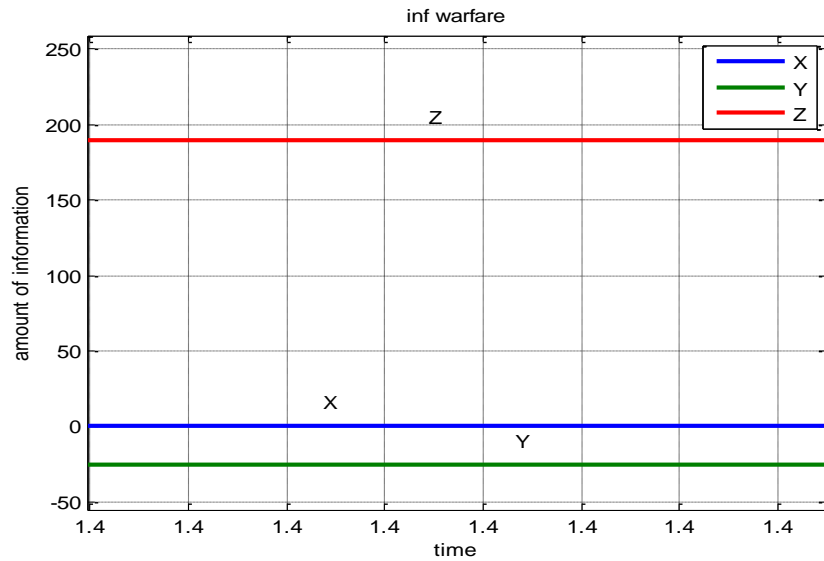
**ნახატი 2.4.4.** ინფორმაციული ომი სამივე მხარის ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,005; I_1 = 115; I_2 = 150, I_3 = 200, x_0 = 5; y_0 = 3; z_0 = 0$  მნიშვნელობებისთვის.

თუ კი ხდება მესამე მხარის პრევენციის  $z_0 = 180$  და სამშვიდობო აქტივობის  $\gamma = 0,5$  გაზრდა დაპირისპირებული მხარეების მხრიდან ინფორმაციული ომის წარმოების შეწყვეტას იწვევს  $t = 1,9908$  დროში.



**ნახატი 2.4.5.** ინფორმაციული ომი სამივე მხარის ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,5; I_1 = 115; I_2 = 150, I_3 = 200, x_0 = 5; y_0 = 3; z_0 = 180$  მნიშვნელობებისთვის.

თუ კი ხდება მესამე მხარის პრევენციის  $z_0 = 190$  და სამშვიდობო აქტივობის  $\gamma = 2,5$  გაზრდა დაპირისპირებული მხარეების მხრიდან ინფორმაციული ომის წარმოების შეწყვეტას იწვევს  $t = 1,4341$  დროში.

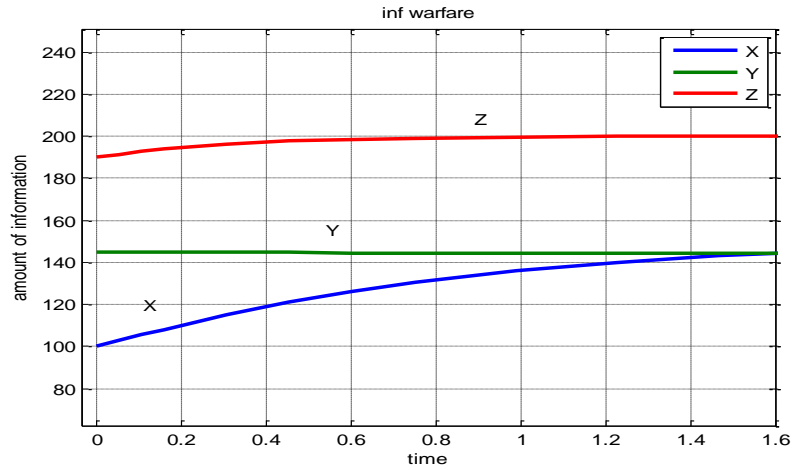


ნახატი 2.4.6. ინფორმაციული ომი სამივე მხარის ტექნოლოგიური საშუალებების

გათვალისწინებით,  $\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 2,5; I_1 = 115; I_2 = 150, I_3 = 200, x_0 = 5; y_0 = 3; z_0 = 190$

მნიშვნელობებისთვის.

აღსანიშნავია, რომ თუ კი დაპირისპირებული მხარეები ინფორმაციულ ომში ებმებიან საწყისი მნიშვნელობების, რომლებიც მათი ტექნოლოგიური შესაძლებლობების ზღვართან არიან ახლოს, მაშინ მესამე მხარემ შეიძლება კიდევ ვერ მოახერხოს ინფორმაციული ომის დასრულება, რადგანაც, ჯერ ერთი, მისი საწყისი მდგომარეობა, ანუ პრევენცია საკმარისად ახლოსაა მესამე მხარის ტექნოლოგიური საშუალებების ზღვართან და მისი გაზრდა უკვე შეუძლებელია, და მეორეც სამშვიდობო აქტიურობის გაზრდა საკმარისი აღარ არის, ანუ განსახილველ დროის მონაკვეთში ვერ ხერხდება დაპირისპირებული მხარეების "მოთოკვა". იხილე ნახატი 2.4.7.



ნახატი 2.4.7. ინფორმაციული ომი სამივე მხარის ტექნოლოგიური საშუალებების

გათვალისწინებით,  $\alpha = 1,8; \beta = 0,05; \gamma = 2,5; I_1 = 115; I_2 = 150, I_3 = 200, x_0 = 100; y_0 = 145;$ ,

$z_0 = 190$  მნიშვნელობებისთვის.

ამ შემთხვევაში კი დგება შემდეგი საკითხი - მესამე მხარემ უნდა გაზარდოს თავისი IT დონე, რომ შემდგომში მოახერხოს ინფორმაციული ომის დასრულება. საკითხი, მხარეების მოცემული IT დონეების შემთხვევაში, რა მინიმალური IT დონის მნიშვნელობა უნდა ჰქონდეს მესამე მხარეს, რომ მოახერხოს ინფორმაციული ომის დასრულება. ეს საკითხი განვიხილოთ ინფორმაციული ომის უფრო ზოგადი მათემატიკური მოდელისთვის.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta_1 z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta_2 z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = \gamma (x(t) + y(t)) \left(1 - \frac{z(t)}{I_3}\right) \end{cases} \quad (2.4.12)$$

$$x(0) = x_0, y(0) = y_0, z(0) = z_0 \quad (2.4.13)$$

(2.4.12), (2.4.13) მათემატიკურ მოდელში  $\alpha_1, \alpha_2$  არის შესაბამისად პირველი და მეორე მხარეების აგრესიულობის კოეფიციენტები.  $\beta_1, \beta_2$  - შესაბამისად პირველი და მეორე მხარეების სამშვიდობო მზადყოფნის კოეფიციენტები.

ზოგადად ამოცანა ისმის შემდეგნაირად: დაპირისპირებული მხარეების მოცემული ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეების -  $I_1, I_2$  პირობებში განვსაზღვროთ მესამე მხარის ინფორმაციული ტექნოლოგიების -  $I_3$  ის მინიმალური დონე, რომლის დროსაც მესამე მხარე შეძლებს ინფორმაციული ომის ჩაქრობას. იმისდა მიხედვით,

მონაწილეობს თუ არაამ პროცესში სამშვიდობო აქტიურობის კოეფიციენტის ცვლილება თუ არა განვიხილოთ ორი ტიპის ამოცანა [92,29]:

a) მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეთა შეფარდების პირველი ტიპის ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ დაპირისპირებული მხარეების მოცემული ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეების -  $I_1, I_2$  პირობებში ვიპოვოთ სამშვიდობო ძალის ინფორმაციული ტექნოლოგიების ის  $I_3^*$  დონე, რომლის დროსაც არსებობს, ისეთი პრევენცია - მესამე მხარის საწყისი მნიშვნელობა  $z(0) = z_0$  (2.4.13)-დან, რომლის დროსაც (2.4.12), (2.4.13) -ის  $x(t), y(t)$  ამოხსნები ქვემონაკვეთზე  $[t^*, T] \subseteq [0, T]$  აკმაყოფილებენ პირობას:  $\forall t \in [t^*, T] \Rightarrow x(t), y(t) \leq 0$ . ამასთან, თუ კი სჭირთა ნაპოვნი იყოს ასეთ  $I_3^*$  დონეებს შორის უმცირეს, მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეთა შეფარდების პირველი ტიპის ამოცანა გარდაიქმნება მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეთა შეფარდების პირველი ტიპის ექსტრემალურ ამოცანად.

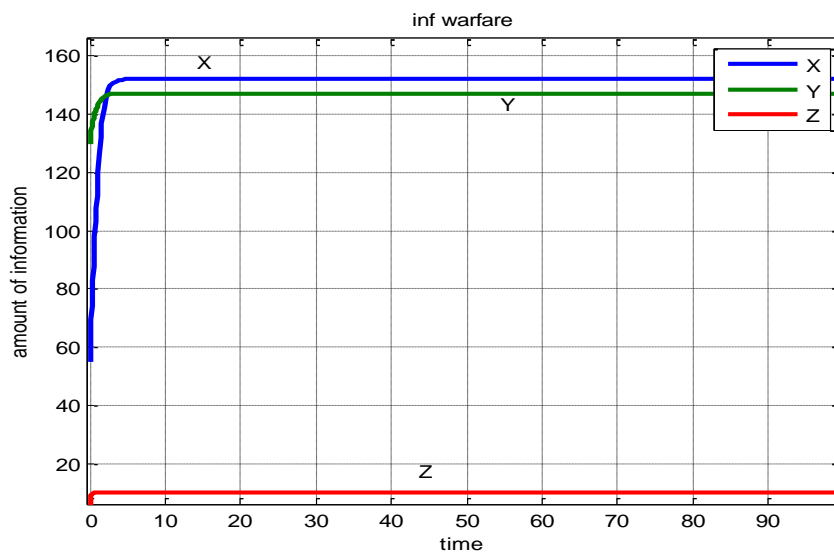
b) მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეთა შეფარდების მეორე ტიპის ამოცანა მდგომარეობს იმაში, რომ დაპირისპირებული მხარეების მოცემული ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეების -  $I_1, I_2$  პირობებში ვიპოვოთ სამშვიდობო ძალის ინფორმაციული ტექნოლოგიების ის  $I_3^*$  დონე, რომლის დროსაც არსებობს, ისეთი პრევენცია - მესამე მხარის საწყისი მნიშვნელობა  $z(0) = z_0$  (2.4.13)-დან და მესამე მხარის სამშვიდობო აქტიურობის  $\gamma$ -ს ისეთი მნიშვნელობა, რომლის დროსაც (2.4.12), (2.4.13) -ის  $x(t), y(t)$  ამოხსნები ქვემონაკვეთზე  $[t^*, T] \subseteq [0, T]$  აკმაყოფილებენ პირობას:  $\forall t \in [t^*, T] \Rightarrow x(t), y(t) \leq 0$ . ამასთან, თუ კი საჭიროა ნაპოვნი იყოს ასეთ  $I_3^*$  დონეებს შორის უმცირესი, მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეთა შეფარდების მეორე ტიპის ამოცანა გარდაიქმნება მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეთა შეფარდების მეორე ტიპის ექსტრემალურ ამოცანად.

ვანახოთ, რომ (2.4.12), (2.4.13) - მოწინააღმდეგის იგნორირების ზოგად მათემატიკურ მოდელის მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეთა შეფარდების პირველი ტიპის ამოცანაში შესაძლებელია მესამე მხარის  $I_3$  ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონის გაზრდით მივაღწიოთ ინფორმაციული ომის დასრულებას. მართლაც ვთქვათ გვაქვს  $\alpha_1=1.8; \alpha_2=1.5; \beta_1=0.5; \beta_2=0.4; \gamma=0.35; x(0)=55, y(0)=130,$

$z(0) = 5$ ,  $I_1 = 155$ ;  $I_2 = 150$ ;  $I_3 = 10$ . ამ მონაცემებისთვის, Matlab-ის გარემოში სოლვერ ode15s-ის საშუალებით ვანახებთ, რომ მესამე მხარე დროის  $[0,100]$  ინტერვალზე ვერ ახერხებს ინფორმაციული ომის ჩაქრობას.

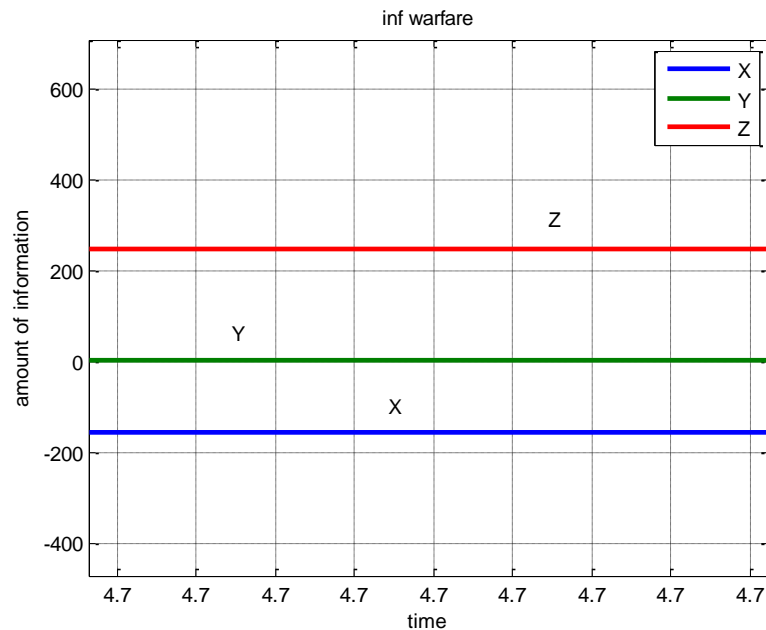
ლისტინგი 2.4.2. IT3.m

```
x0=[55 130 5];
[T,Y]=ode15s('iwit3',[0 100],x0);
plot(T,Y,'LineWidth',2.7)
title('inf warfare')
xlabel('time')
ylabel('amount of information')
legend('X','Y','Z')
grid on
%ode-s marjvena mxareebi IWIT3
function dxdt=iwit3(t,x)
dxdt=zeros(3,1);a1=1.8;a2=1.5; b1=.5;b2=0.4;g=.35;i1=155;i2=150;i3=10;
dxdt(1)=a1*x(1)*(1-x(1)/i1)-b1*x(3);
dxdt(2)=a2*x(2)*(1-x(2)/i2)-b2*x(3);
dxdt(3)=g*(x(1)+x(2))* (1-x(3)/i3);
end
```



ნახატი 2.4.8. ინფორმაციული ომი მოწინააღმდეგის იგნორირების ზოგად მათემატიკურ მოდელში მხარეების ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha_1=1.8$ ;  $\alpha_2=1.5$ ;  $\beta_1=0.5$ ;  $\beta_2=0.4$ ;  $\gamma=0.35$ ;  $x(0)=55$ ,  $y(0)=130$ ,  $z(0)=5$ ,  $I_1=155$ ;  $I_2=150$ ;  $I_3=10$  მნიშვნელობებისთვის.

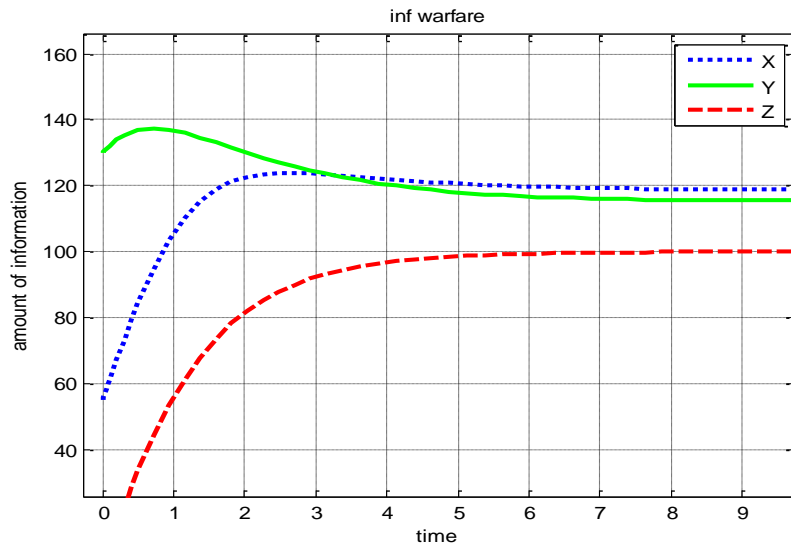
გავზარდოთ ეხლა  $I_3=1600$ , მესამე მხარე იწყებს ინფორმაციულ ომზე ზემოქმედებას უკვე  $[0;5]$  მონაკვეთზე, კერძოდ  $t^* = 4,71874$  წერტილიდან, ამასთან ჩვენ მესამე მხარის პრევენცია არც კი გაგვიზრდია.



ნახატი 2.4.9. ინფორმაციული ომი მოწინააღმდეგის იგნორირების ზოგად მათემატიკურ მოდელში მხარეების ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha_1=1.8$ ;  $\alpha_2=1.5$ ;  $\beta_1=0.5$ ;  $\beta_2=0.4$ ;  $\gamma=0.35$ ;  $x(0)=55$ ,  $y(0)=130$ ,  $z(0)=5$ ,  $I_1=155$ ;  $I_2=150$ ;  $I_3=1600$  მნიშვნელობებისთვის.

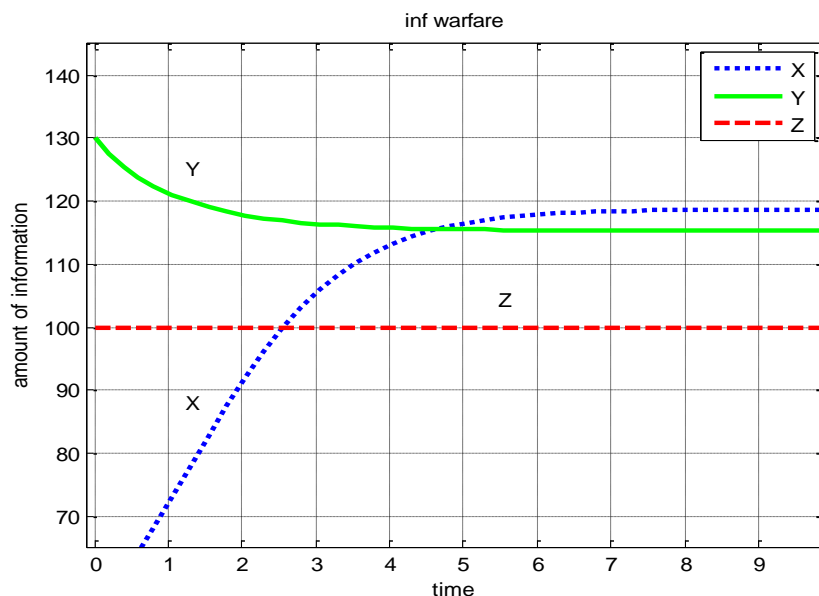
შევიშნოთ, რომ თუ კი ჩვენ გავზრდიდით  $I_3=1600$  -ს დაახლოებით ათჯერ უფრო ნაკლები სიდიდით, მაგალითად  $I_3=100$ , მაშინ მესამე მხარე ვერ აქრობს დაპირისპირებული მხარეების ინფორმაციულ ომს:





ნახატი 2.4.10. ინფორმაციული ომი მოწინააღმდეგის იგნორირების ზოგად მათემატიკურ მოდელში მხარეების ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha_1=1.8$ ;  $\alpha_2=1.5$ ;  $\beta_1=0.5$ ;  $\beta_2=0.4$ ;  $\gamma=0.35$ ;  $x(0)=55$ ,  $y(0)=130$ ,  $z(0)=5$ ,  $I_1=155$ ;  $I_2=150$ ;  $I_3=100$  მნიშვნელობებისთვის.

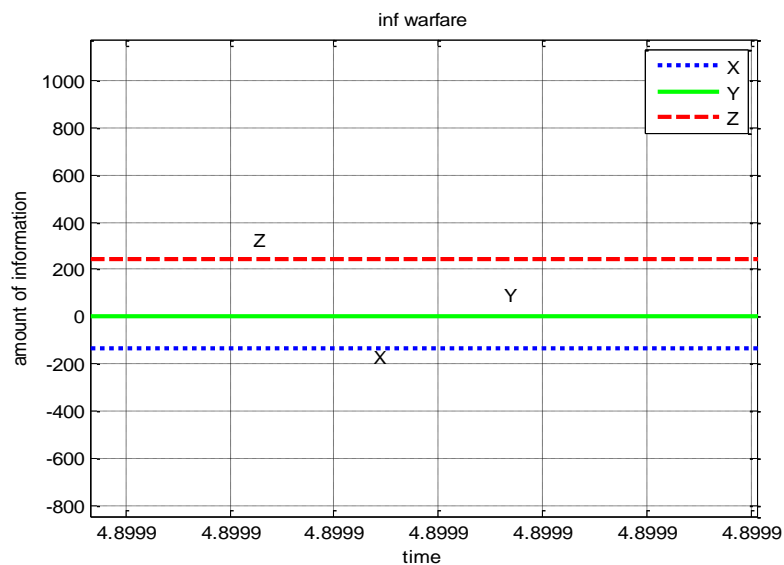
თუ კი ეხლა ვეცდებით მესამე მხარის პრევენციით ვეცადოთ ინფორმაციული ომის დასრულება და გავზრდით ამ პრევენციას მესამე მხარის ტექნოლოგიური საშუალებების დონემდეც კი, ვნახავთ, რომ შედეგი მაინც უარყოფითი იქნება (იხილეთ ნახატი 2.4.11, რაც გვადლევს საშუალებას დავასკვნათ,  $I_3^*=100$  არ არის პირველი ტიპის ამოცანის ამოხსნა:



ნახატი 2.4.11. ინფორმაციული ომი მოწინააღმდეგის იგნორირების ზოგად მათემატიკურ მოდელში მხარეების ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha_1=1.8$ ;  $\alpha_2=1.5$ ;  $\beta_1=0.5$ ;  $\beta_2=0.4$ ;  $\gamma=0.35$ ;  $x(0)=55$ ,  $y(0)=130$ ,  $z(0)=100$ ,  $I_1=155$ ;  $I_2=150$ ;  $I_3=100$  მნიშვნელობებისთვის.

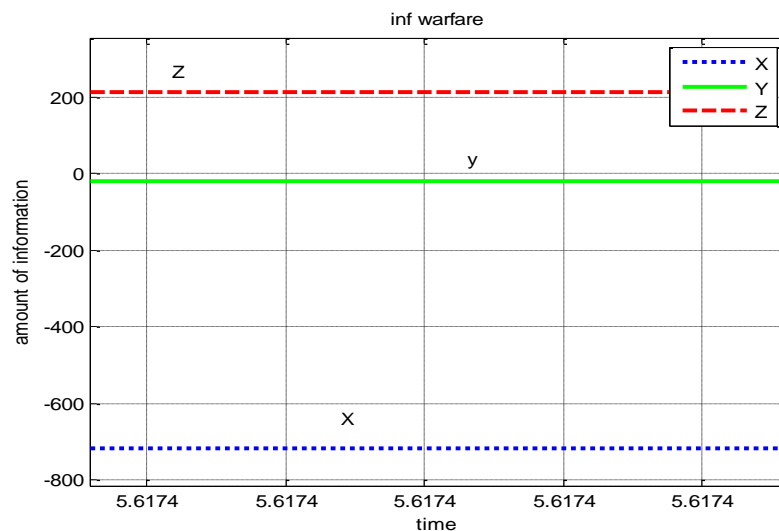
ჩვენს კონკრეტულ მაგალითში, პირველი ტიპის ამოცანის ამოხსნა ნიშნავს, დავადგინოთ - შეიძლება კი ვიპოვოთ  $I_3^*$ -ს მნიშვნელობა, 1600-ზე ნაკლები, რომლის დროსაც ხდება ინფორმაციული ომის ჩაქრობა? შევნიშნოთ, რომ თავდაპირველად ჩვენ მესამე მხარისთვის გვქონდა ტექნოლოგიური საშუალებების დონე  $I_3=10$ , რომლის დროსაც ინფორმაციული ომი არ ქრება. შემდეგ ჩვენ გამოთვლითი ექსპერიმენტის საშუალებით ვიპოვეთ მნიშვნელობა  $I_3=1600$ , რომლის დროსაც ქრება ინფორმაციული ომი. ამდენად მივიღეთ მონაკვეთი  $[10;1600]$  რომლის მარჯვენა ბოლოსთვის ინფორმაციული ომი ქრება, მარცხენა ბოლოსთვის კი არა. ამის შემდეგ, ჩვენ ექსპერიმენტით შევარჩიეთ  $I_3=100$  მნიშვნელობა და აღმოჩნდა, რომ ინფორმაციული ომი აქაც არ ქრება. მაგრამ ამჟამად ჩვენ შევამცირეთ მონაკვეთი  $[100;1600] \subset [10;1600]$  რომლის მარჯვენა ბოლოსთვის ინფორმაციული ომი ქრება, მარცხენაში კი არა. თუ კი ჩვენ შევარჩევთ სტრატეგიას, რომლის დროსაც ასეთი ტიპის მონაკვეთების სიგრძე შემცირდება, მაშინ ჩვენ შეგვიძლია ვისაუბროთ პირველი ტიპის ამოცანის ამოხსნაზე გარკვეული ცდომილებით.

მონაკვეთების სიგრძის შემცირებისას გამოვიყენებთ ე.წ. დიხოტომიის მეთოდს: ავიღოთ ბოლო  $[100;1600]$  მონაკვეთი და განვსაზღვროთ იმავე თვისებების, მაგრამ უფრო მცირე ახალი მონაკვეთი. ავიღოთ ამ მონაკვეთის შუა წერტილი -  $I_3=850$  და მისთვის დავადგინოთ, შესაძლებელია თუ არა ინფორმაციული ომის ჩაქრობა? პასუხი დადებითია, იხილე ნახატი 2.4.12



ნახატი 2.4.12. ინფორმაციული ომი მოწინააღმდეგის იგნორირების ზოგად მათემატიკურ მოდელში მხარეების ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha_1=1.8$ ;  $\alpha_2=1.5$ ;  $\beta_1=0.5$ ;  $\beta_2=0.4$ ;  $\gamma=0.35$ ;  $x(0)=55$ ,  $y(0)=130$ ,  $z(0)=5$ ,  $I_1=155$ ;  $I_2=150$ ;  $I_3=850$  მნიშვნელობებისთვის.

საწყისი მნიშვნელობებისთვის  $z(0)=5$  წერტილში  $t^*=4,9507$  ხდება ინფორმაციული ომის ჩაქობა ამდენად ვლემულობთ ახალ ქვემონაკვეთს:  $[100;850] \subset [100;1600] \subset [10;1600]$  რომლის მარცხენა ბოლოსთვის ინფორმაციული ომი არ ქრება, მარჯვენასთვის კი, ამავე დროს ამ ახალი ქვემონაკვეთის სიგრძე შემცირდა. განვავრდით დიხტომიის პროცესი და შევაფასოთ  $I_3=475$  მნიშვნელობისთვის შესაძლებელია, თუ არა ინფორმაციული ომის ჩაქობა: პასუხი დადებითია იხილეთ ნახატი 2.4.13.



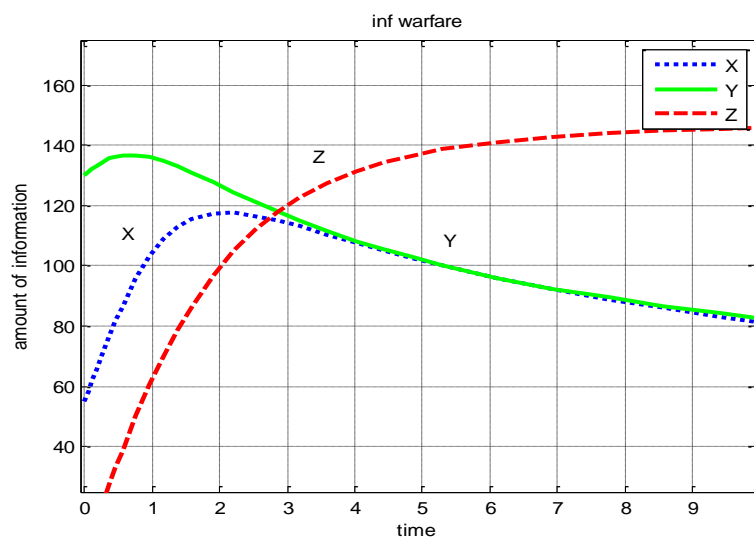
ნახატი 2.4.13. ინფორმაციული ომი მოწინააღმდეგის იგნორირების ზოგად მათემატიკურ მოდელში მხარეების ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha_1=1.8$ ;  $\alpha_2=1.5$ ;  $\beta_1=0.5$ ;

$$\beta_2=0.4; \gamma=0.35; x(0)=55, y(0)=130, z(0)=5, I_1=155; I_2=150; I_3=475$$

მნიშვნელობებისთვის.

ამ შემთხვევაში ჩვენ უნდა ავიღოთ კიდევ უფრო მცირე ქვემონაკვეთი, კერძო რა-ხან  $I_3=475$  -ს მნიშვნელობისთვის ინფორმაციული ომი სრულდება, ახალი ქვემონაკვეთის მარჯვენა ბოლო სწორედ ეს ახალი მნიშვნელობა იქნება, მარცხენა ბოლო კი იგივე დარჩება.  $I_3=475$  -ს მნიშვნელობისთვის ინფორმაციული ომის ჩაქობა რომ შეუძლებელი ყოფილიყო მაშინ ახალი ქვემონაკვეთის მარცხენა ბოლო, სწორედ ეს მნიშვნელობა იქნებოდა, და მარჯვენა ბოლო იგივე დარჩებოდა. მაგრამ ამჟამად

ვლებულობთ შემდეგ ქვემონაკვეთს:  $[100;475] \subset [100;850] \subset [100;1600] \subset [10;1600]$ . მოვახდინოთ ამ ახალი მონაკვეთის შუა წერტილის მოძებნა  $I_3=287,5$  და მისთვის განვსაზღვროთ, ხდება თუ არა ინფორმაციული ომის ჩაქრობა. პასუხი დადებითია. ამის მერე უკვე ვქმნით ახალ ქვემონაკვეთს  $[100;287,5]$  და მის შუა წერტილისთვის  $I_3=193,75$  ვარკვევთ ხდება თუ არა ინფორმაციული ომის ჩაქრობა: პასუხი აქაც დადებითია და ახალი ქვემონაკვეთი იქნება  $[100;193,75]$ . ვაგრძელებთ დიხოტომიის პროცესს და ახალი შუა წერტილია -  $I_3=146,875$  და მისთვის უკვე ინფორმაციული ომი არ ქრება საწყისი მნიშვნელობისთვის  $z(0)=5$ . იხილე ნახატი 2.4.14.



ნახატი 2.4.14. ინფორმაციული ომი მოწინააღმდეგის იგნორირების ზოგად მათემატიკურ მოდელში მხარეების ტექნოლოგიური საშუალებების გათვალისწინებით,  $\alpha_1=1.8$ ;  $\alpha_2=1.5$ ;  $\beta_1=0.5$ ;  $\beta_2=0.4$ ;  $\gamma=0.35$ ;  $x(0)=55$ ,  $y(0)=130$ ,  $z(0)=5$ ,  $I_1=155$ ;  $I_2=150$ ;  $I_3=146,875$

გამოვიკვლიოთ შემთხვევა, ხომ არ შეიძლება ინფორმაციული ომის ჩაქრობას მივაღწიოთ მესამე მხარის პრევენციის გაზრდით, მართლაც გავუტოლოთ მესამე მხარის საწყისი მნიშვნელობა  $z(0)$  ტექნოლოგიური შესაძლებლობების დონეს 146,875. პასუხი უარყოფითია, რადგანაც თუ კი ხდება პირველი დაპირისპირებული მხარის ნულზე გაყვანა, ეს შეუძლებელია მეორე მხარისთვის. ამრიგად 146,875 გახდება ახალი ქვემონაკვეთის მარცხენა წერტილი და გვექნება -  $[146,875; 193,75]$ . ვაგრძელებთ დიხოტომიის პრინციპის გამოყენებას და უკვე  $[146,875; 193,75]$  ქვემონაკვეთის შუა წერტილისთვის - 170,3125 ვარკვევთ ხდება თუ არა ინფორმაციული ომის ჩაქრობა. პასუხი უარყოფითია და წერტილი - 170,3125 ხდება ახალი

ქვემონაკვეთის მარცხენა ბოლოდ - [170,3125; 193,75] და ა.შ აღწერილი პროცედურა გრძელდება მანამ, სანამ სასურველი სიზუსტით არ ვიპოვით მესამე მხარისთვის ტექნოლოგიური დონის რაც შეიძლება მინიმალურ მნიშვნელობას, რომლის დროსაც შესაძლებელია ინფორმაციული ომის ჩაქრობა.

ზოგადად, თუ კი გვაქვს საწყისი მონაკვეთი  $[a; b]$  რომელშიც ვეძებთ მესამე მხარის ტექნოლოგიური შესაძლებლობების დასაშვებ მინიმალურ მნიშვნელობას შემცირება

ხდება შემდეგნაირად: განვსაზღვრავთ ამ მონაკვეთის შუა წერტილის -  $c = a + \frac{b-a}{2}$

და მისთვის ვადგენთ, შესაძლებელია თუ არა ინფორმაციული ომის დასრულება, თუ

კი, მაშინ ახალ მონაკვეთს ვღებულობთ შემდეგნაირად  $\left[ a; b = c = a + \frac{b-a}{2} \right]$ , თუ არა

მაშინ ახალი ქვემონაკვეთია  $\left[ a = c = a + \frac{b-a}{2}; b \right]$ .

ამდენად გაიწერა პროცედურა იმისა, თუ როგორ უნდა ვიპოვოთ მესამე მხარის ტექნოლოგიური შესაძლებლობების მინიმალური დონე, როცა წინასწარ არის ცნობილი დაპირისპირებული მხარეების  $I_1, I_2$  ტექნოლოგიური შესაძლებლობების დონეები, რომლის დროსაც უკვე შეიძლება რომ მესამე მხარემ ჩააქროს დაპირისპირებული მხარეების მიერ გაღვივებული ინფორმაციული ომი.

გამოთვლითი ექსპერიმენტისას შეიმჩნევა ძალზე საინტერესო ფაქტი, კერძოდ ის რომ მშვიდობისმყოფელი მხარის საწყისი მნიშვნელობების (პრევენციის) გაზრდა არ იძლევა ინფორმაციული ომის ჩაქრობის გარანტიას. უფრო მეტიც, თუ კი ჩვენ გავზრდით პრევენციას, რომლის დროსაც ხდება ინფორმაციული ომის ჩაქრობა, შეიძლება მივიღოთ საწინააღმდეგო ეფექტი - დაიკარგება მშვიდობისმყოფელი მხარის ეფექტური ზემოქმედების შემთხვევა. ანუ ეს ნიშნავს იმას, რომ თუ კი წყვილი  $(I_3, z_0^1)$  არის პირველი ამოცანის ამონახსნი, წყვილი  $(I_3, z_0^2)$  შეიძლება არ იყოს პირველი ამოცანის ამონახსნი, მიუხედავად იმისა, რომ  $z_0^1 < z_0^2$ .

განვიხილოთ, ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი, რომელშიც აღწერილია მხარეების მიერ რეაგირება ვითარების შეცვლაზე დროის გარკვეული რაოდენობის შემდეგ. მართლაც ბუნებრივია, რომ როცა მესამე დროის მოცემულ მომენტში ავრცელებს გარკვეული რაოდენობის სამშვიდობო ხასიათის ინფორმაციას, მან ეს

რაოდენობა "განსაზღვრა" იმისდა მიხედვით, თუ რა რაოდენობის მადისკრეტირებელ ინფორმაციებს ავრცელებდნენ მხარეები არა იმავე დროში, არამედ უფრო ადრე. ხოლო დროში განსხვავება, მესამე მხარეს დასჭირდა იმისთვის, რომ მიეღო ეს კონკრეტული გადაწყვეტილება. ეს მიდგომა, იმ შემთხვევაში, როცა დაპირისპირებული მხარეები ერთმანეთის იგნორირებას ახდენენ, ადექვატურად აღწერს პროცესს. ბუნებრივია რომ მოწინააღმდეგის მხარის იგნორირების ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელში უნდა შემოვიდეს დროის ყოვნის  $\tau$  ელემენტი მესამე მხარისთვის. კერძოდ, თუ კი მშვიდობისმყოფელი მხარე დროის  $t$  მომენტში აწარმოებს თავის აქტიურობას, იგი ითვალისწინებს დაპირისპირებული მხარეების აქტივობებს, გამოვლენილს დროის  $t - \tau$  მომენტში. ამდენად (2.4.12) ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის მესამე განტოლება მიიღებს შემდეგ სახეს -

$$\frac{d}{dt} z(t) = \gamma(x(t - \tau) + y(t - \tau)) \left( 1 - \frac{z(t)}{I_3} \right) \quad (2.4.14)$$

ზოგადად,  $\tau$  ყოვნი, დროის სხვადასხვა მომენტისთვის შეიძლება იყოს სხვადასხვა, ანუ წარმოადგენდეს დროის  $\tau(t)$  ფუნქციას, მაგრამ ჩვენ ამ შემთხვევაში ჩავთვალთ  $\tau$  მუდმივად. ამდენად თუ კი (2.4.12)-ში მესამე განტოლებას შევცვლით (2.4.14)-ით, მივიღებთ

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left( 1 - \frac{x(t)}{I_1} \right) - \beta_1 z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left( 1 - \frac{y(t)}{I_2} \right) - \beta_2 z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = \gamma(x(t - \tau) + y(t - \tau)) \left( 1 - \frac{z(t)}{I_3} \right) \end{cases} \quad (2.4.15)$$

საწყისი პირობები (2.4.13) არ იცვლება დაპირისპირებული მხარეებისთვის

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0 \quad (2.4.16)$$

მაგრამ. მშვიდობისმყოფელი მხარისთვის გვაქვს, რომ დროის  $t \in [0, \tau)$  მომენტისთვის ფუნქცია  $z(t)$  არ არის განსაზღვრული, რამეთუ  $t \in [0, \tau)$  დროისთვის არ არიან განსაზღვრულნი ფუნქციები  $x(t - \tau), y(t - \tau)$ . ამდენად, შეგვიძლია განვსაზღვროთ  $z(t)$  მესამე მხარის საწყისი პირობა წერტილში  $t = \tau > 0$  - დროის მომენტში

$$z(\tau) = z_\tau \quad (2.4.17)$$

ამდენად მივიღეთ (2.4.15)- (2.4.17) მოწინააღმდეგის იგნორირების, მხარეების ინფორმაციული ტექნოლოგიური შესაძლებლობების გათვალისწინების, დროის ყოვნის ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი. მოწინააღმდეგის იგნორირების, მხარეების ინფორმაციული ტექნოლოგიური შესაძლებლობების გათვალისწინების, დროის ყოვნის ინფორმაციული ომის კომპიუტერული მოდელის და მისი ამოხსნისთვის, მოდელის კონკრეტული პარამეტრებისთვის, წარმოებული გამოთვლითი ექსპერიმენტის შედეგად შეიძლება დავადგინოთ  $\tau$  ყოვნის ის ზღვრული მნიშვნელობა, რომლის შემდეგადაც მესამე მხარეს უკვე აღარ შეუძლია მოახდინოს დაპირისპირებული მხარეების მიერ წარმოებულ ინფორმაციულ ომზე და ვერ აქრობს მას. ამ მოვლენის ახსნა შეიძლება ასეთნაირად -  $\tau$  დიდი ყოვნის შემთხვევაში, დაპირისპირებული მხარეები დროის დიდი მონაკვეთის განმავლობაში აწარმოებენ ე.წ. "უკონტროლოდ" ინფორმაციულ ომს მშვიდობისმყოფელი მხარის მხრიდან, ან "უკონტროლო" დროის განმავლობაში, კი მათ შეუძლიათ მადისკრედიტირებული ინფორმაციების გავრცელების ისეთ რაოდენობას მიაღწიონ, რომლის შემცირებაც მესამე მხარის შემდგომი მშვიდობისმყოფელი განცხადებებით უკვე შეუძლებელია, თუნდაც, მესამე მხარე მაღალი აქტიურობით ჩაებას ინფორმაციულ ომში. ამ შემთხვევაში მესამე მხარის არაეფექტურობა გამოწვეულია იმითაც, რომ მოდელში გათვალისწინებულია მხარეების არსებული ინფორმაციული ტექნოლოგიების შეზღუდული შესაძლებლობები [28].

## § 2.5. ინფორმაციული ომის ჩილკერის ტიპის ამოცანა

განვიხილოთ ინფორმაციული ომის ზოგადი მათემატიკური მოდელი, რომელიც აღიწერება ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემით [25,30, 91, 94]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x_1(t) = f_1(t, x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \\ \frac{d}{dt} x_2(t) = f_2(t, x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \\ \frac{d}{dt} x_3(t) = f_3(t, x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \end{cases} \quad (2.5.1)$$

$$x_1(0) = x_{10}, \quad x_2(0) = x_{20}, \quad x_3(0) = x_{30}, \quad (2.5.2)$$

სადაც  $x_{10} > 0$ ,  $x_{20} > 0$ ,  $x_{30} \geq 0$ . აქ  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  - "აგრესიული" ინფორმაციის რაოდენობაა, რომელსაც დროის  $t$  მომენტში ავრცელებს კონფლიქტის მონაწილე პირველი ორი

მხარე.  $x_3(t)$  - სამშვიდობო ხასიათის მოწოდებების რაოდენობაა, რომელსაც მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარე ავრცელებს დროის  $t$  მომენტში.

ინფორმაციული ომის (2.5.1), (2.5.2) მათემატიკური მოდელის ამოხსნას  $[0, T]$  მონაკვეთზე ვუწოდოთ ისეთი წერტილების არსებობას  $t^*, t^{**} \in [0, T]$ , რომელთათვისთვის სამართლიანია თანაფარდობები:

$$x_1(t^*) = 0, \quad x_2(t^{**}) = 0 \quad (2.5.3)$$

სადაც  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  (2.5.1), (2.5.2) კოშის ამოცანის ამონახსნია.

ავლნიშნოთ, რომ ინფორმაციული ომის ზოგად მათემატიკურ მოდელში ამონახსნი ფაქტიურად წარმოადგენს (2.5.1), (2.5.2), (2.5.2) სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნს, სადაც  $t^*, t^{**} \in [0, T]$  დამაგრებული არ არიან - თავისუფლები არიან.

ზოგადად, თუ კი (2.5.1)-ში მარჯვენა მხრეები საკმაოდ "კარგები" არიან - უწყვეტები და აკმაყოფილებენ ლიფშიცის პირობებს, მაშინ (2.5.1), (2.5.2) კოშის ამოცანას გააჩნია ერთადერთი ამონახსნი და არ არსებობს არავითარი გარანტია, რომ რომელიღაც წერტილებში  $t^*, t^{**} \in [0, T]$  სრულდება (2.5.3) პირობები - რაც ნიშნავს იმას, რომ შესაბამის სასაზღვრო ამოცანას (2.5.1) - (2.5.3) შესაძლებელია არ გააჩნდეს ამონახსნი. ამდენათ, იმისთვის, რომ (2.5.1), (2.5.2) კოშის ამოცანის ამონახსნი აკმაყოფილებდეს (2.5.3) პირობებს, (2.5.1) სისტემის მარჯვენა მხარეები უნდა აკმაყოფილებდნენ დამატებით პირობებს.

სანამ ამ პირობებს ჩამოვაცალიებთ, შევნიშნოთ, რომ (2.5.1) - (2.5.3) ამოცანას გააჩნია თავისებურობა და არ არის საკმაოდ შესწავლილი, ვუწოდოთ ასეთ ამოცანას ჩილკერის ტიპის ამოცანა ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის (ჩტაჩდგ). მოგვიანებით ვაჩვენებთ, რომ ანალოგიური ხასიათია ამოცანა გვხდება ოპტიმალური მართვის თეორიაშიც, შესაბამისად მას ვუწოდოთ ოპტიმალური მართვის ჩილკერი ტიპის ამოცანა (ომჩტა).

ჩამოვაცალიებთ ჩილკერის ტიპის (2.5.1) - (2.5.3) ამოცანის ამოხსნის პირობები.

**თეორემა 1.** ჩილკერის ტიპის (2.5.1) - (2.5.3) ამოცანის ამოხსნის არსებობისთვის აუცილებელი და საკმარისია, რომ არსებობდნენ  $t^*, t^{**} \in [0, T]$  წერტილები, რომელთათვისაც სრულდება შემდეგი ინტეგრალურ თანაფარდობები:



$$\begin{cases} x_{10} + \int_0^{t^*} f_1(t, x_1(t), x_2(t), x_3(t)) dt = 0 \\ x_{20} + \int_0^{t^{**}} f_2(t, x_1(t), x_2(t), x_3(t)) dt = 0 \end{cases} \quad (2.5.4)$$

**დამტკიცება.** აუცილებლობა. ვთქვათ (2.5.1), (2.5.2) კოშის ამოცანის  $x_1(t), x_2(t)$  ამონახსნებისთვის სრულდება (2.5.3), მაშინ (2.5.4)-ის პირველ თანაფარდობას აქვს სახე:

$$x_1(t^*) - x_1(0) + x_{10} = 0$$

ე.ი.  $x_1(t^*) = 0$ . ანალოგიურად (2.5.4)-ის მეორე თანაფარდობისთვის გვაქვს  $x_2(t^{**}) = 0$ .

**საკმარისობა.** ვთქვათ არსებობენ წერტილები  $t^*, t^{**} \in [0, T]$ , რომელთათვისაც სრულდება (2.5.4) ინტეგრალური თანაფარდობები. (2.5.1) სისტემის პირველი განტოლების ინტეგრირებით ვღებულობთ:

$$x_1(t) = x_1(0) + \int_0^t f_1(t, x_1, x_2, x_3) dt$$

მაგრამ (2.5.4)-ის პირველი თანაფარდობის თანახმად ვღებულობთ  $x_1(t^*) = 0$ , რაც ნიშნავს იმას, რომ დროის  $t^*$  მომენტისთვის პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ანალოგიურად ვიქცევით მეორე მხარისთვის:

$$x_2(t) = x_2(0) + \int_0^t f_2(t, x_1, x_2, x_3) dt$$

ხოლო (2.5.4)-ის მეორე თანაფარდობის თანახმად ვღებულობთ  $x_2(t^{**}) = 0$ . **რ.დ.გ.**

განვიხილოთ ინფორმაციული ომის კერძო მათემატიკური მოდელი ინფორმაციული ტექნოლოგიების შესაძლებლობების გათვალისწინებით:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta_1 z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta_2 z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = \gamma(x(t) + y(t)) \left(1 - \frac{z(t)}{I_3}\right) \end{cases} \quad (2.5.5)$$

$$0 < x(0) = x_0 \leq I_1, \quad 0 < y(0) = y_0 \leq I_2, \quad 0 \leq z(0) = z_0 \leq I_3 \quad (2.5.6)$$

(2.5.5) სისტემის მესამე განტოლება გადავწეროთ შემდეგნაირად -

$$\frac{d}{dt} z(t) = \gamma(x(t) + y(t)) \left(\frac{I_3 - z(t)}{I_3}\right); \quad \frac{d(I_3 - z(t))}{I_3 - z(t)} = -\frac{\gamma}{I_3} (x(t) + y(t)) dt$$

$$z(t) = I_3 + (z_0 - I_3) e^{-\frac{\gamma}{I_3} \int_0^t (x(u)+y(u)) du} \quad (2.5.7)$$

ჩავსვათ (2.5.1) განტოლებათა სისტემის პირველ ორ განტოლებაში ტოლობა (2.5.7), რომლის შედეგადაც მივიღებთ ინტეგრო-დიფერენცირებულ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta_1 \left( I_3 + (z_0 - I_3) e^{-\frac{\gamma}{I_3} \int_0^t (x(u)+y(u)) du} \right) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta_2 \left( I_3 + (z_0 - I_3) e^{-\frac{\gamma}{I_3} \int_0^t (x(u)+y(u)) du} \right) \end{cases} \quad (2.5.8)$$

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0 \quad (2.5.9)$$

ინფორმაციული ომის (2.5.5), (2.5.6) მათემატიკურ მოდელში დაპირისპირებული მხარეების მიერ ინფორმაციული ომის დასრულება ნიშნავს  $[0, T]$  მონაკვეთზე ისეთი წერტილების  $t^*, t^{**} \in [0, T]$  მოძებნა, რომელთათვისაც სრულდება ტოლობები

$$x(t^*) = 0, \quad y(t^{**}) = 0 \quad (2.5.10)$$

სადაც  $x(t)$ ,  $y(t)$  კოშის (2.5.5), (2.5.6) ამოცანის ამონახსნებია. ამრიგად მივიღეთ (2.5.5), (2.5.6), (2.5.10) ჩილკერის ამოცანა, რომლისთვისაც შეგვიძლია გამოვიყენოთ თეორემა 1, და მივიღებთ ამ ჩილკერის ტიპის ამოცანის ამონახსნისთვის დამატებით ინტეგრალურ თანაფარდობებს

**შედეგი 1.** ჩილკერის ტიპის (2.5.5), (2.5.6), (2.5.10) ამოცანის ამონახსნის არსებობისთვის აუცილებელი და საკმარისია ისეთი  $t^*, t^{**} \in [0, T]$  წერტილების არსებობა, რომელთათვისაც სრულდება ინტეგრალური თანაფარდობები

$$\begin{cases} x(0) + \int_0^{t^*} \left( \alpha_1 x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta_1 \left( I_3 + (z_0 - I_3) e^{-\frac{\gamma}{I_3} \int_0^t (x(u)+y(u)) du} \right) \right) dt = 0 \\ y(0) + \int_0^{t^{**}} \left( \alpha_2 y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta_2 \left( I_3 + (z_0 - I_3) e^{-\frac{\gamma}{I_3} \int_0^t (x(u)+y(u)) du} \right) \right) dt = 0 \end{cases} \quad (2.5.11)$$

ამდენად, (2.5.5), (2.5.6), (2.5.10) ჩილკერის ამოცანის ამოხსნისათვის მივიღეთ (2.5.11) ინტეგრალური თანაფარდობები, რომლებიც აკავშირებენ (2.5.6) საწყის პირობებს, (2.5.10) სასაზღვრო პირობებს.

## § 2.6. ადებტების მოზიდვის ინფორმაციული თავდასხმისა და დაპირისპირების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები

ინფორმაციული ნაკადების მოდელირებასთან ერთად ინფორმაციული ომის თეორიაში მეცნიერთა ერთი ჯგუფი აქტიურად განიხილავს საზოგადოებაში ინფორმაციის გავრცელების პროცესში მოსახლეობის ინფორმაციით დაფარვის მათემატიკურ და კომპიუტერულ მოდელებს [ 33-35, 38-42, 48,49]. ყველა ამ მოდელს საფუძვლად უდევს სარეკლამო კამპანიის მოდელი, რომელიც შესავალშია მოცემული (შ.1).

$$\frac{dN(t)}{dt} = [\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t)](N_0 - N(t)) \quad (2.6.1)$$

(2.6.1) განტოლება სარეკლამო კამპანიის განტოლება, ის წარმოდგენილ იქნა სამარსკი ა.ა., მიხაილოვი ა.პ. ცნობილ მონოგრაფიაში "მათემატიკური მოდელირება: იდეები. მეთოდები. მაგალითები", რომელიც პირველად 1997 წელს გამოიცა [48]-ში. სადაც  $N(t)$  არის ნივთის შესახებ ინფორმირებული პოტენციალური მომხმარებლების რაოდენობა,  $N_0$  - პოტენციალური მომხმარებლების საერთო რაოდენობა,  $\alpha_1(t)$ - სარეკლამო კამპანიის ინტენსიურობა,  $\alpha_2(t)$ - რეკლამის ინტენსიურობა იმ მომხმარებლების მხრიდან, რომლებმაც იციან ნივთის შესახებ,  $\frac{dN(t)}{dt}$  არის ინფორმირებული მომხმარებლების რაოდენობის ცვლილების სიჩქარე, რომელიც ბუნებრივია დამოკიდებულია არაინფორმირებულ მომხმარებელთა რიცხვზე და სარეკლამო კამპანიის ინტენსიურობაზე. (2.6.1) -ში რეკლამა, როგორც ინფორმაცია ვრცელდება ორი გზით: ერთი უშუალოდ სარეკლამო კამპანიის საშუალებით, მაგალითად მასმედიით, როდესაც ამ გზით, ინფორმირებული მოსახლეობის გაზრდის სისწრაფე პროპორციულია ჯერ კიდევ არაინფორმირებული მოსახლეობის რაოდენობისა -  $\alpha_1(t)(N_0 - N(t))$  და მეორე, რეკლამის შესახებ

ინფორმირებული პიროვნება ამის შესახებ უამბობს თავის ნაცნობებს და ასე ხდება რეკლამის გამავრცელებელი ამ გზით, ინფორმირებული მოსახლეობის გაზრდის სისწრაფე პროპორციულია ჯერ კიდევ არაინფორმირებული მოსახლეობის რაოდენობისა -  $\alpha_2(t)(N_0 - N(t))$ , ფაქტიურად რეკლამის გავრცელება ხდება პიროვნებათაშორისი ურთიერთობებით. როდესაც ამ ორი გზით რეკლამის გავრცელების სისწრაფეებს შევკრებთ, მივიღებთ რეკლამის ერთიანი გავრცელების სისწრაფის მოდელს (2.6.1) [48,49].

განტოლება (2.6.1)-ში საწყის პირობად მივიღებთ, დროის დასაწყისში რეკლამით ინფორმირებული პიროვნებების რაოდენობის ნულთან ტოლობა:

$$N(t)|_{t=0} = 0 \quad (2.6.2)$$

მოდელში (2.6.1), თუ კი  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  მაშინ იგი დადის მოსახლეობის ზრდის (პოპულაციის) მალთუსის ( ინგ. Malthus Thomas Robert 1766-1834) ცნობილ მოდელზე

$$\frac{dN(t)}{dt} = c(t)N(t) \quad (2.6.3)$$

სადაც  $c(t) = \alpha(t) - \beta(t)$ ,  $\alpha(t)$  შობადობის კოეფიციენტია, ხოლო  $\beta(t)$  - სიკვდილიანობის;  $N(t_0)$  - მოსახლეობის საწყისი რაოდენობა. (2.6.3) განტოლების ამონახსნი ადვილად საპოვნელია

$$N(t) = N(t_0) \exp\left(\int_{t_0}^t [\alpha(t) - \beta(t)] dt\right) \quad (2.6.4)$$

(2.6.3) ის სტაციონარული მდგომარეობებია: ტრივიალური -  $N(t) \equiv 0$  და სიკვდილიანობისა და შობადობის კოეფიციენტების ტოლობისას  $\alpha(t) \equiv \beta(t)$ , ამ შემთხვევაში სტაციონარული მდგომარეობაა  $N(t) = N(t_0)$ . მაგრამ საკმარისია დაირღვეს სიკვდილიანობისა და შობადობის კოეფიციენტების ტოლობა, რომ მივიღოთ არამდგრადი პროცესი (არამდგრადობა უნდა გავიგოთ როგორც არატრივიალური სტაციონარული წერტილიდან გასვლა): თუ  $\alpha(t), \beta(t)$  მუდმივებია და  $\alpha < \beta$  მაშინ მოსახლეობის რაოდენობა ექსპონენციალურად იკლებს, მისრაფის რა ტრივიალური სტაციონარულ მდგომარეობისკენ, როცა  $t \rightarrow \infty$ , ხოლო როცა  $\alpha > \beta$  მაშინ ექსპონენციალურად იზრდება და მისწრაფის უსასრულოობისკენ,

როცა  $t \rightarrow \infty$  იხილეთ ნახატი 2.6.1.

ლისტინგი 2.6.1. მალთუსის სისტემის რეჟიმები

```
% malTusis modelis sxvadasxva reJimebi%
```

```
k1=0; k2=-1; k3=0.5; N=7;
```

```
N0=4;
```

```
t=0:0.01:N;
```

```
N1=N0*exp(k1*t); N2=N0*exp(k2*t); N3=N0*exp(k3*t);
```

```
plot(t,N1, t,N2, t,N3,'LineWidth',2.5)
```

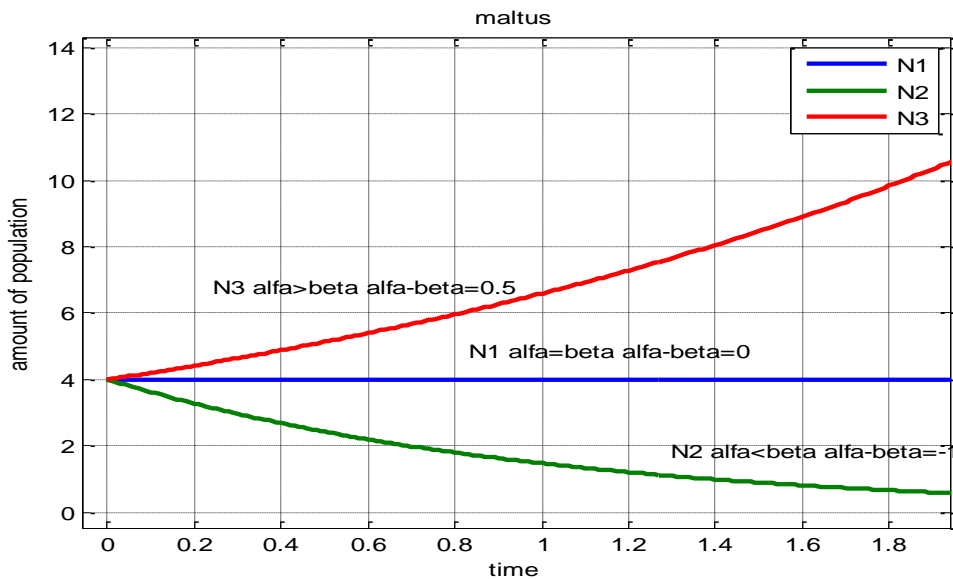
```
title('maltus')
```

```
xlabel('time')
```

```
ylabel('amount of population')
```

```
legend('N1','N2','N3')
```

```
grid on
```



ნახატი 2.6.1 მალთუსის მოდელის ამონახსნის სამი რეჟიმი

(2.6.1) განტოლებაში, თუ კი  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  მაშინ იგი დადის მოსახლეობის ზრდის (პოპულაციის) ვერჰიულტის ცნობილ მოდელზე, რომელიც მალთუსის მოდელის მოდიფიკაციაა, და რომელშიც გათვალისწინებულია **ბენჟამენ გომპერტის** მიერ 1825 წელს შემოღებულმა პოპულაციის რაოდენობის ნიშა - ანუ პოპულაციის ის რაოდენობა, რომელიც შეიძლება მიაღწიოს მოსახლეობამ შეზღუდული რესურსების

პირობებში. თავდაპირველად ბენჯამინ გომპერტცმა 1825 წელს ეს შეზღუდვა გამოიყენა სტატიაში [გომპერტცი] "ადამიანის სიკვდილიანობის გამომსახველი ფუნქციის ბუნების შესახებ, და ადამიანის სიცოცხლის დაზღვევის ღირებულების გამოთვლის ახალი მეთოდის შესახებ"

$$\frac{dN(t)}{dt} = \varepsilon N(t) \ln\left(\frac{K}{N(t)}\right) \quad (2.6.5)$$

სადაც  $K > 0$  მოსახლეობის ზღვრული რაოდენობაა, რომელიც შეიძლება მიღწეულ იქნეს შეზღუდული რესურსების (მაგალითად საკვები, ფართობი და სხვა) პირობებში, პარამეტრი  $\varepsilon > 0$  პოპულაციის ზრდის სიჩქარესთანაა კავშირში, როცა შეზღუდვები რესურსებზე არ არსებობს. მოვახდინოთ (2.6.5) განტოლების ინტეგრება საწყისი პირობებით

$$N(t)|_{t=0} = N(0) \quad (2.6.6)$$

სადაც  $N(0) > 0$  პოპულაციის საწყისი მნიშვნელობაა დროის დასაწყისში. (2.6.5) განტოლებას გომპერტცის განტოლებას უწოდებენ, ის ავტონომიურია და განცალკეადა, ამიტომაც ადვილად ანოიხსნება თუ ჩავწერთ შემდეგნაირად

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{N(t)}{K}\right) = -\varepsilon\left(\frac{N(t)}{K}\right) \ln\left(\frac{N(t)}{K}\right) \quad (2.6.7)$$

შემოვიტანოთ რა აღნიშვნას  $z = \frac{N(t)}{K}$ , ადვილად მივიღებთ ამოხსნას

$$N(t) = K \exp\left\{\ln\left(\frac{N(0)}{K}\right)e^{-\varepsilon t}\right\} \quad (2.6.8)$$

(2.6.8) ამოხსნაში როცა  $t \rightarrow \infty$  ფიგურულ ფრჩხილში მოთავსებული გამოსახულების მნიშვნელობა რაგინდ მცირე გახდება, ხოლო მისი ექსპონენტა მიუახლოვდება ასიმტოტურად ერთს, ამდენად ამონახსნი  $N(t) \rightarrow \infty$ , რაც იმას ნიშნავს, რომ მოსახლეობის რაოდენობა მიისწრაფის ზღვრული რაოდენობისკენ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = K \quad (2.6.9)$$

როცა  $N(t) \rightarrow \infty$  მაშინ (2.6.5) გომპერტცის განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ მოსახლეობის რაოდენობის ცვლილება რაგინდ მცირეა, ფაქტობრივად ნულის ტოლია, ანუ  $N(t)$  ფაქტიურად მუდმივია. ანალოგიურად, როცა  $N(t) \rightarrow 0+$ , ასევე ნულისკენ მიისწრაფის მოსახლეობის რაოდენობის ცვლილება. ამდენად, (2.6.8) ამოხ-

სნის მრუდი, რომელსაც გომპერტცის მრუდს უწოდებენ ფაქტიურად მუდმივებია თავსა და ბოლოში. სტაციონარული წერტილი გომპერტცის განტოლებისთვის გამოითვლება შემდეგნაირად:

$$\varepsilon N(t) \ln\left(\frac{K}{N(t)}\right) = 0, \quad N(t) = 0, \quad \ln\left(\frac{K}{N(t)}\right) = 0, \quad \frac{K}{N(t)} = 1, \text{ ამდენად გვაქვს ორი}$$

სტაციონარული წერტილი

$$N(t) = 0; \quad N(t) = K \quad (2.6.10)$$

(2.6.5) -ის გაწარმოებით და ნულთან გატოლებით შეიძლება ვიპოვოთ მოსახლეობის ცვლილების მაქსიმუმი, მართლაც

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ \varepsilon N(t) \ln\left(\frac{K}{N(t)}\right) \right] &= \varepsilon \left[ \ln\left(\frac{K}{N(t)}\right) \frac{dN(t)}{dt} - N(t) \frac{K}{KN(t)} \frac{dN(t)}{dt} \right] = \\ &= \varepsilon \left[ \ln\left(\frac{K}{N(t)}\right) \frac{dN(t)}{dt} - \frac{dN(t)}{dt} \right] = \varepsilon \frac{dN(t)}{dt} \left[ \ln\left(\frac{K}{N(t)}\right) - 1 \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.6.11)$$

(2.6.11)-ის ნულთან ტოლობა შესაძლებელია, როცა

$$N(t) = \frac{K}{e} \quad (2.6.12)$$

(2.6.5) -ის მეორე წარმოებული ამ წერტილში უარყოფითია, მაშასადამე პოპულაციის ცვლილების სიჩქარე მაქსიმალურია და ტოლია

$$\frac{d}{dt} N(t) \Big|_{\max} = \varepsilon \frac{K}{e} \quad (2.6.13)$$

$\frac{K}{e}$  წრფეზე არსებული წერტილები  $N(t)$  ინტეგრალური მრუდების ღუნვის წერტილებია.  $N = K$  მდგომარეობა ატრაქტორია - რადგანაც პოპულაციის ყოველი არანულოვანი საწყისი მნიშვნელობისთვის ხდება სისტემის სტაბილიზაცია  $N(t) = K$  სტაციონარული მდგომარეობაზე. იხილე ნახატი 2.6.2.

ლისტინგი 2.6.2 . გომპერტცის მრუდები ატრაქტორით

`% gompertsis modelis sxvadasxva rejimebi%`

`k=20; b=0.4; N=22; N0=0.2; N01=14; N02=25; t=0:0.01:N;`

`z=k+0*t; y=k/2.7+0*t; N1=k*exp(log(N0/k)*exp(-b*t)); N2=k*exp(log(N01/k)*exp(-b*t));`

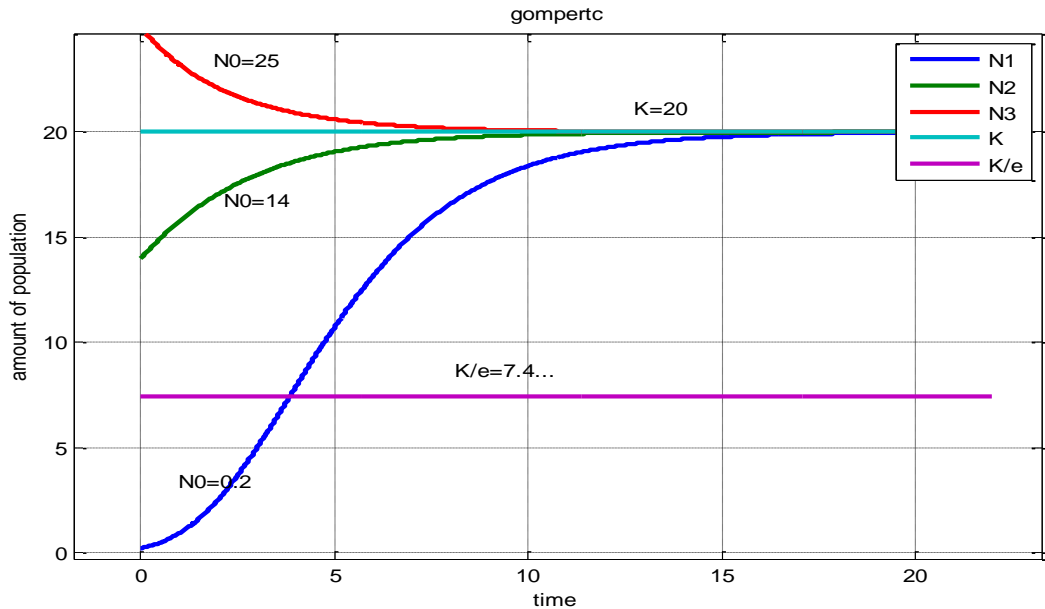
`N3=k*exp(log(N02/k)*exp(-b*t)); plot(t,N1, t,N2, t,N3,t,z,t,y, 'LineWidth',2.5)`

`title('gompertc')`

```

xlabel('time')
ylabel('amount of population')
legend('N1','N2','N3','K','K/e')
grid on

```



ნახატი 2.6.2. გომპერტცის მრუდები პოპულაციის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის, გაჯერების  $N = K$  - სტაციონალური მდგომარეობისა და პოპულაციის ცვლილების სიჩქარის მაქსიმალური მნიშვნელობების წერილების ჩვენებით და შესაბამის წრფეზე ღუნვის წერტილების ჩვენებით. გომპერტცის ლოგისტიკური მრუდები ასიმეტრიულ ლოგისტიკურ მრუდებს განეკუთვნება. ზოგადად ლოგისტიკური მრუდებისთვის დამახასიათებელია თავიდან მდორე ზრდადობა, შემდეგ სწრაფი, თითქმის ექსპონენციალური ზრდა, და შემდეგ მცირე ზრდადობა, რომელიც მდორე ზრდადობაში გადადის.

გადავწეროთ (2.6.5) -ის შემდეგნაირად

$$\frac{dN(t)}{dt} = \varepsilon N(t) \ln \left( \frac{K}{N(t)} \right) = \varepsilon N(t) (\ln K - \ln N(t)) = \varepsilon N(t) \ln K \left( 1 - \frac{\ln N(t)}{\ln K} \right)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = \varepsilon N(t) \ln K \left( 1 - \frac{\ln N(t)}{\ln K} \right) \tag{2.6.14}$$

გომპერტცის განტოლების მოდიფიცირება მისი გამარტივების თვალსაზრისით 1838 წელს მოახერხა პიერ ფრანსუა ვერჰულსტმა და ე.წ. ლოგისტიკური განტოლება შემდეგნაირად ჩამოაყალიბა



$$\frac{dN(t)}{dt} = \varepsilon N(t) \left( 1 - \frac{N(t)}{K} \right) \quad (2.6.15)$$

სადაც  $K > 0$  მოსახლეობის ზღვრული რაოდენობაა, რომელიც შეიძლება მიღწეულ იქნეს შეზღუდული რესურსების (მაგალითად საკვები, ფართობი და სხვა) პირობების გამო, პარამეტრი  $\varepsilon > 0$  პოპულაციის ზრდის სიჩქარესთანაა კავშირში, როცა შეზღუდვები რესურსებზე არ არსებობს. (2.6.15) ლოგისტიკურ განტოლებას უცნაური ბედი დაჰყვა, ის რამდენჯერმე იქნა ხელახლა აღმოჩენილი - 1911 წელს შოტლანდიელმა ფიზიკოსმა და ეპიდემიოლოგმა ანდერსონ გრეი მაკკენდრიკმა (ინგ. Anderson Gray McKendrick 1876 -1943), როცა ის ბულიონში ბაქტერიების გამრავლებას იკვლევდა; 1920 წელს ამერიკელმა ბიოლოგმა რაიმონდ პიერლმა (ინგ. Raymond Pearl 1879 -1940); 1925 წელს ამერიკელმა მათემატიკოსმა ალფრედ ჯეიმს ლოტკამ (ინგ. Alfred James Lotka 1880 - 1949) სტაბილური მოსახლეობის დემოგრაფიული კვლევებისას.

(2.6.14) და (2.6.15) განტოლებებს შორის მსგავსება არსებობს, მაგრამ განსხვავებაც თვალსაჩინოა, კერძოდ ლოგისტიკურ განტოლებაში ლოგარითმული ფუნქციები და ერთი გაჯერების რაოდენობაც აღარ არიან. შედეგად (2.6.15)-ის ინტეგრალური მრუდები წარმოადგენენ სიმეტრიულ ლოგისტიკურ მრუდებს. (2.6.15)-ის ინტეგრირებისთვის გამოვიყენოთ ცვლადების განცალკების მეთოდი [ჩილაჩავა ბიო, 10]

$$\frac{dN(t)}{K - N(t)} + \frac{dN(t)}{dN(t)} = \varepsilon dt \quad -\ln(K - N(t)) + \ln N(t) = \varepsilon t + C$$

$$N(t)|_{t=0} = N(0) \text{-დან } C = \ln \left( \frac{N(0)}{K - N(0)} \right). \text{ შედეგად ვიღებთ (2.6.15) განტოლების}$$

ამონახსნს

$$N(t) = K \frac{N(0)}{K - N(0)} e^{\varepsilon t} - N(t) \frac{N(0)}{K - N(0)} e^{\varepsilon t}$$

$$N(t) = \frac{KN(0)e^{\varepsilon t}}{K - N(0)(1 - e^{\varepsilon t})} \quad (2.6.16)$$

ლოგისტიკური (2.6.16) მრუდისთვის ადვილადაა ჩასატარებელი ხარისხობრივი გამოკვლევა და იმის დადგენა, რომ  $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = K$ , ანუ  $N(t)$  მიისწრაფის გაჯერების სიდიდისკენ -  $K$ . იხილე ნახატი 2.6.3.

ლისტიკური 2.6. 3. ლოგისტიკური მრუდები ატრაქტორით

`% logistikuri modelis sxvadasxva reJimebi%`

`k=10; b=0.4; N=25; N01=0.2; N02=4; N03=15; t=0:0.01:N;`

`z=k+0*t; y=k/2+0*t;`

`k1=k*N01; k2=k*N02; k3=k*N03;`

`N1=k1./(N01+(k-N01)*exp(-b*t));`

`N2=k2./(N02+(k-N02)*exp(-b*t));`

`N3=k3./(N03+(k-N03)*exp(-b*t));`

`plot(t, N1, t, N2, t, N3, t, z, 't, y,','LineWidth',2.8)`

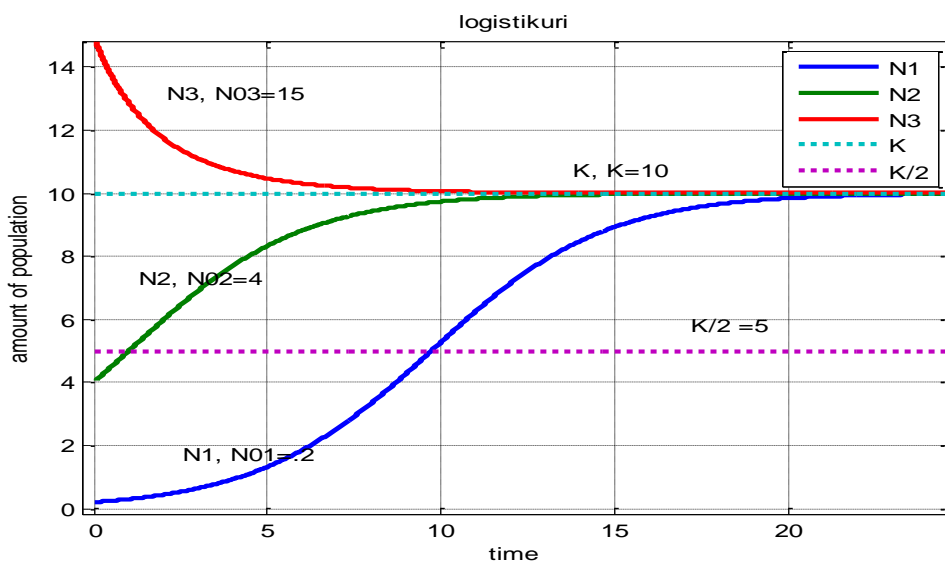
`title('logistikuri')`

`xlabel('time')`

`ylabel('amount of population')`

`legend('N1','N2','N3','K','K/2')`

`grid on`



ნახატი 2.6.3. ლოგისტიკური მრუდები პოპულაციის სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის, გაჯერების  $N = K$  - სტაციონალური მდგომარეობისა და პოპულაციის ცვლილების სიჩქარის მაქსიმალური მნიშვნელობების წერილების ჩვენებით და შესაბამის წრფეზე ღუნვის წერტილების ჩვენებით.

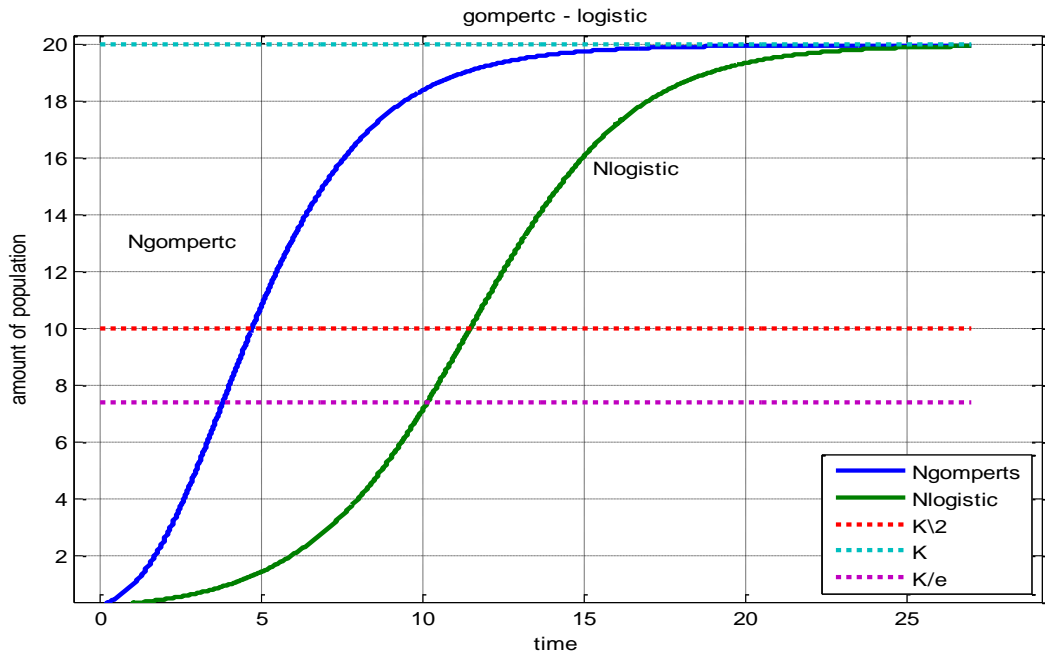
(2.6.15) ამონახსნი შესაძლებელია გადაიწეროს შემდეგი სახით

$$N(t) = \frac{KN(0)}{N(0) - (K - N(0))e^{-bt}} \quad (2.6.17)$$

გავსხვავება ასიმეტრიულ გომპერტცის და სიმეტრიულ ლოგისტიკურ მრუდებს შორის ერთი და იგივე საწყისი და გავჯერების პირობებისთვის, პოპულაციის ზრდის ერთი პარამეტრისთვის თვალსაჩინოდ ჩანს ნახატ 2.6.4-ზე.

ლისტინგ 2.6.4.

```
% gompertsis modelis sxvadasxva reJimebi%
k=20; b=0.4; N=27;
N0=0.2;
t=0:0.01:N;
z=k+0*t; y=k/2.7+0*t; y1=k/2+0*t;
N1=k*exp(log(N0/k)*exp(-b*t));
k1=k*N0;
N11=k1./(N0+(k-N0)*exp(-b*t));
plot( t, N1, t, N11,t, y1,':', t, z, ':', t, y, ':', 'LineWidth', 2.5)
title('gompertc - logistic')
xlabel('time')
ylabel('amount of population')
legend('Ngomperts','Nlogistic','K\2','K','K/e',4)
grid on
```



ნახატი 2.6.4. გომპერტისა და ლოგისტიკური მრუდები პოპულაციის ერთიდაიგივე პარამეტრების: გაჯერების, საწყისი, ზრდის სიჩქარისთვის.

როგორც ვხედავთ ლოგისტიკური მრუდი, ეს არის ვერჰულსტის განტოლების ამონახსნის - ფუნქციის გრაფიკი და იგი დადებით მნიშვნელობას იღებს და ზრდადია. სამარსკი, მიხაილოვის განმარტებით ასეთი ამონახსნის გამოყენება სარეკლამო კამპანიის მოდელირებაში არასასურველია, რადგანაც დროის საწყის მომენტში, ვთქვათ ნულზე იგი დადებითია, რაც იმას ნიშნავს, რომ დროის ნულ წერტილში პოტენციალურ კლიენტთა რაოდენობა, რომლებმაც იციან იმ ნივთის შესახებ რომლის რეკლამაც ჯერ არ დაწყებულა არაბუნებრივია. ამიტომაც მათ შემოგვთავაზეს (2.6.1) განტოლება.

სამარსკი-მიხაილოვის (2.6.1), (2.6.6) სარეკლამო კამპანიის მოდელი, კერძოდ (2.6.1) განტოლება დაიყვანება ვერჰიულსტის განტოლებამდე. ვაჩვენოთ ეს.

$$\frac{dN(t)}{dt} = [\alpha + \beta N(t)](N_0 - N(t)) = N_0[\alpha + \beta N(t)] \left(1 - \frac{N(t)}{N_0}\right) \quad (2.6.18)$$

შემოვიტანოთ აღვნიშვნა

$$Y(t) = \alpha + \beta N(t) \quad Y(0) = \alpha + \beta N(0) \quad (2.6.19)$$

საიდანაც

$$N(t) = \frac{Y(t) - \alpha}{\beta} \quad (2.6.20)$$

$$N'(t) = \frac{Y'(t)}{\beta} \quad (2.6.21)$$

გადავწეროთ (2.6.18) (2.6.19)-(2.6.21)-ის გათვალისწინებით

$$\begin{aligned} \frac{Y'(t)}{\beta} &= Y(t) \left( N_0 - \frac{Y(t) - \alpha}{\beta} \right) = N_0 Y(t) \left( 1 - \frac{Y(t) - \alpha}{\beta N_0} \right) = \\ &= N_0 Y(t) \left( 1 + \frac{\alpha}{\beta N_0} - \frac{Y(t)}{\beta N_0} \right) = N_0 Y(t) \left( \frac{\beta N_0 + \alpha}{\beta N_0} - \frac{Y(t)}{\beta N_0} \right) \end{aligned} \quad (2.6.22)$$

$$Y'(t) = N_0 \beta Y(t) \left( \frac{\beta N_0 + \alpha}{\beta N_0} - \frac{Y(t)}{\beta N_0} \right) \quad (2.6.23)$$

$$Y'(t) = N_0 \beta \frac{\beta N_0 + \alpha}{\beta N_0} Y(t) \left( 1 - \frac{Y(t)}{\beta N_0 + \alpha} \right)$$

$$Y'(t) = (\beta N_0 + \alpha) Y(t) \left( 1 - \frac{Y(t)}{\beta N_0 + \alpha} \right) \quad (2.6.24)$$

ამდენად (2.6.24) და (2.6.15) ერთი ტიპისაა

$$\varepsilon = \beta N_0 + \alpha \quad K = \beta N_0 + \alpha \quad (2.6.25)$$

ამიტომაც (2.6.24) -ის ამონახსნია (2.6.16)-ის გათვალისწინებით

$$Y(t) = \frac{(\beta N_0 + \alpha) Y(0) e^{(\beta N_0 + \alpha)t}}{(\beta N_0 + \alpha) - Y(0) (1 - e^{(\beta N_0 + \alpha)t})} \quad (2.6.26)$$

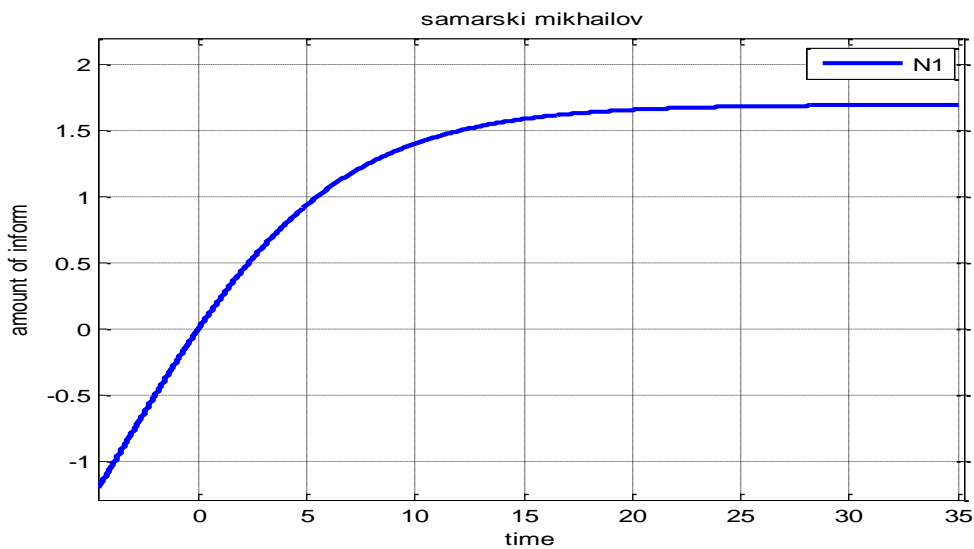
აქედან კი ვღებულობთ (2.6.1), (2.6.6)-ის ამონახსნს

$$\begin{aligned} N(t) &= \frac{(\beta N_0 + \alpha)(\alpha + \beta N(0)) e^{(\beta N_0 + \alpha)t} - \alpha \left( (\beta N_0 + \alpha) - (\alpha + \beta N(0)) (1 - e^{(\beta N_0 + \alpha)t}) \right)}{\beta \left( (\beta N_0 + \alpha) - (\alpha + \beta N(0)) (1 - e^{(\beta N_0 + \alpha)t}) \right)} \\ N(t) &= \frac{(\beta N(0) + \alpha) N_0 e^{(\beta N_0 + \alpha)t} - \alpha (N_0 + N(0))}{\beta (N_0 - N(0)) + (\beta N(0) + \alpha) e^{(\beta N_0 + \alpha)t}} \end{aligned} \quad (2.6.27)$$

როცა  $N(0) = 0$  მაშინ ვლებულობთ ამონახსნს [49]

$$N(t) = \frac{\alpha N_0 [\exp((\alpha + \beta N_0)t) - 1]}{\alpha \exp((\alpha + \beta N_0)t) + \beta N_0} \quad (2.6.28)$$

(2.6.1), (2.6.6)-ის ამონახსნს კონკრეტული მონაცემებისთვის აქვს შემდეგი სახე, იხილეთ ნახატი 2.6.5.



ნახატი 2.6.5. სამარსკი-მიხაილოვის მოდელის ამონახსნი მონაცემებისთვის:

$$\alpha = 0.14, \quad \beta = 0.04, \quad N_0 = 1.7, \quad N(0) = 0$$

(2.6.27). (2.6.28) ამონახსნები როცა  $t \rightarrow \infty$  მაშინ  $N(t) \rightarrow N_0$ -სკენ.

(2.6.1), (2.6.6) მოდელებს მათი ერთ-ერთი ავტორი - მიხაილოვი ა.პ, დროთა განმავლობაში სახელებს უცვლიდა. თავიდან აკადემიკოს სამარსკისთან თანაავტორობით 1997 წელს გამოქვეყნებულ მონოგრაფიაში [48] მოდელს ერქვა სარეკლამო კომპანიის მოდელი, შემდეგ, 2002 წლიდან, მას დაერქვა ინფორმაციული საფრთხის მოდელი [39], 2004 წლიდან - ინფორმაციის გავრცელების მოდელი [38, 49], 2009 წლიდან ინფორმაციული დაპირისპირების მოდელი [35], 2011 წელს - ინფორმაციული ომის მოდელი [40], 2015 წელს - ინფორმაციულის შეტევის და ორთაბრძოლის მოდელი [42, 97].

(2.6.1), (2.6.6) მოდელის ვარიაციით ა.პ. მიხაილოვი და მისი თანაავტორები ემნიან ინფორმაციის გავრცელების სხვადასხვა მოდელებს, ასე მაგალითად მოვიყვანოთ მოდელი ინფორმაციის დავიწყებით

$$\frac{dN(t)}{dt} = [\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t)](N_0 - N(t)) - \gamma N(t) \quad (2.6.29)$$

$$N(t)|_{t=0} = N(0) \quad (2.6.30)$$

სადაც  $\gamma > 0$  პარამეტრი ახასიათებს ინდივიდების მიერ ინფორმაციის დავიწყების ინტენსიობას [42, 97].

ა.პ. მიხაილოვი და მისი თანაავტორების მიერ განხილულია ასევე ინფორმაციული ორთაბრძოლის შემდეგი მოდელი [42, 97]

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = [\alpha_1 + \beta_1 X(t)](N_0 - X(t) - Y(t)) & X(0) = 0 \\ \frac{dY(t)}{dt} = [\alpha_2 + \beta_2 X(t)](N_0 - X(t) - Y(t)) & Y(0) = 0 \end{cases} \quad (2.6.31)$$

(2.6.31) ინფორმაციული ორთაბრძოლის მოდელის თანახმად, სოციუმში  $N_0$  რაოდენობის ინდივიდებით, ვრცელდება ორი სახის ინფორმაცია რომელსაც შესაბამისად პირველი და მეორე წყაროები ავრცელებენ. ეს წყაროები დიამეტრალურად საწინააღმდეგი ინფორმაციებს ავრცელებენ და მათი მიზანია მოიცივან რაც შეიძლება მეტი ინდივიდი საკუთარი ინფორმაციით - გახადონ ისინი თავის ადეპტებად. სრულდება პირობა, რომ ინდივიდმა რომელი წყაროდანაც მიიღო პირველად ინფორმაცია, მისი ადეპტი ხდება და აღარ იცვლის შეხედულებას.  $X(t)$ ,  $Y(t)$  შესაბამისად პირველი და მეორე ინფორმაციის წყაროების ადეპტები არიან დროის  $t$  მომენტში. ითვლება, რომ თუ კი რომელიმე წყაროს ადეპტების რაოდენობა იქნება  $N_0/2$ -ზე მეტი, იგი ხდება ინფორმაციულ დაპირისპირებაში გამარჯვებული.

(2.6.31) ინფორმაციული ორთაბრძოლის მოდელის განზოგადოება, როცა საზოგადოებაში ინფორმაციის გავრცელების სხვადასხვა წყაროა, სულ  $M$ ,  $i = \overline{1, \dots, M}$ , რომელიც შესაბამისად თავისთვის 'სასარგებლო' ინფორმაციას ავრცელებენ, ლებულობს შემდეგ სახეს





$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = x(t)(\alpha + \beta X(t)), & X(0) = 0 \\ \frac{dx(t)}{dt} = (N_0 - X(t) - 2x(t))(\alpha + \beta X(t)), & x(0) = 0 \end{cases} \quad (2.6.35)$$

სადაც  $N_0$  საზოგადოებაში ინდივიდების რაოდენობაა;  $x(t)$ ,  $t$  დროის მომენტისთვის წინააღმდეგობის რაოდენობა;  $X(t)$ ,  $t$  დროის მომენტისთვის ადებტების რაოდენობა.

გავაერთიანოთ (2.6.35), (2.6.33), (2.6.29) მოდელები, ესე იგი ჩავწეროთ მოდელი რომელიც სამ ფაქტორს ითვალისწინებს, როცა ინფორმაციები ვრცელდება: ორჯერადი ზემოქმედებით, სხვადასხვა ქვეჯგუფებში სხვადასხვანაირად, დავიწყებით.

საწყისი პირობა

$$X_1(0) = X_2(0) = Y_1(0) = Y_2(0) = x_1(0) = x_2(0) = y_1(0) = y_2(0) = 0 \quad (2.6.36)$$

სისტემა

$$\begin{cases} \frac{dX_1(t)}{dt} = x_1(t)(\alpha_1 + \beta_1(X_1(t) + X_2(t))) - \gamma_1 X_1(t) \\ \frac{dX_2(t)}{dt} = \beta_1 x_2(t)(X_1(t) + X_2(t)) - \gamma_1 X_2(t) \\ \frac{dY_1(t)}{dt} = y_1(t)(\alpha_2 + \beta_2(Y_1(t) + Y_2(t))) - \gamma_2 Y_1(t) \\ \frac{dY_2(t)}{dt} = \beta_2 y_2(t)(Y_1(t) + Y_2(t)) - \gamma_2 Y_2(t) \\ \frac{dx_1(t)}{dt} = (\alpha_1 + \beta_1(X_1 + X_2))(N_1 - X_1 - Y_1 - 2x_1 - y_1) + \gamma_1 X_1 - \delta_1 x_1 \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = \beta_1(X_1 + X_2)(N_2 - X_2 - Y_2 - 2x_2 - y_2) + \gamma_1 X_2 - \delta_1 x_2 \\ \frac{dy_1(t)}{dt} = (\alpha_2 + \beta_2(Y_1 + Y_2))(N_1 - X_1 - Y_1 - x_1 - 2y_1) + \gamma_2 Y_1 - \delta_2 y_1 \\ \frac{dy_2(t)}{dt} = \beta_2(Y_1 + Y_2)(N_2 - X_2 - Y_2 - x_2 - 2y_2) + \gamma_2 Y_2 - \delta_2 y_2 \end{cases} \quad (2.6.37)$$

ადებტების მოზიდვის ინფორმაციული შეტევისა და ორთაბრძოლის მოდელები ხარისხობრივად გამოკვლეულია ა.პ. მიხაილოვისა და მისი თანაავტორების მიერ, დადგენილია ე.წ. "აჟიოტაჟური" რეჟიმები. შედგენილია კომპიუტერული მოდელები და ჩატარებულია გამოთვლითი ექსპერიმენტები. ინფორმაციული ომის ამ მიმართულე-

ბის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელების დაწვრილებით გაცნობა შესაძლებელია ზემოთაღნიშნულ შრომებში და დამატებით შემდეგ წყაროებში [33, 41] .

### თავი III. ექსტრემალური ამოცანები ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელებში

#### § 3.1. მინიზაციის ამოცანა ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელებში

ინფორმაციული ომის შემოთავაზებული მათემატიკური მოდელების ანალიზმა გამოკვეთა სამშვიდობო აქტივობის პარამეტრის ( $\gamma$ ) და პრევენციის - საწყისი მნიშვნელობის ( $N_{30}$ ) განსაკუთრებული როლი მათემატიკური მოდელების ამოხსნებში. ამ ორი პარამეტრის სათანადო მნიშვნელობების შერჩევას, უმეტეს შემთხვევაში, მიიღწევა ინფორმაციული ომის მიმდინარეობის რადიკალური შემობრუნება, თვით ინფორმაციული ომის დასრულებაც კი. ამდენად ბუნებრივად ისმის კითხვა: რამდენად შესაძლებელია, ამა თუ იმ თვალსაზრისით საუკეთესო  $\gamma$ ,  $N_{30}$  -ს შერჩევით მივაღწიოთ დასახულ მიზანს? კერძოდ,  $\gamma$ ,  $N_{30}$ -ს რა მნიშვნელობებისათვის დასრულდება ინფორმაციული ომი უმცირეს დროში, ან  $\gamma$ ,  $N_{30}$ -ს რა მნიშვნელობებისათვის დასრულდება ინფორმაციული ომი სამშვიდობო აქტიურობაზე მინიმალური ხარჯების გათვალისწინებით? ფაქტიურად ჩვენ საქმე გვაქვს ექსტრემალურ ამოცანებთან ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელებში. ჩამოვყალიბოთ ეს ექსტრემალური ამოცანები ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელების ერთ-ერთი შემთხვევისთვის [54,55,78,79].

განვიხილოთ ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგე მხარის იგნორირების უწყვეტი მათემატიკური მოდელი (1.2.1). საწყისი პირობებით  $N_1(0) = N_{10}$ ,  $N_2(0) = N_{20}$ ,  $N_3(0) = N_{30}$ -(1.2.2), თუ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , და  $(N_{10} = N_{20})$ . ანუ იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები მიიღეს  $N_{30} > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება ანტაგონისტურ მხარეებზე გამოისახება ერთნაირად  $N_1(t) = N_2(t)$ . სრულდება (1.3.1), (1.3.2), (1.3.3). და თუ კი სამართლიანია (1.3.4)

$N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}$ , ანტაგონისტური მხარეები გადიან ნულზე (1.3.8)-ში, ხოლო მესამე (1.3.9)-

ში. ამდენად, თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციები პრევენციის ზომას

(რაოდენობას)  $N_{30}$  შეარჩევნ ისე, რომ სრულდება (1.3.4) პირობა, მაშინ სამივე  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე - ანუ ინფორმაციული ომი სრულდება. დავსვათ სწრაფქმედების ამოცანა.

რა პირობებისთვის მოახერხებს მესამე მხარე ინფორმაციული ომის დასრულებას უმცირეს დროში? ანუ გვაქვს ე.წ.სწრაფქმედების ამოცანა:

$$t^* = f(\gamma, N_{30}) = \frac{1}{\sqrt{D}} \left[ \ln \frac{-2\gamma N_{10} + \lambda_1 N_{30}}{-2\gamma N_{10} + \lambda_2 N_{30}} - \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right] \rightarrow \inf \quad (3.1.1)$$

შეზღუდვებით არგუმენტებზე

$$\frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} < N_{30} \leq M \quad (3.1.2)$$

$$0 < \gamma \leq K \quad (3.1.3)$$

სადაც  $M$ ,  $K$  დადებითი ნამდვილი რიცხვებია. ამდენად მივიღეთ (3.1.1)-(3.1.3) ექს-ტრემალური ამოცანა - ორი ცვლადის ფუნქციის მინიმიზაციის ამოცანა შემოსაზღვრულ არეზე. შესაძლებელია, რომ (3.1.2) შეზღუდვას ემატებოდეს პირობა

$$0 < \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2} < Z \leq N_{30} \leq M \quad (3.1.4)$$

დავსვათ კიდევ ერთი ექსტრემალური ამოცანა. როგორ უნდა შეარჩიოს მესამე მხარემ  $\gamma$  -ს და  $N_{30}$  - ის მნიშვნელობები ანუ შესაბამისად როგორი უნდა იყოს  $N_3(t)$  ფუნქცია, რომ ინფორმაციული ომი დასრულდეს მისთვის მინიმალური დანახარჯებით? ამ შემთხვევაში გვაქვს მინიმალური სამშვიდობო დანახარჯის ამოცანა.

მართლაც, ვთქვათ  $t$  დროის მომენტში ერთი ერთეული ინფორმაციის შექმნისა და გავრცელების ხარჯია  $p(t)$ , მაშინ  $N_3(t)$ -ს გავრცელებაზე დანახარჯი იქნება  $p(t) * N_3(t)$ . სულ კი მესამე მხარის დანახარჯი მშვიდობისმყოფელი ღონისძიებებზე იქნება

$$\int_0^{t^{**}} p(t) N_3(t) dt \quad (3.1.5)$$

მინიმალური სამშვიდობო დანახარჯის ამოცანაში საჭიროა ვიპოვოთ (3.1.5) ფუნქცი-ონალის მინიმუმი.

$$\int_0^{t^{**}} p(t) N_3(t) dt \rightarrow \inf \quad (3.1.6)$$

სადაც  $N_3(t)$  აქვს სახე (1.3.3), ხოლო სამეზნი პარამეტრებია  $\gamma$  და  $N_{30}$ , (3.1.2)-(3.1.4) შეზღუდვებით. განვიხილოთ უფრო დეტალურად სწრაფქმედების ამოცანა (3.1.1)-(3.1.3).

გამოვიკვლიოთ სწრაფქმედების ამოცანის განსაზღვრის არე. რადგანაც  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , მაშინ აქედან გვაქვს ძირითადი შეზღუდვა  $\gamma$ -ზე. კერძოდ,

$$\gamma < \frac{\alpha^2}{8\beta}. \quad (3.1.7)$$

ამდენად (3.1.3) შეზღუდვა გვაძლევს ახალ ინფორმაციას - ახალ არეს  $\gamma$ -სთვის, თუ კი  $K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$ . ამიტომ (3.1.3) და (3.1.7) შეზღუდვები გაერთიანდებიან და გვაქვს

$$0 < \gamma \leq K < \frac{\alpha^2}{8\beta} \quad (3.1.8)$$

ეხლა განვიხილოთ (3.1.2) შეზღუდვის მარცხენა მხარე და გარდავქმნათ იგი.

$$\gamma > \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - N_{30} \right) N_{30} \quad (3.1.9)$$

$N_{30}0\gamma$  საკოორდინატო სიბრტყეზე (3.1.9) უტოლობა გვაძლევს არეს, რომლის ერთი ნაწილი ქვემოდან შემოსაზღვრულია პარაბოლის

$$\gamma = \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - N_{30} \right) N_{30}, \quad (3.1.10)$$

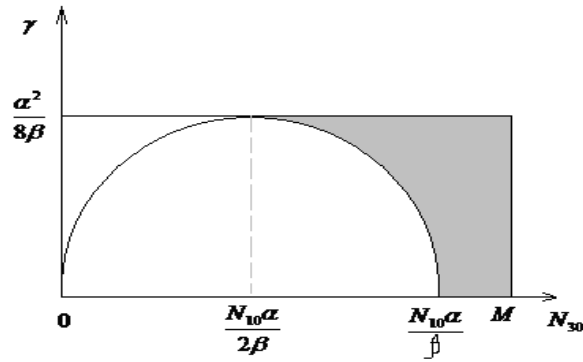
მარჯვენა ტოტით, რომელიც ქვევითაა მიმართული, იგი  $0N_{30}$  აბცისთა ღერძს კვეთს შემდეგ წერტილში:  $\frac{N_{10}\alpha}{\beta}$ , ხოლო  $\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}$  წერტილში იღებს მაქსიმალურ

მნიშვნელობას  $\frac{\alpha^2}{8\beta}$  (ნახატი 1), ხოლო ზემოდან, განსაზღვრის არე შემოსაზღვრულია

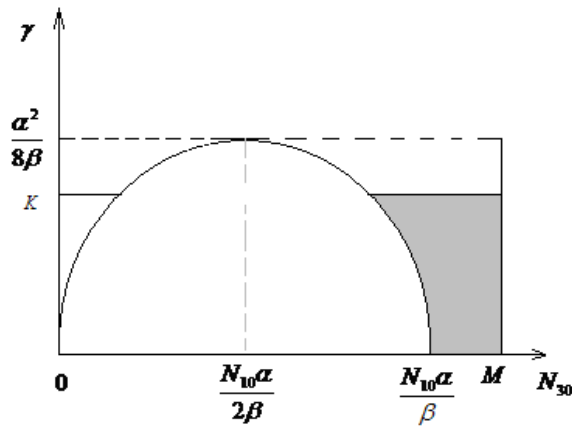
$\gamma = \frac{\alpha^2}{8\beta}$ , წრფის ერთი ნაწილით, როცა  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  (იხ. ნახატი 3.1.1), და წინააღმდეგ

შემთხვევაში შემოსაზღვრულია  $\gamma = K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$  წრფის ერთი ნაწილით (იხ. ნახატი

3.1.2) (პარაბოლის მარჯვენა ტოტის ზემოთ).



ნახატი 3.1.1



ნახატი 3.1.2

ამდენად სწრაფქმედების ამოცანის განსაზღვრის არე ბმულია, თანაც  $N_{30} > \frac{N_{10}\alpha}{2\beta}$ , ანუ უნდა განვიხილოთ განსაზღვრის არე  $N_{30} = \frac{N_{10}\alpha}{\beta}$  ვერტიკალური წრფის მარჯვნივ. თუ  $K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$ , მაშინ ეს არეა ნახაზ 3.1.1-ში გამუქებული ღია სიმრავლეა, ამასთან მასში არ შედიან  $\gamma = K$  წრფის და (3.1.10) პარაბოლის მარჯვენა ტოტის

გადაკვეთის, თვით ამ პარაბოლისა და  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, 0)$  წერტილები. თუ კი ადგილი აქვს  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  -ს, მაშინ განსაზღვრის არეა ნახატი 3.1.2-ში აღნიშნული გამუქებული

სიმრავლე.  $(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, \frac{\alpha^2}{8\beta})$  არ შედის ამ არეში, ამასთან ამ არეში არ შედიან (3.1.10)

პარაბოლის და  $\gamma = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  წრფის წერტილები.

ზემოთ აღნიშნულის გამო, სწრაფქმედების ამოცანა წარმოადგენს მინიმაზაციის ამოცანას, რომელსაც განსაზღვრის არე აქვს ღია ბმული სიმრავლე. გვაქვს შემდეგი ექსტრემალური ამოცანა შეზღუდვით

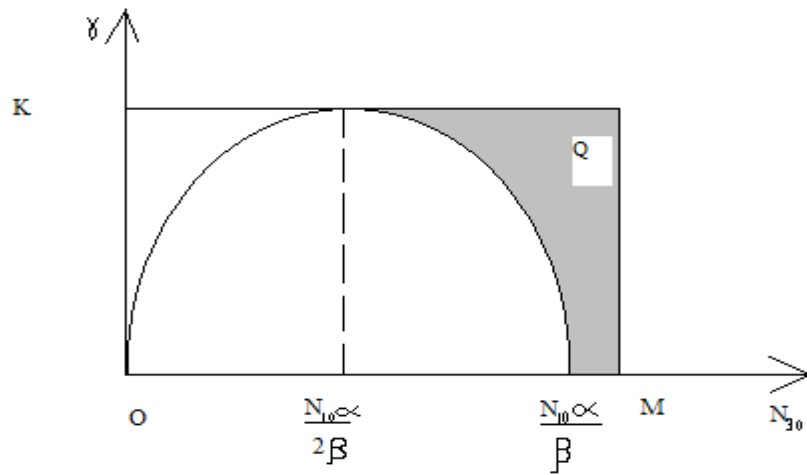
$$f(\gamma, N_{30}) \rightarrow \inf \quad (3.1.11)$$

სადაც

$$(\gamma, N_{30}) \in Q \quad (3.1.12)$$

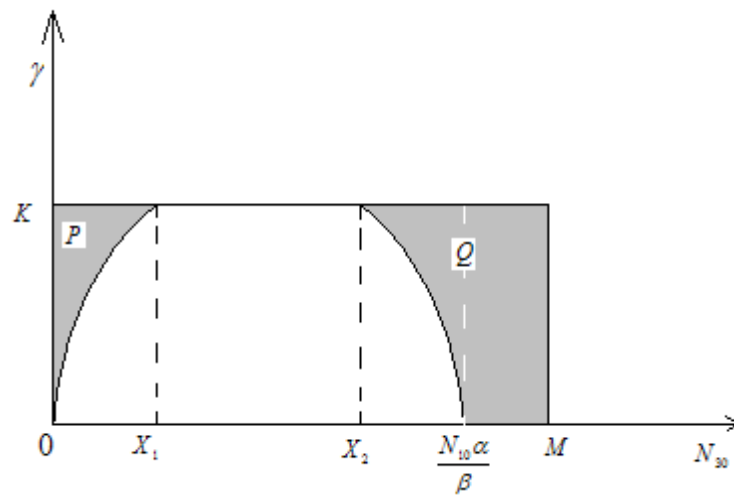
განვიხილოთ ცალ-ცალკე ორი შემთხვევა:  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  და  $K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$ .

A.  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$ , ამ შემთხვევაში Q სიმრავლე ნახაზ 3.1.3-ზე აღნიშნულია გამუქებული არით. Q სიმრავლე ქვემოდან შემოსაზღვრულია (3.1.10) პარაბოლის მარჯვენა ტოტით, ამასთან მასში არ შედის ამ პარაბოლის მარჯვენა ტოტის წერტილები, მათ შორის პარაბოლის სათავე  $(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, \frac{\alpha^2}{8\beta})$  და პარაბოლის გადაკვეთის წერტილი აბცი-სასთან  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, 0)$ , ამ ბოლო წერტილიდან M წერტილამდე აბცისთა ღერძზე  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, M]$  ნახევარმონაკვეთით Q სიმრავლე ასევე შემოსაზღვრულია ქვემოდან, Q-ში ამ ნახევარმონაკვეთის წერტილები შედიან. ზემოდან Q სიმრავლე შემოსაზღვრულია  $\gamma = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  წრფის მონაკვეთით გამავალს  $(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, M)$ -ზე, ამასთან ამ მონაკვეთის წერტილები არ შედის Q სიმრავლეში. მარჯვნიდან Q სიმრავლე შემოსაზღვრულია  $N_{30} = M$  წრფის მონაკვეთით, ამასთან  $(M, 0)$  წერტილი შედის Q სიმრავლეში, ხოლო  $(M, \frac{\alpha^2}{8\beta})$  - არა.



ნახატი 3.1.3

ბ. ვთქვათ, ახლა  $K < \frac{\alpha^2}{8\beta}$ . ამ შემთხვევაში (3.1.11)-(3.1.12) ექსტრემალური ამოცანის შეზღუდვის არე იქნება შემდეგნაირი. Q სიმრავლე ქვემოდან შემოსაზღვრულია (3.1.10) პარაბოლის მარჯვენა ტოტით იხილეთ ნახატი 3.1.4,



ნახატი 3.1.4

ამასთან მასში არ შედის ამ პარაბოლის მარჯვენა ტოტის წერტილები განსაზღვრული  $(0, X_2)$  ღია მონაკვეთის შესაბამისად, სადაც  $X_2$  წარმოადგენს (3.1.10)



პარაბოლისა და  $\gamma = K$  წრფის გადაკვეთის წერტილის აბცისას

$$X_2 = \frac{N_{10}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta K})}{2\beta}, \quad (3.1.13)$$

Q სიმრავლე ასევე შემოსაზღვრულია ქვემოდან, პარაბოლის გადაკვეთის წერტილი-დან აბცისასთან  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, 0)$ -დან M წერტილამდე აბცისათა ღერძზე  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, M]$ ; ნახევარ-მონაკვეთით Q-ში ამ ნახევარმონაკვეთის წერტილები შედიან. ზემოდან Q სიმრავლე შემოსაზღვრულია  $\gamma = K$  წრფის მონაკვეთით განსაზღვრულს  $(X_2, M)$ -ზე, ამასთან ამ მონაკვეთის მარცხენა წერტილი არ შედის Q სიმრავლეში. მარჯვნიდან Q სიმრავლე შემოსაზღვრულია  $N_{30} = M$  წრფის მონაკვეთით,  $(M, 0)$ -დან  $(M, K)$  - მდე. მისი წერტილები შედიან Q სიმრავლეში.

ექსტრემალური ამოცანების ამოხსნის რიცხვითი მეთოდების გამოყენებისთვის ხშირად სასარგებლოა განსაზღვრის არე გარდაიქმნას სხვა, რაიმე თვალსაზრისით, უფრო მოსახერხებელ არედ. შემოვიტანოთ ლემა, რომელიც ამ საკითხში დაგვეხმარება. ვთქვათ გვაქვს ექსტრემალური ამოცანა

$$\begin{cases} f(x) \rightarrow \inf \\ x \in \Omega \subset R^n \end{cases} \quad (3.1.14)$$

სადაც  $f: R^n \rightarrow R^n$ . ავიღოთ რაიმე  $N \subset R^n$  სიმრავლე და მასზე განსაზღვრული ურთიერთ ცალსახა უწყვეტი ასახვა  $g: N \rightarrow \Omega$ ; განვიხილოთ ამოცანა

$$\begin{cases} (f \circ g)(t) \rightarrow \inf \\ t \in N \end{cases} \quad (3.1.15)$$

ლემა 5. თუ (3.1.15)ექსტრემალური ამოცანის ლოკალური მინიმუმის წერტილია  $t^*$ , ან გვაქვს  $\{t_n\}$  მინიმიზირებადი მიმდევრობა; მაშინ ურთიერთ ცალსახა უწყვეტი ასახვისთვის  $g: N \rightarrow \Omega$ ,  $g(t^*) = x^*$  არის (3.1.14) ექსტრემალური ამოცანის ლოკალური მინიმუმის წერტილი, ან შესაბამისად  $\{g(t_n) = x_n\}$  არის მინიმიზირებადი მიმდევრობა; თუ  $t^*$ -ში მიიღწევა მინიმუმი, მაშინ

$$(f \circ g)(t^*) = (f \circ g)^* = f(x^*) = f^* \quad (3.1.16)$$

დამტკიცება. თუ  $t^*$  არის  $f \circ g$  ფუნქციის მინიმუმის წერტილი, ეს ნიშნავს, რომ არსებობს  $t^*$  -ის  $\delta$  მიდამო, რომლისთვისაც სამართლიანია, რომ ყოველი  $t \in \delta$  -თვის სრულდება

$$(f \circ g)(t) \geq (f \circ g)(t^*) \quad (3.1.17)$$

ვანახოთ, რომ  $x^* = g(t^*)$  არის  $f$ -ის მინიმუმის წერტილი. დამტკიცება ვაწარმოოთ საწინააღმდეგოს დაშვებიდან: ვთქვათ გვაქვს  $\{\delta_n\} \rightarrow 0$ ,  $x^*$ -ის მიდამოების მიმდევრობა, და ყოველი  $\delta_n$  განსაზღვრავს  $x^*$ -ის იმ მიდამოს, რომლის ნებისმიერი წერტილისთვის სამართლიანია  $\rho(x, x^*) < \delta_n$ . სადაც  $\rho$  მეტრიკაა  $R^n$ -ში. თუ  $x^*$  არ არის  $f$ -ის მინიმუმის წერტილი, მაშინ არსებობს  $x_n$  წერტილი,  $x_n \in \delta_n$ , რომლისთვისაც  $f(x_n) < f(x^*)$ . ცხადია, რომ  $\{x_n\} \rightarrow x^*$ , ხოლო თუ ავიღებთ  $\{t_n = g^{-1}(x_n)\}$  მიმდევრობას, მაშინ  $g$  ფუნქციის ურ-თიერთცალსახა უწყვეტობიდან გამომდინარე, გვაქვს, რომ  $\{t_n\} \rightarrow t^*$  და ამ მიმდევრობის ყველა წევრი, მოთავსებული  $t^*$ -ის  $\delta$  მიდამოში, აკმაყოფილებს პირობას:

$$f(g(t_n)) < f(g(t^*))$$

რაც ეწინააღმდეგება (3.1.17)-ს. მიღებული წინააღმდეგობა ამტკიცებს ლემის სამართლიანობას. ფუნქციათა უწყვეტობიდან გამომდინარე სამართლიანია (3.1.16). იმ შემთხვევაში, როცა მინიმუმის წერტილი არ მიიღწევა, ე.ი. გვაქვს მინიმიზირებადი მიმდევრობა  $\{t_n\}$ , მაშინ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (f \circ g)(t_n) = (f \circ g)^* = \inf (f \circ g)(t)$$

შევნიშნოთ, რომ  $g$  ფუნქციის ურთიერთცალსახა უწყვეტობიდან გამომდინარე

$$\inf_{t \in N} (f \circ g)(t) = \inf f(g(t)) = \inf f(x) = (f \circ g)^*$$

გვაქვს

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (f \circ g)(t_n) = \lim f(g(t_n)) = \lim f(x_n) = (f \circ g)^*$$

ლემა დამტკიცებულია. განვიხილოთ (3.1.11)-(3.1.12) ამოცანა, როცა  $K = \frac{\alpha^2}{8\beta}$ ,

$$\begin{cases} (f \circ g)(x, y) \rightarrow \inf \\ (x, y) \in \Omega \end{cases} \quad (3.1.18)$$

განვიხილით ორი შემთხვევა:

ა) როცა  $\frac{N_{10}\alpha}{2\beta} < M \leq \frac{N_{10}\alpha}{\beta}$  და გვაქვს A ამოცანა, მაშინ Q სიმრავლეს შევუსაბამოდ

$\Omega \equiv (\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, M) \times (0, \frac{\alpha^2}{8\beta})$  სიმრავლე, სადაც ყოველ  $(x, y) \in \Omega$  -ს შევუსაბამოდ

$$\left( x, \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( \frac{\frac{\alpha^2}{8\beta} - \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x}{\frac{\alpha^2}{8\beta}} \right) \right) \in Q \quad (3.1.19)$$

B ამოცანის შემთხვევაში, Q სიმრავლეს შევუსაბამოდ  $\Omega \equiv (X_2, M) \times (0, K)$  სიმრავლე, სადაც  $X_2$  განისაზღვრება (3.1.13)-დან. შესაბამისობა განესაზღვროთ შემდეგნაირად ყო-ველ  $(x, y) \in \Omega$  -ს შევუსაბამოდ

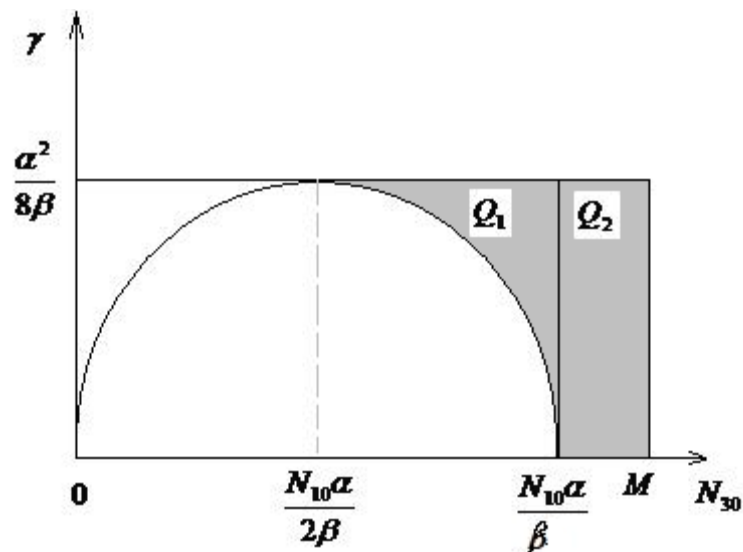
$$\left( x, \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( \frac{K - \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x}{K} \right) \right) \in Q \quad (3.1.20)$$

ცხადია, რომ უნდა სრულდებოდეს  $X_2 = \frac{N_{10}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta K})}{2\beta} < M$ , წინააღმდეგ

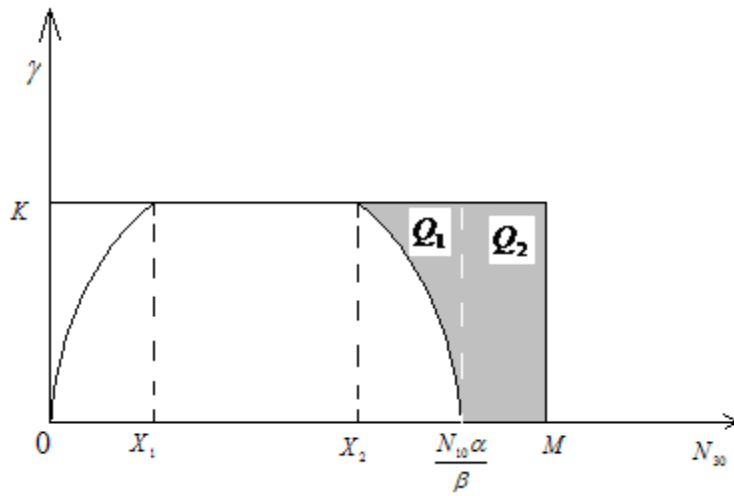
შემთხვევაში არ გვექნება მინიმიზაციის ამოცანა.

ბ) როცა  $\frac{N_{10}\alpha}{\beta} < M$ , მაშინ Q სიმრავლე შეიძლება წარმოვიდგინოთ ორი  $Q_1$  და  $Q_2$

სიმრავლეების გაერთიანებით. იხ. ნახატი 3.1.5 და 4.1.6.



ნახატი 3.1.5



ნახატი 3.1.6

ამდენად, (3.1.20, (3.1.12) ამოცანა ამ შემთხვევაში დაიყვანება ორ ქვეამოცანად, სადაც ერთ შემთხვევაში უნდა გარდავქმნათ  $Q_1$  არე, ხოლო მეორე შემთხვევაში  $Q_2$ -ის გარდაქმნა საჭირო არაა.

1.2. ქვეამოცანა

$$\begin{cases} f(\gamma, N_{30}) \rightarrow \inf \\ (\gamma, N_{30}) \in Q_1 \end{cases} \quad (3.1.30)$$

1.2 ქვეამოცანა

$$\begin{cases} f(\gamma, N_{30}) \rightarrow \inf \\ (\gamma, N_{30}) \in Q_2 \end{cases} \quad (3.1.31)$$

ამოცანაში  $Q_1$  არეს შეიძლება შევუსაბამოთ  $\Omega_1 \equiv \left(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}, \frac{N_{10}\alpha}{\beta}\right) X\left(0, \frac{\alpha^2}{8\beta}\right)$  არე

შემდეგნაირად: ყოველ  $(x, y) \in \Omega_1$  -ს შევუსაბამოდ

$$\left( x, \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \frac{\left( \frac{\alpha^2}{8\beta} - \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right)}{\frac{\alpha^2}{8\beta}} \right) \in Q_1 \quad (3.1.32)$$

$$\left( x, \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right) \in Q_1 \quad (3.1.33)$$

$Q_2$  არე რჩება გარდაქმნის გარეშე, რადგანაც იგი ისედაც მართკუთხედია, მაგრამ და-ვაზუსტოდ მისი საზღვრები: კერძოდ მასში არ შედის  $\gamma = \frac{\alpha^2}{8\beta}$  წრფის წერტილები, წერტილი  $(\frac{N_{10}\alpha}{\beta}, 0)$ . მინიმიზაციის ფუნქციასახალ არეებზე ექნება სახე

$$t^* = f(\gamma, N_{30}) = \frac{1}{\sqrt{D}} \left[ \ln \frac{2\beta N_{30} - (\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}) N_{10}}{2\beta N_{30} - (\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}) N_{10}} \right] = F(x, y) \rightarrow \inf \quad (3.1.34)$$

$$N_{30} = x ; \gamma = \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right) \quad (3.1.35)$$

ხოლო  $\lambda_1, \lambda_2$  გამოითვლება (1.3.)-ით. ჩავსვათ რა  $f(\gamma, N_{30})$  -ში (3.1.35) მივიღებთ  $F(x, y)$  -მინიმიზირებად ფუნქციას.

$$F(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - 8\beta \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right)}} X \left[ \frac{2\beta x - \left( \alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right)} \right) N_{10}}{2\beta x - \left( \alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta \left( \frac{\beta}{2N_{10}^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x + y \left( 1 - \frac{4\beta^2}{N_{10}^2 \alpha^2} \left( \frac{N_{10}\alpha}{\beta} - x \right) x \right) \right)} \right) N_{10}} \right] \quad (3.1.36)$$

განვიხილოთ A ამოცანა კონკრეტული მნიშვნელობებისთვის. კერძოდ  $\alpha = 0,8$ ;  
 $\beta = 0,05$ ;  $N_{10} = 5$ ;  $M = 200$ ;  $\frac{\alpha^2}{8\beta} = 1,6$ ;  $\frac{N_{10}\alpha}{2\beta} = 40$ ; მაშინ  $Q_2$ -ს აქვს სახე  
 $Q_2 = [80 : 200]X(0;1,6)$  და მასზე  $f(\gamma, N_{30})$  ფუნქცია იღებს მნიშვნელობებს იხილე  
 ლოსტინგი 3.1.1., ნახატი 3.1.7, 4.1.8, 4.1.9

ლოსტინგი 3.1.1

%PIRIQIT x da y-is cvlileba miznis f -Si

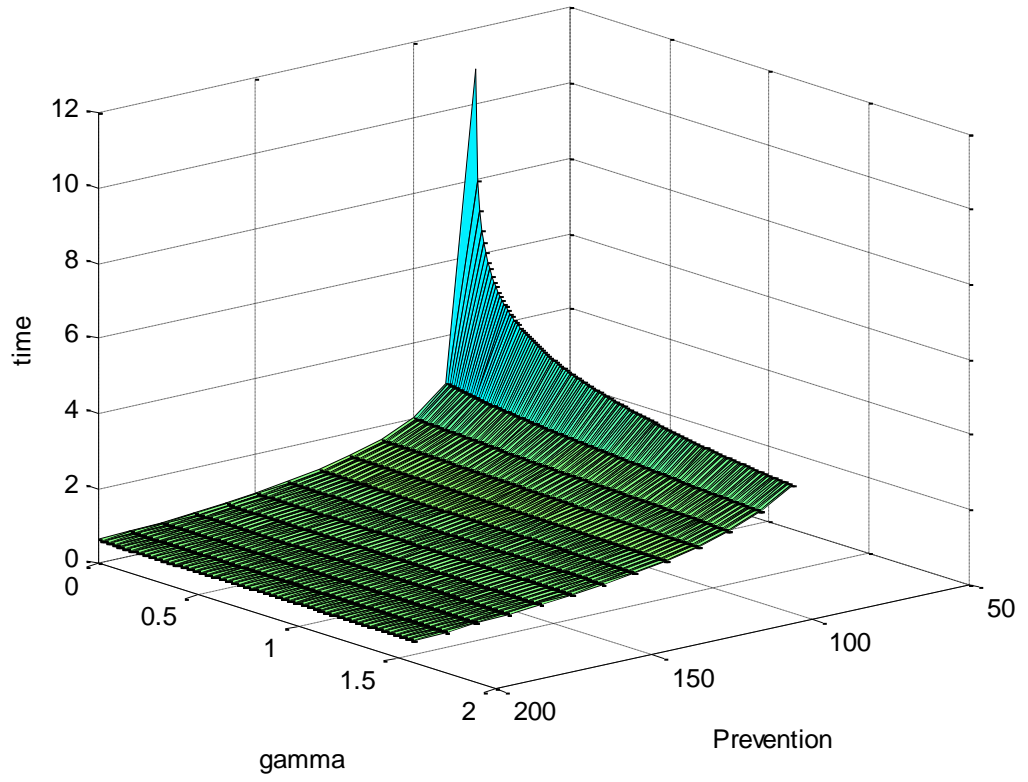
a=0.8;b=0.05;n10=5;

g=0.001;.01:1.599;n=80:10:200;

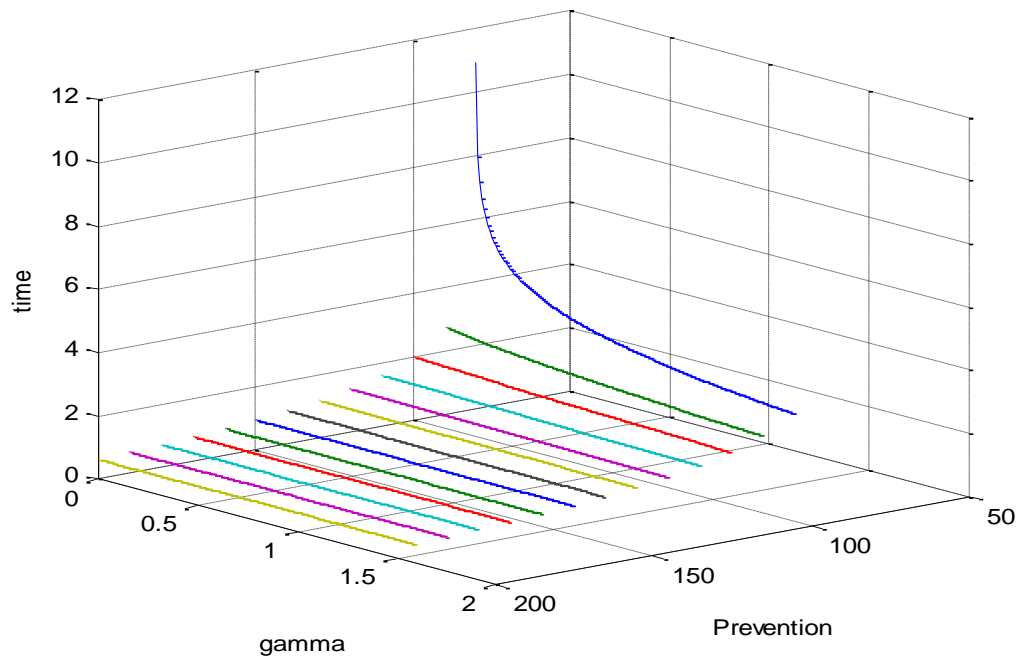
```

d=sqrt(a^2-8*b*g);l1=(a+sqrt(a^2-8*b*g))/2;l2=(a-sqrt(a^2-8*b*g))/2;
[X Y]=meshgrid(n,g);
Z=(1./sqrt(a^2-8*b.*Y)).*log((2*b*X-n10*(a-sqrt(a^2-8*b*Y))...
./(2*b*X-n10*(a+sqrt(a^2-8*b*Y))));
surf1 (X,Y,Z);grid on; view([-220,20]);xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')
zlabel('time')
figure
plot3(X,Y,Z);grid on;view([-220,20]);
xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')
zlabel('time')
figure;hs1=mesh(X,Y,Z);grid on;view([-220,20]);
xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')
zlabel('time')
figure;
[Cmatr,h]=contour(X,Y,Z);
clabel(Cmatr,h)grid on;

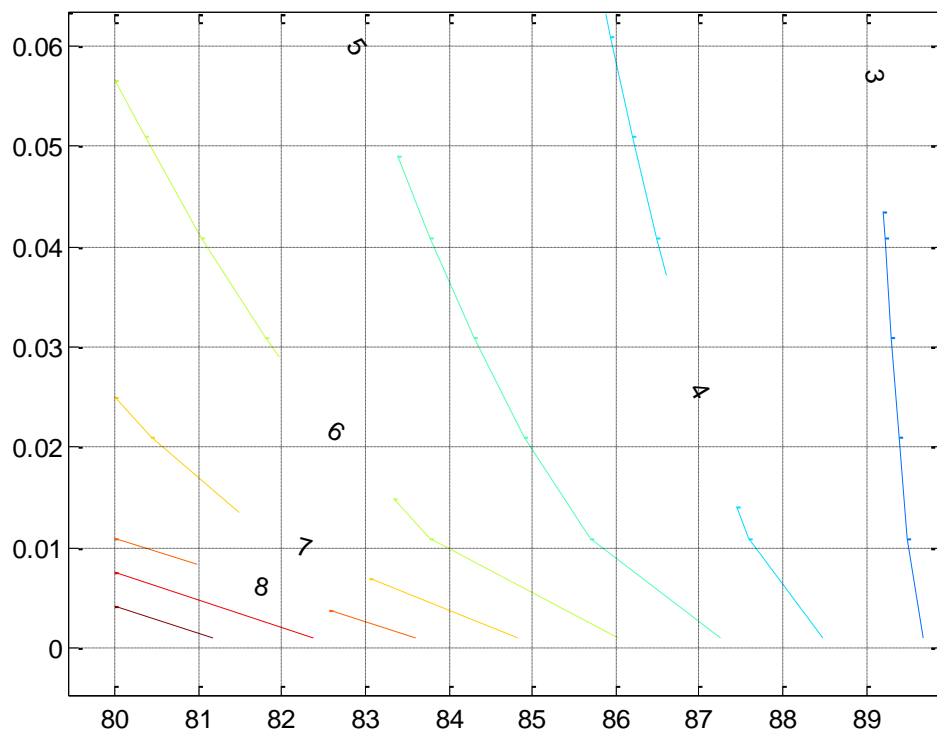
```



ნახატი 3.1.7



ნახატი 3.1.8



ნახატი 3.1.9 დონის წირები  $Q_2$  არეზე

და ფუნქციის შესწავლის საფუძველზე შეიძლება დავასკვნათ, რომ იგი მონოტონურად კლებადია, იცვლება ძირითადად მდორედ, გარდა  $\left(\frac{N_{10}\alpha}{2\beta}; 0\right)$  წერტილის სიახლოვისა, სადაც ის იცვლება მკვეთრად,  $f(\gamma, N_{30})$  იღებს მინიმალურ მნიშვნელობას განსაზღვრის არის მარჯვენა ზედა წერტილ-თან  $\left(M; \frac{\alpha^2}{8\beta}\right)$ , ამდენად მინიმიზირებადი მიმდევრობა მიისწრაფის  $(\gamma_n; (N_{30})_n) \rightarrow \left(M; \frac{\alpha^2}{8\beta}\right)$ -სკენ, და  $f(\gamma, N_{30})$  ფუნქციის ინფიმუმის მიახლოებით მნიშვნელოზად ავიღებთ  $(\gamma_n; (N_{30})_n)$ -ს რომელიმე დიდი  $n$ -სთვის, რომელიც მოგვცემს სასურველ სიზუსტეს. იხილე ლისტინგი 3.1.2.

ლისტინგი 3.1.2

```
%minimumis povna
```

```
x0=[70 1];qv=[80 .001];zd=[200 1.599];
```

```
mnish=fmincon('mizn',[70 1],[,],[,],[,],[40 .001],[200 1.599])
```



```

% Miznis funkcija
function zed=mizn(x)
a=.8;b=0.05;n10=5;
zed=(1/sqrt(a^2-8*b*x(2)))*log((2*b*x(1)-n10*(a-sqrt(a^2-8*b*x(2))))...
/(2*b*x(1)-n10*(a+sqrt(a^2-8*b*x(2))));

```

მინიმუმის წერტილად 0,0126 სიზუსტით, ფუნქციის ვიზუალიზაციდან გამომდინარე, მივიჩნიოთ (1,591;200) სადაც ფუნქცია ღებულობს მინიმუმს 0,6251. მაგრამ უფრო საფუძვლიანი დასკვნისათვის გამოვიყენოთ მინიმუმის რიცხვითი მეთოდები. Matlab-ში არაწრფივი მინიმუმის პროგრამა fmincon -ს გამოყენებით, (იხილეთ ლისტინგი 3.1.2) ვღებულობთ: mnish = 200.0000 1.5990 mizn = 0.6250 flag =1; რაც ნიშნავს, რომ რიცხვითი მეთოდით ნაპოვნი ფუნქციის მინიმუმის მნიშვნელობაა 0,6250 რომელიც მიიღწევა წერტილში (1,5990;200) -ში. ამდენად, მინიმუმის ამოცანა გადაწყვეტილია  $Q_2$  სიმრავლეზე. განვიხილოთ მინიმუმის ამოცანა  $Q_1$  სიმრავლეზე, ხოლო შემდეგ  $P$  სიმრავლეზე. მინიმუმის ეს ამოცანები გადავწყვიტოთ ასევე Matlab-ში არაწრფივი მინიმუმის პროგრამა fmincon -ს გამოყენებით. აქაც ვიზუალურად (იხილეთ ლისტინგი 3.1.3, ნახატი 3.1.10)

ლისტინგი 3.1.3

```

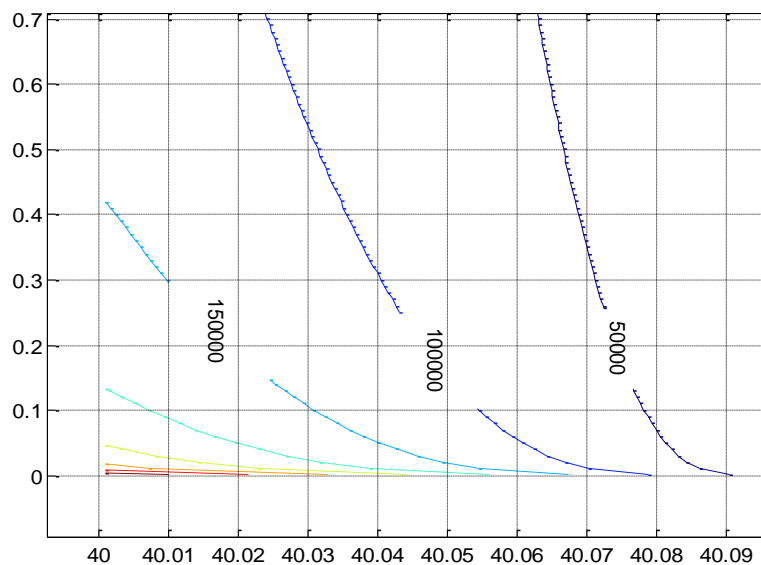
%FUNQCIIS VIZUALIZACIA
a=.8;b=.05;n10=5; u=n10*a/b;u1=4/u^2;u3=b/(2*n10^2);
x=40.001:.1:80;
y=.001:.01:1.599;
[X Y]=meshgrid(x,y);
Z1=(1./sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-X).*X+(1-u1*(u-X).*X).*Y)));
Z2=log((2*b*X-n10*(a-sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-X).*X+(1-u1*(u-X).*X).*Y))))...
./(2*b*X-n10*(a+sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-X).*X+(1-u1*(u-X).*X).*Y))));
Z=Z1.*Z2;
surf(X,Y,Z);grid on; view([-220,20]);xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')

```

```

zlabel('time')
figure
plot3(X,Y,Z);grid on;view([-220,20]);
xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')
zlabel('time')
figure;hs1=mesh(X,Y,Z);grid on;view([-220,20]);
xlabel('Prevention')
ylabel('gamma')
zlabel('time')
figure;
[Cmatr,h]=contour(X,Y,Z);
clabel(Cmatr,h)
grid on;

```



ნახატი 3.1.10 დონის წირები  $Q_1$  არეზე

დონის წირების საშუალებით შეიძლება დავასკვნათ, რომ მინიმალური მნიშვნელობა მიიღწევა  $Q_1$  განსაზღვრის არის ზედა მარჯვენა კუთხეში და მინიმუმის წერტილად მივიჩნიოთ(1,591;79,901) სადაც ფუნქცია ლეზულობს 2,5109 -ს ტოლ მინიმალურ მნიშვნელობას. Matlab-ში არაწრფივი მინიმიზაციის პროგრამა fmincon -ს გამოყენებით,

(იხილეთ ლისტინგი 3.1.4)

ლისტინგი 3.1.4

```
%minimumis povna
```

```
x0=[60 1];qv=[39.999 .001];zd=[79.999 1.599];
```

```
[mnish1,mizn1,flag]=fmincon('mizn1',[70 1],[[],[],[],[]],[39.999 .001],[79.999 1.599])
```

```
%miznis funqcia
```

```
function zed1=mizn1(x)
```

```
a=.8;b=0.05;n10=5;u=n10*a/b;u1=4/u^2;u3=b/(2*n10^2);
```

```
Z1=(1./sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-x(1)).*x(1)+(1-u1*(u-x(1)).*x(1)).*x(2))));
```

```
Z2=log((2*b*x(1)-n10*(a-sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-x(1)).*x(1)+(1-u1*(u-x(1)).*x(1)).*x(2))))...)
```

```
./(2*b*x(1)-n10*(a+sqrt(a^2-8*b*(u3*(u-x(1)).*x(1)+(1-u1*(u-x(1)).*x(1)).*x(2)))));
```

```
zed1=Z1.*Z2;
```

ვღებულობთ  $mnish1 = (79.9990 ; 1.5990)$ ,  $mizn1 = 2.5006$ ;  $flag = 1$ , რაც ნიშნავს, რომ რიცხვითი მეთოდით ნაპოვნი ფუნქციის მინიმუმის მნიშვნელობაა 2,5006; რომელიც მიიღწევა წერტილში (1,5990;79,999) -ში. ამდენად მინიმიზაციის ამოცანა გადაწყვეტილია  $Q_1$  სიმრავლეზე. შევადარებთ, რა  $Q_1$  და  $Q_2$  სიმრავლეებზე მინიმიზაციის ამოცანების ამონახსნებს, ვასკვნით, რომ მინიმალური მნიშვნელობა,  $10^{-4}$  სიზუსტით, ჩვენს კონკრეტულ სწრაფქმედების ამოცანაში, ტოლია 0,6250-სა და მიიღწევა წერტილში (1,5990;200). ეს კი ნიშნავს, იმას რომ, მესამე მხარემ არსებული გამოყოფილი რესურსების (სამშვიდობო აქტიურობის -  $\beta = 1,599$  და პრევენციის  $N_{30}=200$ ) სრული მობილიზაციით შეძლებს ინფორმაციული ომის ჩაცხრობას  $t^* = 0,625$  დროის ერთეულის რაოდენობაში. სხვა რაოდენობის რესურსების გამოყენების შემთხვევაში, რომელთა საშუალებითაც ასევე შესაძლებელია ინფორმაციული ომის ჩაქრობა, ამ შედეგისთვის საჭირო დრო  $t$  იქნება არანაკლები სამშვიდობო სწრაფქმედების  $t^*$  დროზე:  $t \geq t^*$ .

### §3.2. ოპტიმალური მართვის ამოცანა ინფორმაციული ომის მათემატიკურ მოდელში

ინფორმაციული ომის ადრე აგებულ მათემატიკურ მოდელებში მესამე, მშვიდო-

ბისმყოფელი მხარის ჩართულობა ემორჩილება გარკვეულ კანონზომიერებას, რომელიც, ისევე როგორც ანტაგონისტური მხარეების მოქმედება, აღიწერება დიფერენციალური თუ სხვაობიანი თანაფარდობებით (1.1.1), (2.1), ანუ შეიძლება ითქვას, რომ მესამე მხარე მოქმედებს ე.წ. "სამტატო პირობებში". მიუხედავად ამ "სამტატო პირობების" რიგი შეზღუდულობისა, უმეტეს შემთხვევაში სამშვიდობო მხარე ახერხებს ინფორმაციული ომის ჩაქრობას სამშვიდობო აქტიურობის  $\gamma$  პარამეტრისა და პრევენციის - საწყისი მნიშვნელობის  $N_{30}$  შერჩევით. განვიხილოთ შემთხვევა, როცა მესამე, სამშვიდობო მხარის ჩართულობა არ ემორჩილება დიფერენციალური თუ სხვაობიანი თანაფარდობების კანონზომიერებას, მას მინიჭებული აქვს მოქმედების სრული თავისუფლება და მის მიმართ დასმულია ერთადერთი ამოცანა - მოახერხოს ინფორმაციული ომის დასრულება მის მიერ არსებული ყველა რესურსის გამოყენებით. ანუ, ინფორმაციული ომის განსაკუთრებულობის შემთხვევაში, მესამე მხარეს ეძლევა განსაკუთრებული უფლებამოსილება ინფორმაციული ომის ჩასაქრობათ. მოვახდინოთ ამ შემთხვევის აღწერა მათემატიკური მოდელებით და შემდეგ მისი შესწავლა.

ვთქვათ, ინფორმაციულ ომში პირველი და მეორე მხარეები დროის  $t$  მომენტში შესაბამისად ავრცელებენ მაპროვოცირებელ  $x_1(t)$  და  $x_2(t)$  რაოდენობის ინფორმაციას. მესამე მხარე კი დროის  $t$  მომენტში სამშვიდობო მოწოდების ხასიათის მქონე  $u_1(t)$  ინფორმაციის რაოდენობით მიმართავს პირველ მხარეს და შესაბამისად  $u_2(t)$  ინფორმაციის რაოდენობით - მეორე მხარეს. დროის ყოველი  $t$  მომენტში მესამე მხარის მოწოდებები იმ რესურსით არიან შეზღუდულები, რომელიც გააჩნია მესამე მხარეს, ანუ  $(u_1(t), u_2(t)) \in U$ , სადაც  $U \subset R^2$  სიმრავლე წარმოადგენს შეზღუდვას მესამე მხარისთვის, და ვთქვათ ის ამოზნექილი მრავალკუთხედიანია. დავუშვათ, პირველი მხარის მიერ ინფორმაციის გავრცელების სისწრაფე პროპორციულია და წრფივად დადამოკიდებული მისი, მეორე და მესამე მხარეების მიერ გავრცელებულ ინფორმაციის რაოდენობაზე. ასევე, მეორე მხარის მიერ ინფორმაციის გავრცელების სისწრაფე პროპორციულია და წრფივად დადამოკიდებული მისი, პირველი და მესამე მხარის მიერ გავრცელებულ ინფორმაციის რაოდენობაზე. ამდენად მივიღებთ ინფორმაციული ომის თავისუფალი მესამე მხარის ზოგად წრფივ მათემატიკური მოდელს:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) - b_1u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) - b_2u_2(t) \end{cases} \quad (3.2.1)$$

ამასთან

$$x_1(0) = x_{10}; x_2(0) = x_{20} \quad (3.2.2)$$

სადაც  $a_{ij} \geq 0$  (თუ ორივე აგრესორია),  $b_i > 0$ ,  $i, j = 1, 2$ ; თუ კი ავლიმწავთ  $x_0 = (x_{10}, x_{20})$ , ხოლო  $O = (0, 0)$  - კოორდინატთა სათავეა  $0x_1x_2$  სიბრტყეზე, მაშინ შეგვიძლია ჩამოვყალიბოთ ინფორმაციული ომის თავისუფალი მესამე მხარის ზოგადი წრფივი მათემატიკური მოდელის მართვის ამოცანა: შევარჩიოთ მესამე მხარის  $u(t) = (u_1(t), u_2(t))^T \in U$  უბან-უბან უწყვეტი ფუნქცია, ისეთი, რომელიც ინფორმაციულ ომს, რომელიც  $t=0$  დროში ხასიათდება პირველი და მეორე მხარეების მიერ გავრცელებული  $x_0 = (x_{10}, x_{20})$  ინფორმაციის რაოდენობით და პროცესი იცვლება (3.2.1) პირობებში, გადაიყვანს დროის რომელიღაც  $t^*$  მომენტში  $O = (0, 0)$  მდგომარეობაში. ანუ  $t^*$  დროის მომენტში პირველი და მეორე მხარეები ასრულებენ ინფორმაციულ ომს:  $x_1(t^*) = 0$  და  $x_2(t^*) = 0$ . ვთქვათ,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -b_1 & -0 \\ -0 & -b_2 \end{pmatrix} \quad x(t) = (x_1(t), x_2(t))^T \quad (3.2.3)$$

მაშინ (3.2.1), (3.2.2) ჩაიწერება ვექტორული სახით

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.2.4)$$

სადაც  $x(t_0) = x_0 \quad (3.2.5)$

ვითყვი, რომ თუ  $u(t) \in U$ , ის დასაშვები მართვაა. თუ კი არსებობს დასაშვები მართვა, რომელიც ინფორმაციულ ომს (3.2.5) მდგომარეობიდან რომელიღაც  $t^*$  მომენტში გადაიყვანს  $O = (0, 0)$  მდგომარეობაში (3.2.4) -ის გათვალისწინებით, მაშინ ამბობენ, რომ  $O = (0, 0)$  მდგომარეობა მიღწევადია  $x(t_0) = x_0$  მდგომარეობიდან, ხოლო  $x_0$  არის მართვადი მდგომარეობა. თუ ნებისმიერი  $x_0$  მდგომარეობა  $t_0$  მომენტში არის მართვადი, მაშინ სისტემას  $t_0$  მომენტისთვის ეწოდება მართვადი, ხოლო თუ კი ეს პირობა სრულდება ყოველი  $t_0$  მომენტისთვის, მაშინ სისტემას ეწოდება სრულად მართვადი. თუ კი ინფორმაციული ომის მოცემული ავტონომიური უწყვეტი დინა-

მიური სისტემისთვის - (3.2.4), (3.2.5) არსებობს ერთი მაინც დასაშვები მართვა, მაშინ ეს აღნიშნავს სისტემის მართვადობას. (3.2.4),(3.2.5) სისტემის მართვადობისთვის აუცილებელი და საკმარისი პირობაა რომ, C მატრიცის რანგი იყოს ორის ტოლი [19,20,21,22]  $\text{rank}C=2$ , სადაც

$$C = [B, AB] \quad (3.2.6)$$

(3.2.6)-ში C მატრიცა აიგება შემდეგნაირად, მარცხნიდან მარჯვნივ B მატრიცას ემატება A და B მატრიცების ნამრავლი. ჩვენს შემთხვევაში

$$C = \begin{pmatrix} -b_1 & -0 & -a_{11}b_1 & -a_{12}b_2 \\ -0 & -b_2 & -a_{21}b_1 & -a_{22}b_2 \end{pmatrix} \quad (3.2.7)$$

იმისათვის, რომ  $\text{rank}C=2$ , ანუ, უწყვეტ დინამიურ სისტემის (3.2.4).(3.2.5)-სთვის არსებობს ერთი მაინც დასაშვები მართვა, აუცილებელი და საკმარისია, რომ C -ში იყოს ორი მაინც წრფივად დამოუკიდებელი სვეტი. ეს მიიღწევა მაშინ, როცა სრულდება ერთი მაინც ქვემოთ ჩამოთვლილი პირობებისგან:

$$\begin{cases} \vee (b_1 \neq 0 \wedge b_2 \neq 0) & \vee \left( 1 \neq \frac{a_{11}a_{22}}{a_{21}a_{12}} \right) & \vee (a_{21}b_1 \neq 0) \\ \vee (a_{22}b_1b_2 \neq 0) & \vee (a_{11}b_1b_2 \neq 0) & \vee (a_{12}b_2 \neq 0) \end{cases} \quad (3.2.8)$$

ვთქვათ ყოველი დასაშვები მართვისთვის  $u(t)$ , გვაქვს შესაბამისი T დროის მნიშვნე-ლობა, რომლისათვისაც  $x(T)=0$ , ანუ ეს არის ინფორმაციული ომის დასრულების დრო ამ კონკრეტული მართვისთვის. თუ კი დავსვამთ საკითხს, თუ რომელია ის  $u(t)$  მართვა, რომლისათვისაც რომელიმე მიზნის ფუნქცია ხდება მინიმალური, მაგალითად

$$\int_{t_0}^T f_0(x, \dot{x}, u) dt \rightarrow \inf \quad (3.2.9)$$

მაშინ საქმე გვაქვს ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის ოპტიმალური მართვის ამოცანასთან (3.2.9),(3.2.4),(3.2.5). თუ კი ჩავთვლით (3.2.9)-ში, რომ  $f_0 \equiv 1$  მაშინ ვღებულობთ ოპტიმალური სწრაფქმედების ამოცანას. თუ კი  $f_0$  გამოსახავს დანახარჯის რაოდენობას  $u(t)$  სამშვიდობო აქტიურობის წარმართვისას დროის t მომენტში, მაშინ გვექნება სამშვიდობო საქმიანობისათვის დანახარჯების ოპტიმალური მართვის ამოცანა. განვიხილით ოპტიმალური სწრაფქმედების ამოცანა

$$(T - t_0) \rightarrow \inf \quad (3.2.10)$$

(3.2.4) დინამიური სისტემის, (3.2.5) და

$$x(T) = 0 \quad (3.2.11)$$

სასაზღვრო პირობებისთვის. (3.2.10), (3.2.4), (3.2.5) და (3.2.11) ოპტიმალური მართვის ამოცანა გამოკვეთილია აკად. რ. გამყრელიძის წრფივი დეტერმინირებული დინამიური სისტემების ოპტიმალური მართვის ამოცანების თეორიის საშუალებით [19,20,22, 32,42]. ამ თეორიაში მნიშვნელოვანი ადგილი უკავია აკად. ლ. პონტრიაგინის მაქსიმუმის პრინციპს. ვთქვათ

$$H(\psi, x, u) = \psi_1(a_{11}x_1 + a_{12}x_2 - b_1u_1) + \psi_2(a_{21}x_1 + a_{22}x_2 - b_2u_2) \quad (3.2.12)$$

სადაც  $\psi = (\psi_1, \psi_2)$ . (3.2.12) ჰამილტონიანის საშუალებით შევქმნათ დამხმარე - შეუღლებული სისტემა შემდეგი სახით:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_1(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_1} = -(a_{11}\psi_1 + a_{21}\psi_2) \\ \frac{d\psi_2(t)}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -(a_{12}\psi_1 + a_{22}\psi_2) \end{cases} \quad (3.2.13)$$

(3.2.13) ჩავწეროთ მატრიცული სახით, იმის გათვალისწინებით, რომ  $A'$  წარმოადგენს  $A$  მატრიცის ტრანსპონირებულ მატრიცას:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A'\psi \quad (3.2.14)$$

ვთქვათ

$$P(\psi(t)) = \max_{u \in U} (-b_1\psi_1u_1 - b_2\psi_2u_2) \quad (3.2.15)$$

მაქსიმუმის პრინციპის თანახმად  $u'(t) = (u_1'(t), u_2'(t))$  არის ოპტიმალური მართვა,

თუ კი სრულდება ტოლობა :

$$P(\psi(t)) = (-b_1\psi_1u_1^*(t) - b_2\psi_2u_2^*(t)) \quad (3.2.16)$$

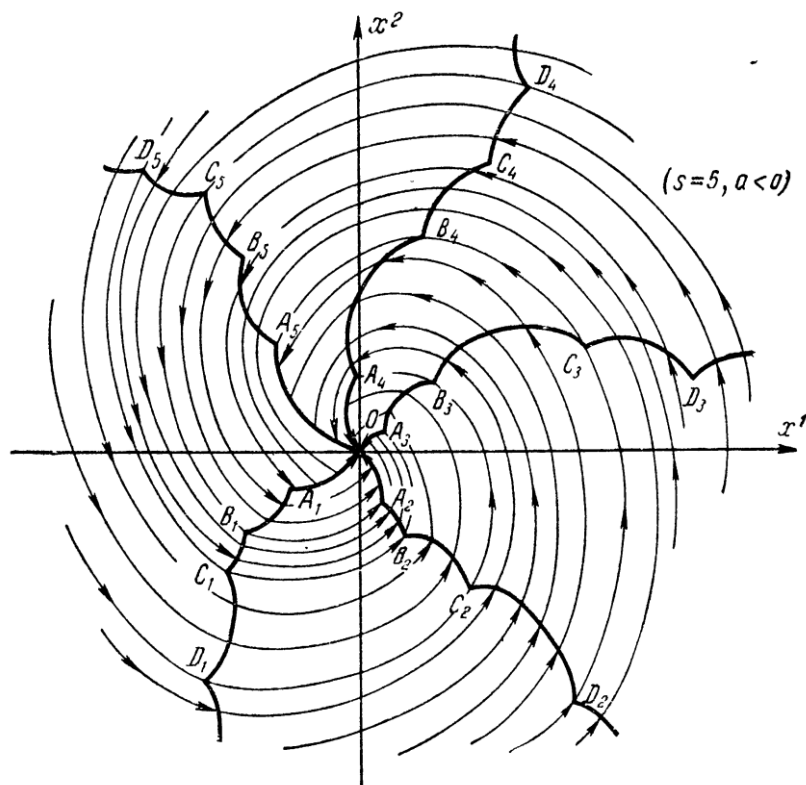
ამდენად (3.2.14) -ის არატრივიალური ამონახსნისთვის თანაფარდობა (3.2.15) ცალსახად განსაზღვრავს  $u^*(t) = (u_1^*(t), u_2^*(t))$  ოპტიმალურ მართვას, და მას სისტემა, რომელიც აღიწერება (3.2.4)-(3.2.5) თანაფარდობებით გადაჰყავს  $x_0$  მდგომარეობიდან  $t_0$  მო-მენტში  $x(T)=0$  მდგომარეობაში  $T$  მომენტში, თანაც  $T-t_0$  დრო არის უმცირესი. (3.2.1) გადავწეროთ შემდეგი სახით

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + v_1 \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + v_2 \end{cases} \quad (3.2.17)$$

სადაც შემოტანილია ახალი მართვა  $v_1 = -b_1u_1(t)$ ;  $v_2 = -b_2u_2(t)$

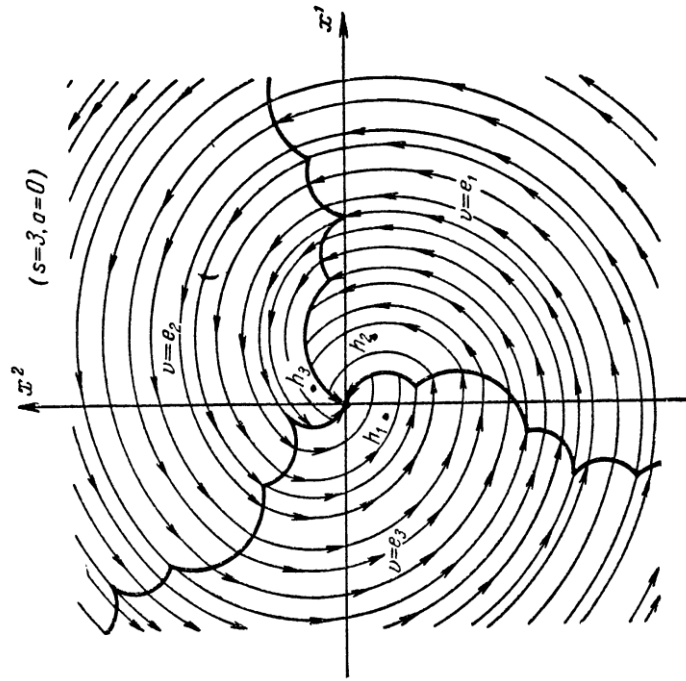
(3.2.17) სისტემისათვის სინთეზის ამოცანის გადაწყვეტისას დგინდება [19, 32,42] , თუ რა შემთხვევაში შეიძლება ამა თუ იმ საწყისი მდგომარეობიდან კოორდინატთა სათავეში მოხვედრა. ანუ საუბარია სისტემის მართვადობაზე. არსებითია ამ თვალსაზრისით  $A$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობები. ჯერ განვიხილოთ ის შემთხვევები, როცა გვაქვს ნულისგან და ერთმანეთისგან განსხვავებული საკუთრივი მნიშვნელობები.

თუ  $A$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობები კომპლექსური რიცხვებია  $a \pm bi$ , მაშინ  $a < 0$  და  $a = 0$ -სთვის ოპტიმალური სინთეზი შესაძლებელია მთელი სიბრტყისთვის (იხილე ნახატი 3.2.1, 3.2.2.);



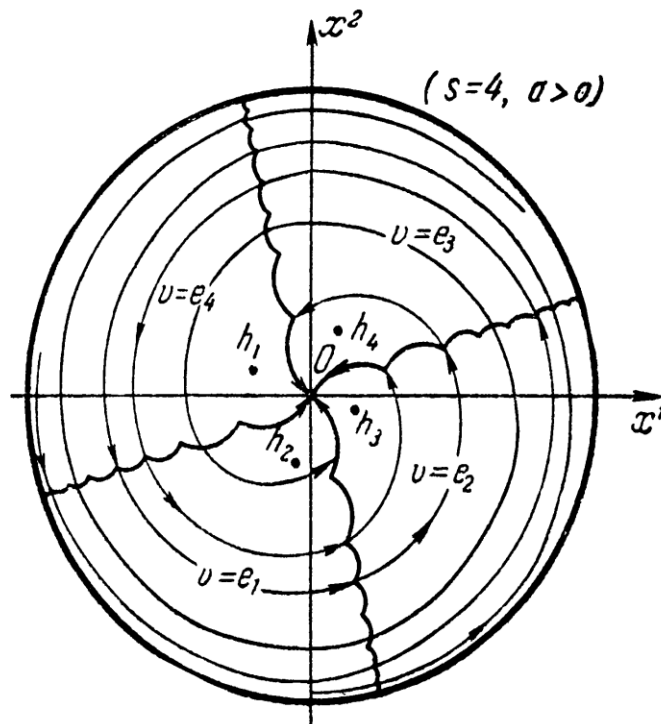
ნახატი 3.2.1. კომპლექსური საკუთრივი მნიშვნელობები, უარყოფითი ნამდვილი ნაწილით, დასაშვები მართვა ხუთკუთხედიდან - პენტაგონიდან.





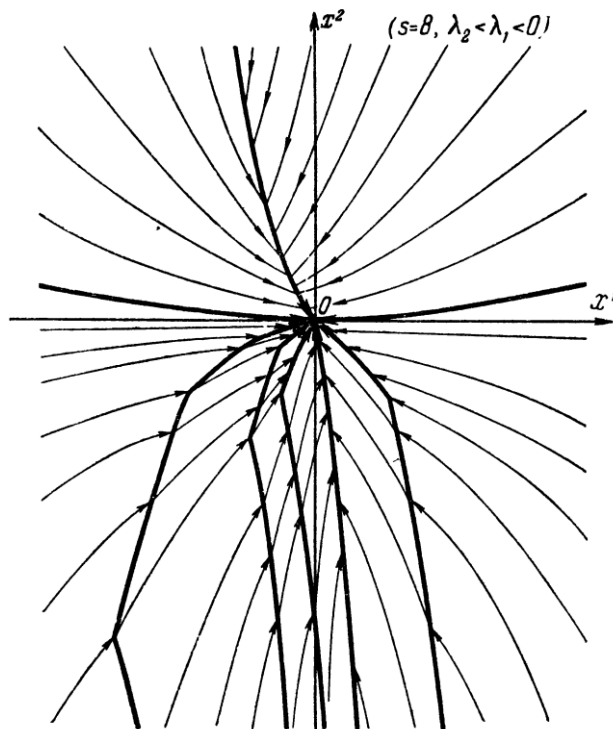
ნახატი 3.2.2. კომპლექსური საკუთრივი მნიშვნელობები, ნამდვილი ნაწილით  
 ნულის ტოლია, დასაშვები მართვა სამკუთხედიდან.

მაგრამ უკვე საკუთრივი მნიშვნელობების ნამდვილი ნაწილის დადებითობის შემთხვევაში  $a > 0$ , სიბრტყეზე არსებობს წერტილები (საწყისი მნიშვნელობები), რომლისთვისაც სისტემა არ არის მართვადი, იხილე ნახატი 3.2.3. ხოლო ის წერტილები, რომლისთვისაც სისტემა არის მართვადი, ეკუთვნიან სიბრტყის ამოზნექილ შემოსაზღვრულ ქვესიბრტყელს.



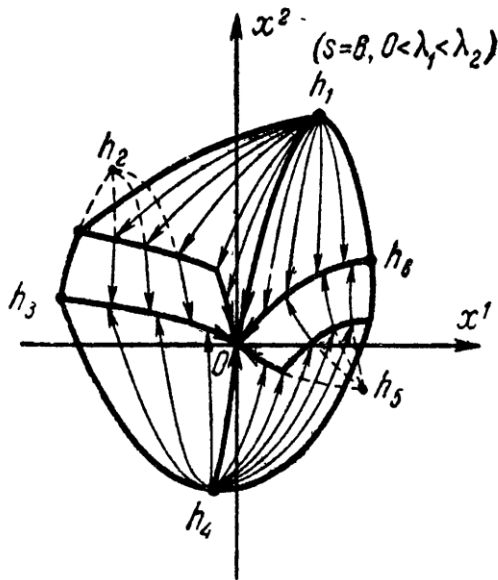
**ნახატი 3.2.3. კომპლექსური საკუთრივი მნიშვნელობები, ნამდვილი ნაწილი დადებითია, დასაშვები მართვა ოთხკუთხედიდან.**

ვთქვათ, ახლა  $A$  მატრიცის საკუთრივი მნიშვნელობები ნამდვილი რიცხვებია -  $\lambda_1, \lambda_2$ , თუ  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$  მაშინ ოპტიმალური სინთეზის ამოცანა შესაძლებელია გადაწყდეს მთელი სიბრტყისთვის (იხილეთ ნახატი 3.2.4).

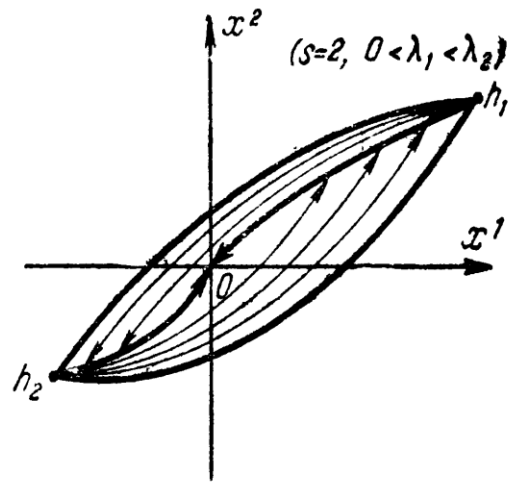


**ნახატი 3.2.4. ნამდვილი უარყოფითი საკუთრივი მნიშვნელობები, დასაშვები მართვა რვაკუთხედიდან, მართვადობა - მთელი სიბრტყე.**

თუ  $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ , მაშინ ოპტიმალური სინთეზის ამოცანა შესაძლებელია გადაწყდეს სიბრტყის ამოზნექილი და შემოსაზღვრული ქვესიმრავლისთვის (იხილეთ ნახატი 3.2.5, 3.2.6).



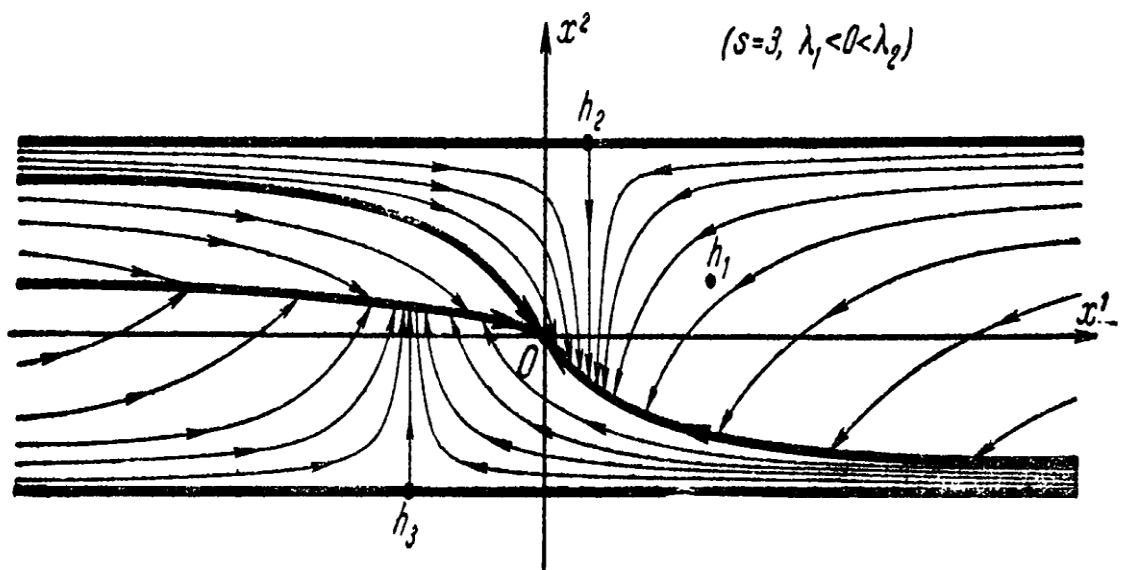
ნახატი 3.2.5 .



ნახატი 3.2.6 . ნამდვილი დადებითი

საკუთრივი მნიშვნელობები, დასაშვები მართვა ექვსკუთხედი და მონაკვეთი, მართვადობა - სიბრტყის შემოსაზღვრული ამოზნექილი ქვესიმრავლე.

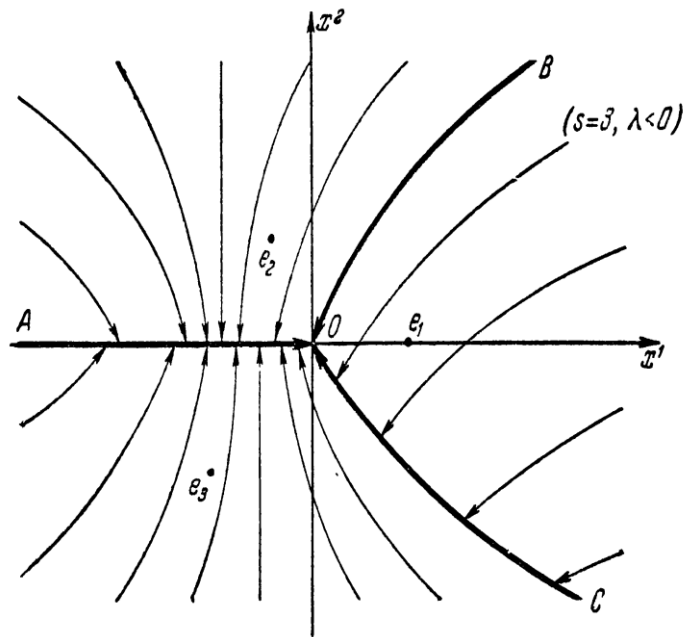
თუ  $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$ , საკუთრივ მნიშვნელობებს სხვადასხვა ნიშანი აქვთ, მაშინ ოპტი-  
მალური სინთეზი შესაძლებელია გადაწყდეს სიბრტყის ამოზნექილ ქვესიმრავლე-  
ზოლზე. იხილეთ ნახატი 3.2.7. ვთქვათ საკუთრივი მნიშვნელობები შეიძლება იყვნენ  
ნულის ან ერთმანეთის ტოლი. დავუშვათ, ნულის ტოლია ერთი საკუთრივი მნიშვნე-  
ლობა.



ნახატი 3.2.7. ნამდვილი სხვადასხვა ნიშნის საკუთრივი მნიშვნელობები, დასაშვები მართვა სამკუთხედი, მართვადობა - სიბრტყის შემოსაზღვრული ამოზნექილი

ქვესიმრავლე - ზოლი, შემოსაზღვრული უკიდურეს წვეროებზე გამავალი აბცისთა ღერძის მიმართ პარალელური წრფეებით.

იხილე ნახატი 3.2.8.



ნახატი 3.2.8. ერთ-ერთი საკუთრივი მნიშვნელობა ნულის ტოლია, სისტემა სრულად მართვადია.

განვიხილოთ დარჩენილი შემთხვევა, როცა საკუთრივი მნიშვნელობები ერთმანეთის ტოლია  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ , მაშინ (3.2.17) სისტემის  $A$  მატრიცა ცვლადების წრფივი გარდაქმნის შემდეგ შეიძლება დაყვანილ იქნეს ერთ-ერთ, შემდეგი სახის მატრიცამდე

$$A_1 = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

$A_2$  მატრიცისთვის შესაბამისი ოპტიმალური მართვის ამოცანის (3.2.17) -სთვის, ოპტიმალური სინთეზის ამოცანა გადაწყდება მთელი სიბრტყისათვის ანუ სისტემა სრულად მართვადია, მაშინ როცა  $A_1$  -სთვის ეს ასე არაა. მართლაც  $A_1$ -სთვის რ. გამყრე-ლიძის თეორიის თანახმად არ სრულდება ოპტიმალური მართვის არსებობისა და აუცილებლობისათვის ერთ-ერთი ძირითადი პირობა - მდგომარეობის ზოგადობის პირობა, კერძოდ დასაშვები მართვის (ამოზნექილი მრავალკუთხედის) ნებისმიერი გვერდის პარალელური  $w$  ვექტორისთვის,  $Bw$  ვექტორი არ უნდა იყოს

$A_1$  ოპერატორის მიმართ ინვარიანტული ქვესივრცის ელემენტი.  $A_1$  მარტივის შემთხვევაში კი ნებისმიერი წრფე, რომელიც კოორდინატთა სათავეზე გადის ინვარიანტული ქვესივრცეა, ხოლო

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

მაგრამ ოპტიმალური მართვის ამოცანა  $A_1$  მატრიცით მიიღება ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის შემთხვევაში, კერძოდ (3.1.1) -(3.1.2) ამოცანას ფორმულირებულს ოპტიმალური მართვის ამოცანის სახით გვექნება:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = \alpha x_1(t) - \beta u_1(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} = \alpha x_2(t) - \beta u_2(t) \end{cases}$$

სადაც  $\alpha$  - მხარეების აგრესიულობის პარამეტრია, ხოლო  $\beta$  - სამშვიდობო მზადყოფნის. ამ შემთხვევაში

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} -\beta & 0 \\ 0 & -\beta \end{pmatrix}$$

მაგრამ მაქსიმუმის პრინციპი ამ შემთხვევაში არ გამოიყენება, მაშინ როცა 3.1. პარაგრაფში გადაწყვეტილია ანალოგიური სწრაფქმედების ამოცანა, სადაც დინამიური პროცესი - ინფორმაციული ომი აღიწერება ორიგინალური მათემატიკური მოდელით - (1.2.1). ამდენად, შეიძლება ითქვას, რომ § 1.2, 3.1 და 3.2 შემოთავაზებული მიდგომები ერთმანეთს ავსებენ. ერთ-ერთ მიზეზად იმისა, რომ ოპტიმალური მართვის სახით ჩამოყალიბებულმა ინფორმაციული ომის მათემატიკურმა მოდელმა ზოგ შემთხვევაში შედეგი არ მოგვცა, მაშინ როცა §1.2 შემოთავაზებული მოდელის ანალიზმა საინტერესო შედეგები გამოიღო და რაც მის ეფექტურობაზე მიუთითებს, არის ის რომ ოპტიმალური მართვის ამოცანის შემთხვევაში საბოლოო მდგომარეობა ფაზური სივრცის სათავეში - (0,0)-ში, მიიღწევა  $t^*$  დროის მომენტში, რაც ნიშნავს იმას, რომ პირველი და მეორე მხარეები ასრულებენ ინფორმაციულ ომს ერთდროულად:  $x_1(t^*) = 0$  და  $x_2(t^*) = 0$ . მაშინ როცა მეორე შემთხვევაში, ასეთი მკაცრი მოთხოვნა არ არის და ანტაგონისტურ მხარეს ინფორმაციული ომის შეწყვეტა შეუძლიათ

დროის სხვადასხვა მომენტში:  $N_1(t_1^*) = 0$  ,  $N_2(t_2^*) = 0$  .

### § 3.3. ინფორმაციული ომის ოპტიმალური მართვის ჩილკერის ტიპის ამოცანა.

განვიხილოთ ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სიტემისთვის ჩილკერის ტიპის ამოცანა, რომელიც ინფორმაციული ომის მოდელირებისას მიიღება და მოცემულია §2.5-ის (2.5.5),(2.5.6), (2.5.10) -ის სახით. მოვიყვანოთ ისინი ამ პარაგრაფში:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta_1 z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta_2 z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = \gamma(x(t) + y(t)) \left(1 - \frac{z(t)}{I_3}\right) \end{cases} \quad (3.3.1)$$

$$0 < x(0) = x_0 \leq I_1, \quad 0 < y(0) = y_0 \leq I_2, \quad 0 \leq z(0) = z_0 \leq I_3 \quad (3.3.2)$$

$$x(t^*) = 0, \quad y(t^{**}) = 0 \quad (3.3.3)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა  $p = (t, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma, x_0, y_0, z_0, I_1, I_2, I_3)$  მაშინ, (3.2.1) – (3.3.3)

ჩილკერის ამოცანის ამოხსნა იქნება

$$x(p), \quad y(p), \quad z(p) \quad (3.3.4)$$

შევხედოთ ჩილკერის ამოცანას, როგორც მართვის ამოცანას. მართლაც, თუ კი (3.3.1) განტოლებათა სისტემით აღიწერება ინფორმაციული ომის პროცესი - ანუ რომელი მახრე რა რაოდენობის ინფორმაციას ავრცელებს, მაშინ ჩილკერის ამოცანის ამოხსნა ნიშნავს ინფორმაციული ომის პროცესის კონკრეტული მდგომარეობიდან, ანუ საწყისი მნიშვნელობებიდან (3.3.2) გადაყვანა ინფორმაციული ომის პროცესის ახალ (3.3.3) მდგომარეობაში. ამდენად საჭიროა ინფორმაციული პროცესის მართვა. ამისთვის კი სამართავი პარამეტრების დადგენაა საჭირო. რადგანაც (3.3.4) ამოხსნებს არგუმენტად აქვს  $p$  მაშინ, მასში შევარჩიოთ ის მაჩვენებელი, რომლის ცვლილებას შესაძლებელია მმართველი სუბიექტის მიერ და შესაბამისად ინფორმაციული ომის პროცესის მთლიანი მართვა. თუ მმართველ სუბიექტად ავირჩევთ მესამე - მშვიდობისმყოფელ მხარეს, მას შეუძლია მოახდინოს ზემოქმედება არგუმენტებზე:  $z_0$  იმ საწყისი მნიშვნელობაზე, ანუ როგორი პრევენციით ერთვება ის ინფორმაციულ ომში;

$\gamma_3$  -ს ამშვიდობო აქტიობა, თუ როგორი ინტენსიობით აწარმოებს ინფორმაციების გავრცელებას (დროის ერთეულში გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა) ;  $I_3$ -მესამე მარის ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონე, რომლის გაზრდითაც, როგორც უკვე ვნახეთ, იზრდება მესამე მხარის შესაძლება მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციულ ომზე. მესამე მხარის სამართავ პარამეტრებად შევარჩიოთ ის პარამეტრები, რომლებიც დიფერენციალურ თანაფარდობებში მონაწილეობენ. ესენია  $I_3$  და  $\gamma_3$ , ავლნიშნოთ ისინი შესაბამისად  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  და ჩავსვათ (3.3.1)-ში. მივიღებთ

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta_1 z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta_2 z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = u_2(t)(x(t) + y(t)) \left(1 - \frac{z(t)}{u_1(t)}\right) \end{cases} \quad (3.3.5)$$

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0, \quad z(0) = z_0, \quad x(t^*) = 0, \quad y(t^{**}) = 0 \quad (3.3.6)$$

შევნიშნოთ, რომ (3.3.6)-ში მოცემული არა არის მესამე მხარისთვის მარჯვენა ბოლოზე - სასაზღვრო პირობა, მას შეუძლია მიიღოს ნებისმიერი მნიშვნელობა  $[0, I_3]$  მონაკვეთიდან,  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  როგორც წესი მუდმივი ფუნქციებია, მაგრამ თუ კი ტექნოლოგიური შესაძლებლობები იძლევა იმის საშუალებას, რომ შეიცვალოს მნიშვნელობები:  $\gamma_3$  - სამშვიდობო აქტიურობა;  $I_3$  - მესამე მხარის ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონე, მაშინ შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ისინი ცვლადი ფუნქციები არიან.

(3.3.5), (3.3.6) სისტემის მართვადობა ნიშნავს იმას, რომ ვიპოვოთ ისეთი  $\gamma_3$  და  $I_3$ , ან რაც იგივეა, რაც  $u_2(t)$  და  $u_1(t)$ , რომელთათვისაც სისტემა (3.3.2)-დან გადავა (3.3.3) მდგომარეობაში. (3.3.5), (3.3.6) სისტემის მართვადობის პრინციპიალური შესაძლებლობა ნაჩვენებია იყო მეორე თავში გამოთვლითი ექსპერიმენტის საშუალებით, იხილე ლისტინგი 2.4.2. IT3.m და რომლის დემონსტრაცია ნაჩვენებია ნახატებზე 2.4.8. და 2.4.9.

მაგრამ, რამდენადაც (3.3.5), (3.3.6) ჩილკერის ამოცანაში მართვადობა დადგინდა, მაშინ ლოგიკურია რომ ყველა დასაშვებ მართვებს შორის ვეძებოთ რაიმე თვალსაზრისით საუკეთესო - ოპტიმალური. მოვახდინოთ (3.3.5), (3.3.6) ჩილკერის

ამოცანის ტრანსფორმაცია ოპტიმალური მართვის ამოცანად. განვსაზღვროთ მართვის მიზნის ფუნქციად ინფორმაციული ომის პროცესის (3.3.2) მდგომარეობიდან (3.3.3) მდგომარეობაში მშვიდობისმყოფელი მხარისთვის მინიმალური დანახარჯით. ჩავთვალოთ, რომ მესამე მხარისთვის სამშვიდობო აქტიობისა და ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონის ერთი ერთეული ფასის ერთი პირობითი ერთეულის ტოლია. ამიტომაც მივიღებთ

$$J = \int_0^{\max(t^*, t^{**})} (u_1^2(t) + u_2^2(t)) dt \rightarrow \inf \quad (3.3.7)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta_1 z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta_2 z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = u_2(t)(x(t) + y(t)) \left(1 - \frac{z(t)}{u_1(t)}\right) \end{cases} \quad (3.3.8)$$

$$0 < x(0) = x_0 \leq I_1, \quad 0 < y(0) = y_0 \leq I_2, \quad 0 \leq z(0) = z_0 \leq I_3 \quad (3.3.9)$$

$$x(t^*) = 0, \quad y(t^{**}) = 0 \quad (3.3.10)$$

შვნიშნოთ, რომ  $t^*, t^{**} \in [0, T]$  წერტილები ზოგადად სხვადასხვაა და რაც არსებითაა - თავისუფალი. (3.3.7)-(3.3.10) ოპტიმალური ამოცანა განსხვავდება კლასიკური ოპტიმალური ამოცანისაგან. კერძოდ, წყვილში  $(x(t), y(t))$ , რომელიც ინფორმაციული დაპირისპირების მდგომარეობას აღწერს, თითოეული ელემენტი სხვადასხვა დროს ხდება ნულის ტოლი და არა დროის ერთსა და იმავე მომენტში. ე. ი. შესაძლებელია შემთხვევი:  $x(t^*) = 0$ ,  $y(t^*) \neq 0$  და  $x(t^{**}) \neq 0$ ,  $y(t^{**}) = 0$ . ასეთი მდგომარეობა დამახასიათებელია სოციალური პროცესებისთვის, მაშინ როცა ფიზიკური პროცესებისთვის სისტემისთვის სასურველ მდგომარეობაში გადაყვანისთვის, მისი აღმწერი სიდიდეების ფიქსირება დროის ერთსა და იმავე წერტილში უნდა მოხდეს. ასეთი მიდგომა დამახასიათებელი ფიზიკური ტიპისა, მაგალითად მექანიკის ვარიაციული სახის ამოცანებისთვის. სოციალური პროცესებისთვის, კი თუ იგი აღიწერება რომელიღაც ვექტორ - ფუნქციით, მაშინ პროცესის დასრულება შეიძლება ნიშნავდეს იმას, რომ ამ ვექტორ-ფუნქციის სხვადასხვა კოორდინატები ნულზე გადიან სხვადასხვა



დროში. სწორედ ამაშია (3.3.7)-(3.3.10) ოპტიმალური ამოცანის თავისებურება, და სიმარტივისთვის მას ვუწოდოთ **ოპტიმალური მართვის ჩილკერის ტიპის ამოცანა**.

ჩავთვალოთ, რომ  $x_0, y_0 > 0; z_0 \geq 0; \Delta = [0, T]; t^*, t^{**} \in \text{int } \Delta; t^* = t^{**}$ , ან  $t^* > t^{**}$ , ან  $t^* < t^{**}$ ;  $x(t), y(t), z(t) \in PC^1(\Delta)$ - უბან-უბან უწყვეტი ფუნქციებია. ამასთან ჩვენ არ ვიცით წინასწარ,  $t^* = t^{**}, t^* > t^{**}, t^* < t^{**}$  თანაფარდობებიდან რომელი სრულდება,  $t^*$  და  $t^{**}$  არარიან დაფიქსირებულნი  $\Delta$ -ში. სწორედ ეს გარემოება არ გვაძლევს საშუალებას უშუალოდ შევუდგედ ჩილკერის ტიპის ამოცანის ამოხსნას ცნობილი მეთოდებით. ამდენად საჭიროა ჩილკერის ტიპის ოპტიმალური მართვის ამოცანის წინასწარ გარდაქმნა ვიდრე უშუალოდ მის ამოხსნას შევუდგებით. შემთხვევას  $t^* = t^{**}$  ჩვენ არ განვიხილავთ, რადგამ მაშინ ჩილკერის ამოცანა დადის კარგად ცნობილ ოპტიმალური მართვის კლასიკურ ამოცანამდე, კერძოდ - **ლაგრანჟის ამოცანა პონტრიაგინისეული ფორმით** და იგი ნაწილობრივ განხილული იყო [79]. განსხვავებული  $t^*$  და  $t^{**}$  -ს შემთხვევისთვის ვეცადოთ ჩილკერის ამოცანა დავიყვანოთ ისვ ცნობილ **ლაგრანჟის ამოცანამდე პონტრიაგინისეული ფორმით**. ამ მიზნისათვის გამოვიყენოთ ჩილკერის ამოცანის განსაზღვრის არის დეკომპოზიცია.

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა  $t^* < t^{**}$ , რადგანაც შემთხვევა  $t^* > t^{**}$  განიხილება ანალოგიურად. განსაზღვრის არის დეკომპოზიციის არსი მდგომარეობს შემდეგში -  $J$  ფუნქციონალის ინტეგრების არე  $[0, \max(t^*, t^{**})]$  დავყოთ ინტეგრების ორ ქვემონაკვეთად:  $[0, \min(t^*, t^{**})]$  ი  $[\min(t^*, t^{**}), \max(t^*, t^{**})]$ .

გამოვიყოთ ჩილკერის საწყისი ამოცანიდან ქვეამოცანა  $A$  - ოპტიმალური მართვის ამოცანა არაფიქსირებული, თავისუფალი მარჯვენა ბოლოსთვის პირველი მხარისადმი:

$$A = \int_0^{\min(t^*, t^{**})} (u_1^2(t) + u_2^2(t)) dt \rightarrow \inf \quad (3.3.11)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left( 1 - \frac{x(t)}{I_1} \right) - \beta_1 z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left( 1 - \frac{y(t)}{I_2} \right) - \beta_2 z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = u_2(t) (x(t) + y(t)) \left( 1 - \frac{z(t)}{u_1(t)} \right) \end{cases} \quad (3.3.12)$$

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0, \quad z(0) = z_0 \quad (3.3.13)$$

$$x(t^*) = 0; \quad y(t^*) = y_A, \quad \text{სადაც } y_A < I_2; \quad z(t^*) = z_A \quad \text{სადაც } z_A < I_3 \quad (3.3.14)$$

ამოცანა  $A$  არის უკვე ცნობილი ლაგრანჟის ამოცანა პონტრიაგინისეული ფორმით. გამოვიყენოთ მისთვის ამოხსნის არსებობის აუცილებელი და საკმარისი პირობები [59]. ვთქვათ

$$x_A(t), y_A(t), z_A(t), u_{1A}(t), u_{2A}(t), t_A^* \quad (3.3.15)$$

არის  $A$  ამოცანის - (3.3.11)-(3.3.14) ამონახსნი.

საწყისი ჩილკერის ქვეამოცანა  $B$  ჩამოვყალიბოთ შემდეგნაირად:

$$B = \int_{\min(t^*, t^{**})=t^*}^{\max(t^*, t^{**})=t^{**}} (u_1^2(t) + u_2^2(t)) dt \rightarrow \inf \quad (3.3.16)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha_1 x(t) \left(1 - \frac{x(t)}{I_1}\right) - \beta_1 z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha_2 y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{I_2}\right) - \beta_2 z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = u_2(t)(x(t) + y(t)) \left(1 - \frac{z(t)}{u_1(t)}\right) \end{cases} \quad (3.3.17)$$

$$x(t^*) = x_A(t^*), \quad y(t^*) = y_A(t^*) = y_A, \quad z(t^*) = z_A(t^*) = z_A \quad (3.3.18)$$

$$x(t) \leq 0, \quad (3.3.19)$$

$$x(t^{**}) = x_B \leq 0; \quad y(t^{**}) = 0, \quad z(t^{**}) = z_B \quad \text{რღე } z_B < I_3 \quad (3.3.20)$$

$A$  და  $B$  ამოცანები ზოგადად მსგავსია, მაგრამ არსებობს განსხვავებაც. არსებითია (3.3.19) პირობის დამატება, რომელსაც გააჩნია შემდეგი ახსნა - როცა მიიღწევა ინფორმაციულ ომში პირველი მხარის ნულზე გასვლა  $x(t^*) = 0$  (პირველმა მხარემ დაასრულა ინფორმაციულ ომში აქტიური მონაწილეობა), მან თავიდან არ უნდა დაიწყოს მადისკრეტირებელი ინფორმაციების გავრცელება, ანუ კვლავ ჩაერთოს ინფორმაციულ ომში აქტიურად. ამიტომაც  $[t^*, t^{**}]$  მონაკვეთზე პირველი მხარე არ მონაწილეობს აქტიურად ინფორმაციულ ომში, ე.ი. ადგილი უნდა ჰქონდეს  $x(t) \leq 0$  უტოლობას. ავღნიშნოთ  $B$  ამოცანის ამოხსნა შემდეგნაირად

$$x_B(t), y_B(t), z_B(t), u_{1B}(t), u_{2B}(t), \quad (3.3.21)$$

შვადგინოთ  $A$  (3.3.11)-(3.3.14) და  $B$  (3.3.16)-(3.3.20) ამოცანების ამონახსნებისგან (3.3.15), (3.3.21) ფუნქციები, შესაბამისად

$$x(t), y(t), z(t), u_1(t), u_2(t) = \begin{cases} x_A(t), y_A(t), z_A(t), u_{1A}(t), u_{2A}(t) & 0 \leq t \leq t_A^* = t^* \\ x_B(t), y_B(t), z_B(t), u_{1B}(t), u_{2B}(t) & t_A^* < t \leq t_B^{**} = t^{**} \end{cases} \quad (3.3.22)$$

როგორც ჩანს მოვახდინეთ (3.3.15) და (3.3.21) ამოხსნების "გადაბმა". ბუნებრივია, რომ ასეთი გადაბმის პირობებში (3.3.22) ვიღებთ (3.3.7)-(3.3.10) ჩილკერის ტიპის ამოცანის დასაშვებ მართვად პროცესად ან დასაშვებ პროცედად. როგორც ვიცით  $x(t), y(t), z(t), u_1(t), u_2(t)$ -ს ეწოდება (3.3.7)-(3.3.10)-ის დასაშვები პროცესი თუ კი იგი აკმაყოფილებს (3.3.8) -ს და სისტემა (3.3.9) მდგომარეობიდან გადაყავს (3.3.10) -ში. ამდენად ვღებულობთ შემდეგ თეორემას.

**თეორემა 3.3.1.** თუ კი ჩილკერის ოპტიმალური მართვის (3.3.7)-(3.3.10) ამოცანის განსაზღვრის არის დეკომპოზიციით მიღებული  $A$  და  $B$  ამოცანების ამონახსნებია, შესაბამისად (3.3.15) და (3.3.21), მაშინ მათი საშუალებით აგებული პროცესი (3.3.22) არის ჩილკერის ამოცანის დასაშვები მმართველი პროცესი.

შევნიშნოთ, რომ (3.3.22) არ არის ჩილკერის ოპტიმალური მართვის ამოცანის ამონახსენი, ანუ დეკომპოზიციის შედეგად მიღებული ქვეამოცანების ოპტიმალური მართვების "გადაბმით" მიღებული პროცესი ზოგადად არ არის ოპტიმალური ამონახსენი. შემოვიტანოთ  $R^4$  -ში წერტილები:

$$P_0 = (0, x_0, y_0, z_0) \quad (3.3.23)$$

$$P_A = (t^*, x(t^*), y_A, z_A) \quad (3.3.24)$$

$$P_B = (t^{**}, x_B, y(t^{**}), z_B) \quad (3.3.25)$$

თუ კი ეხლა დავსვამთ საკითხს, რომ ჩილკერის ისეთი ამონახსენი ვიპოვოთ რომელიც (3.3.23)-(3.3.25) წერტილებში გადის, ამ ახალი პირობებით ოპტიმალური მართვის პოვნა შესაძლებელია ჩილკერის  $A$  და  $B$  ქვეამოცანების ამონახსნებით ვიპოვოთ. და შესაბამისად გვაქვს შემდეგი თეორემა.

**თეორემა 3.3.2.** ჩილკერის ოპტიმალური მართვის (3.3.7)-(3.3.10) ამოცანის იმ ამონახსნისათვის, რომელიც გადის (3.3.23)-(3.3.25) წერტილებში გადის, აუცილებელი და საკმარისია ჩილკერის  $A$  (3.3.15) და  $B$  (3.3.21) ქვეამოცანების ამონახსნების არსებობა. ამ შემთხვევაში ჩილკერის ამოცანის ამონახსენი წარმოსდგენს  $A$  და  $B$  ქვეამოცანების ამონახსნების გადაბმა და აქვს (3.3.22) სახე.

ჩილკერის (3.3.7)-(3.3.9) ამოცანაში ამონახსნის აუცილებელი პირობების გამოსაყვანად გადავწეროთ იგი ახალი აღნიშვნების საშუალებით.

$$J = \int_0^{\max(t^*, t^{**})} (u_1^2(t) + u_2^2(t)) dt \rightarrow \min \quad (3.3.26)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x_1(t) = \alpha_1 x_1(t) \left(1 - \frac{x_1(t)}{I_1}\right) - \beta_1 x_3(t) \\ \frac{d}{dt} x_2(t) = \alpha_2 x_2(t) \left(1 - \frac{x_2(t)}{I_2}\right) - \beta_2 x_3(t) \\ \frac{d}{dt} x_3(t) = u_2(t) (x_1(t) + x_2(t)) \left(1 - \frac{x_3(t)}{u_1(t)}\right) \end{cases} \quad (3.3.27)$$

$$x_1(0) = x_{10}, \quad x_2(0) = x_{20}, \quad x_3(0) = x_{30}, \quad x_1(t^*) = 0, \quad x_2(t^{**}) = 0 \quad (3.3.28)$$

სადაც  $x_i(t)$ ,  $i=1,2,3$  შესაბამისად, მხარეების მიერ დროის  $t$  წერტილში გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობაა. მხარეების საწყისი პირობებია  $x_{10}, x_{20} > 0$ ;  $x_{30} \geq 0$ ;  $\Delta = [0, T]$ ;  $t^*, t^{**} \in \text{int } \Delta$ ; ან  $t^* = t^{**}$ , ან  $t^* > t^{**}$ , ან  $t^* < t^{**}$ ;  $x_1(t), x_2(t), x_3(t) \in C^1(\Delta)$ ;  $u_1(t), u_2(t) \in C(\Delta)$ .

როგორც გვახსოვს, ჩვენ წინასწარ არ ვიცით  $t^* = t^{**}$ ,  $t^* > t^{**}$ ,  $t^* < t^{**}$  პირობებიდან, რომელი შესრულდება, ამასთან  $t^*$  და  $t^{**}$  არაა ფიქსირებული  $\Delta$ -ში.  $t^*$  და  $t^{**}$  რომ ყოფილიყო ფიქსირებული, მაშინ შესაძლებელია გვემოქმედა იმ მიდგომით, რომელიც მოცემულია [58] -ში. მაგრამ მარჯვენა სასაზღვრო პირობების დროის წერტილები არ არიან ფიქსირებული და წინასწარ ცნობილნი, ამოტომაც ეს გარემოება არ გვაძლევს საშუალებას უშუალოდ დავიწყოთ მათი ამონახსნის პოვნა, როგორც ეს მოცემულია [59]-ში.(3.3.7)-(3.3.9) ჩილკერის ამოცანა ოპტიმალური ამოცანის დეკომპოზიციით ვღებულობთ ორ ქვეამოცანას, რომლის ამოხსნაც უკვე შეიძლება დავიწყოთ უშუალოდ.

განვიხილოთ პირველი  $A$  ქვეამოცანა შემდეგი ფორმით

$$A = \int_0^{t^*} (u_1^2(t) + u_2^2(t)) dt \rightarrow \min \quad (3.3.29)$$

$$x_1(0) = x_{10}, \quad x_2(0) = x_{20}, \quad x_3(0) = x_{30}, \quad x_1(t^*) = 0, \quad (3.3.30)$$

$A$  ქვეამოცანაში 6 ელემენტამ კორტეჟს

$$\xi = (x_1(\cdot), x_2(\cdot), x_3(\cdot), u_1(\cdot), u_2(\cdot), t^*) \in \Xi = C^1(\Delta) \times C^1(\Delta) \times C^1(\Delta) \times C(\Delta) \times C(\Delta) \times R \quad (3.3.31)$$

ეწოდება მმართველი პროცესი თუ კი მისთვის სრულდება (3.3.27) დიფერენციალური თანაფარდობები და  $t^* \in \text{int } \Delta$ . თუ კი მმართველი პროცესი ამასთან აკმაყოფილებს (3.3.30)-ს, მაშინ მას ეწოდება დასაშვები მმართველი პროცესი. ბანხის სივრცეში  $\Xi$  დასაშვები მმართველობის ექვსეულს  $\bar{\xi} = (\bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot), \bar{t}^*)$  ეწოდება ოპტიმალური მართვა სუსტი აზრით ან  $A$  ამოცანის სუსტი მინიმუმი, თუ კი არსებობს ისეთი  $\delta > 0$ , რომლისათვის ყოველი დასაშვები მმართველი პროცესისთვის, რომლისათვისაც სრულდება  $\|\xi - \bar{\xi}\|_{\Xi} < \delta$ , გამომდინარეობს  $A(\xi) \geq A(\bar{\xi})$ .

შევადგინოთ ლაგრანჟიანი, ინტეგრალქვეშა და დიფერენციალური თანაფარდობებში შემავალი ფუნქციების საშუალებით.

$$\begin{aligned} L = L(t, x(\cdot), y(\cdot), z(\cdot), \dot{x}(\cdot), \dot{y}(\cdot), \dot{z}(\cdot), u_1(\cdot), u_2(\cdot)) &= \lambda_0 (u_1^2(t) + u_2^2(t)) + p_1(t) \times \\ &\times \left( \dot{x} - \alpha_1 x(t) \left( 1 - \frac{x(t)}{I_1} \right) + \beta_1 z(t) \right) + p_2(t) \left( \dot{y} - \alpha_2 y(t) \left( 1 - \frac{y(t)}{I_2} \right) + \beta_2 z(t) \right) + \\ &+ p_3(t) \left( \dot{z} - u_2(t) (x(t) + y(t)) \left( 1 - \frac{z(t)}{u_1(t)} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.3.32)$$

შევადგინოთ ტერმინანტი:

$$\begin{aligned} l = l(0, x_{10}, x_{20}, x_{30}, t^*, x_1(t^*), x_2(t^*), x_3(t^*)) &= \lambda_1 (x_1(0) - x_{10}) + \lambda_2 (x_2(0) - x_{20}) + \\ &+ \lambda_3 (x_3(0) - x_{30}) + \lambda_4 x_1(t^*) \end{aligned} \quad (3.3.33)$$

$\lambda_i \in R, i = \overline{0-4}; p_i(\cdot) \in C^1(\Delta), i = \overline{1-4}$ ; - ლაგრანჟის მამრავლებია;

ლაგრანჟის ფუნქციას აქვს შემდეგი სახე:

$$\Lambda(x_1(\cdot), x_2(\cdot), x_3(\cdot), p_1(\cdot), p_2(\cdot), p_3(\cdot), u_1(\cdot), u_2(\cdot), 0, t^*, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = \int_0^{t^*} L dt + l \quad (3.3.34)$$

შემოვიტანოთ ალვნიშნები:

$$\bar{L}_{x_i}(t) = L_{x_i}(t, \bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \dot{\bar{x}}_1(\cdot), \dot{\bar{x}}_2(\cdot), \dot{\bar{x}}_3, \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot)), \quad i = 1, 2, 3$$

$$\bar{L}_{x_i}(t) = L_{x_i}(t, \bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \dot{\bar{x}}_1(\cdot), \dot{\bar{x}}_2(\cdot), \dot{\bar{x}}_3, \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot)), \quad i = 1, 2, 3$$

$$\bar{L}_{u_i}(t) = L_{u_i}(t, \bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \dot{\bar{x}}_1(\cdot), \dot{\bar{x}}_2(\cdot), \dot{\bar{x}}_3, \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot)), \quad i = 1, 2$$

$$\bar{l}_{x_i(0)} = l_{x_i(0)}(0, \bar{x}_1(0), \bar{x}_2(0), \bar{x}_3(0), \bar{t}^*, x_1(\bar{t}^*), x_2(\bar{t}^*), x_3(\bar{t}^*)), \quad i = 1, 2, 3$$

$$\bar{l}_{x_i(t^*)} = l_{x_i(t^*)} \left( 0, \bar{x}_1(0), \bar{x}_2(0), \bar{x}_3(0), \bar{t}^*, x_1(\bar{t}^*), x_2(\bar{t}^*), x_3(\bar{t}^*) \right), \quad i=1,2,3$$

$$\Lambda_0 = \Lambda_0 \left( \bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \bar{p}_1(\cdot), \bar{p}_2(\cdot), \bar{p}_3(\cdot), \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot), 0, \bar{t}^*, \bar{\lambda}_0, \bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3, \bar{\lambda}_4 \right)$$

$$\Lambda_{t^*} = \Lambda_{t^*} \left( \bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \bar{p}_1(\cdot), \bar{p}_2(\cdot), \bar{p}_3(\cdot), \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot), 0, \bar{t}^*, \bar{\lambda}_0, \bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3, \bar{\lambda}_4 \right)$$

როგორც ვხედავთ,  $A$  ქვეამოცანის მარჯვენა მხარეები საკმაოდ გლუვია და ამიტომაც შვედილია გამოვიყენოთ ეილერ-ლაგრანჟის თეორემა ამ ამოცანის ამოხსნისთვის შევადგინოთ აუცილებელი პირობები [59, გვ. 265]. ამ თეორემის ძალით თუ ექვსეული  $\bar{\xi} = (\bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot), \bar{t}^*)$  არის  $A$  ქვეამოცანის ოპტიმალური მართვა სუსტი აზრით, მაშინ არსებობს ლაგრანჟის მამრავლები  $\lambda_0 \geq 0$ ,  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$   $\bar{p}_i(\cdot) \in C^1(\Delta), i=1-4$ ; ერთდოულად ნულის არატოლი, ისეთები, რომ ადგილი აქვს შემდეგს:

1. ლაგრანჟის ფუნქციის სტაციონარულობა  $x_1(\cdot), x_2(\cdot), x_3(\cdot)$  -ის მიმართ -

$$\bar{\Lambda}_{x_i} = \Lambda_{x_i} \left( \bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \bar{p}_1(\cdot), \bar{p}_2(\cdot), \bar{p}_3(\cdot), \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot), 0, \bar{t}^*, \bar{\lambda}_0, \bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3, \bar{\lambda}_4 \right) = 0$$

$\bar{\Lambda}_{x_2} = 0; \bar{\Lambda}_{x_3} = 0$  - საიდანაც ვღებულობთ ლაგრანჟის განტოლებებს:

$$-\frac{d}{dt} \bar{L}_{x_i}(t) + \bar{L}_{x_i}(t) = 0, \quad i=1,2,3 \quad (3.3.35)$$

2. სრულდება ლაგრანჟის ფუნქციის ტრანსვერსალობა  $x(\cdot), y(\cdot), z(\cdot)$ -სთვის

$$\bar{L}_{x_i}(0) = l_{x_i(0)}, \quad i=1,2,3$$

$$\bar{L}_{x_i}(0) = -l_{x_i(t^*)}, \quad i=1,2,3$$

3. ლაგრანჟის ფუნქციის სტაციონარულობა  $u_1(\cdot), u_2(\cdot)$ -ის მიმართ

$$\bar{\Lambda}_{u_i} = 0, \quad \bar{L}_{u_i} = 0, \quad i=1,2$$

4. ლაგრანჟის ფუნქციის სტაციონარულობა მოძრავი ბოლოსთვის, ჩვენ შემთხვევაში  $t^*$  -სთვის

$$\bar{\Lambda}_{t^*} = 0$$

5. ნიშანთა შეთანხმება - ჩვენს შემთხვევაში  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  -ს შეუძლიათ ჰქონდეთ სხვადასხვა ნიშანი.

6. არასიხისტის დამატებითი პირობები - ჩვენს შემთხვევაში არ გვაქვს.

ჩვენ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ეილერ-ლაგრანჟის თეორემის საშუალებით ვიპოვიან

$$\bar{\xi}_A = (\bar{x}_{1A}(\cdot), \bar{x}_{2A}(\cdot), \bar{x}_{3A}(\cdot), \bar{u}_{1A}(\cdot), \bar{u}_{2A}(\cdot), \bar{t}^*),$$

რომელიც სავარაუდოდ (რადგანაც საქმე გვაქვს აუცილებელ პირობასთან) არის  $A$  ქვეამოცანის ოპტიმალური მართვა სუსტი აზრით. თუ კი ეხლა ამ ექვსეულისთვის სრულდება პირობა, რომელიც გამოდინარეობას მეორე თავის თეორემა 2.5.1 -ის (2.5.4) სისტემის მეორე (2.5.5) განტოლებიდან სადაც  $x_2(0) = x_{20}$ ;  $x_1(\cdot) = \bar{x}(\cdot)$ ,  $x_2(\cdot) = \bar{x}_2(\cdot)$ ,  $x_3(\cdot) = \bar{x}_3(\cdot)$ , არსებობს ისეთი  $\bar{t}^{**}$  წერტილი  $[0, \bar{t}^*]$  ინტერვალში, რომლისათვისაც სრულდება

$$\bar{x}_2(\bar{t}^{**}) = \bar{x}_2(0) + \int_0^{\bar{t}^{**}} \left( \alpha_2 \bar{x}_2(t) \left( 1 - \frac{\bar{x}_2(t)}{I_2} \right) - \beta_2 \bar{x}_3(t) \right) dt \quad (3.3.36)$$

მაშინ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ  $\bar{\xi}^\circ = (\bar{x}_1(\cdot), \bar{x}_2(\cdot), \bar{x}_3(\cdot), \bar{u}_1(\cdot), \bar{u}_2(\cdot), \bar{t}^*, \bar{t}^{**})$  შვიდეული სავარაუდოდ არის ჩილკერის ამოცანის ოპტიმალური ამოხსენი, რადგანაც (3.3.36)-ის ძალით მეორე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

მაგრამ თუ კი,  $\bar{t}^{**}$  წერტილი რომელიც (3.3.36) -ს აკმაყოფილებს  $[0, \bar{t}^*]$  მონაკვეთში არ არსებობს, მაშინ ჩილკერის ამოცანის ამონახსნის პოვნის პროცესი გრძელდება და უკვე საჭიროა განვიხილოთ მეორე  $B$  - ქვეამოცანა:

$$B = \int_{\bar{t}^*}^{\bar{t}^{**}} (u_1^2(t) + u_2^2(t)) dt \rightarrow \min \quad (3.3.37)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x_1(t) = \alpha_1 x_1(t) \left( 1 - \frac{x_1(t)}{I_1} \right) - \beta_1 x_3(t) \\ \frac{d}{dt} x_2(t) = \alpha_2 x_2(t) \left( 1 - \frac{x_2(t)}{I_2} \right) - \beta_2 x_3(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = u_2(t) (x_1(t) + x_2(t)) \left( 1 - \frac{x_3(t)}{u_1(t)} \right) \end{cases} \quad (3.3.38)$$

სასაზღვრო პირობებით :

$$x_1(\bar{t}^*) = 0, \quad x_2(\bar{t}^*) = \bar{x}_2(\bar{t}^*) = x_{20B2}, \quad x_3(\bar{t}^*) = \bar{x}_3(\bar{t}^*) = x_{30B}, \quad x_3(\bar{t}^{**}) = 0, \quad (3.3.39)$$

როგორც ვხედავთ  $A$  ქვეამოცანის ამონახსნების მნიშვნელობები  $\bar{t}^*$  წერტილში არის  $B$  - ქვეამოცანის საწყისი პირობები. ამდენათ თუ კი გავიმეორებთ  $A$  ქვეამოცანის ამოხსნის პოვნის მეთოდს  $B$  - ქვეამოცანისათვის, მივიღებთ  $B$  - ქვეამოცანის სავარა-

უდო ოპტიმალურ მართვას სუსტი აზრით  $\bar{\xi}_B = (\bar{x}_{1B}(\cdot), \bar{x}_{2B}(\cdot), \bar{x}_{3B}(\cdot), \bar{u}_{1B}(\cdot), \bar{u}_{2B}(\cdot), \bar{t}^{**})$ .

ეხლა კი "გადავაბათ"  $A$  და  $B$  - ქვეამოცანის ამონახსნების  $\bar{t}^*$  წერტილში

$$\bar{\xi} = \begin{cases} (\bar{x}_{1A}(\cdot), \bar{x}_{2A}(\cdot), \bar{x}_{3A}(\cdot), \bar{u}_{1A}(\cdot), \bar{u}_{2A}(\cdot), \bar{t}^*), & t \in [0, \bar{t}^*] \\ (\bar{x}_{1B}(\cdot), \bar{x}_{2B}(\cdot), \bar{x}_{3B}(\cdot), \bar{u}_{1B}(\cdot), \bar{u}_{2B}(\cdot), \bar{t}^{**}), & t \in [\bar{t}^*, \bar{t}^{**}] \end{cases} \quad (3.3.40)$$

მიღებული შედეგი  $-\bar{\xi}$ , არის ჩილკერის ტიპის ოპტიმალური მართვის ამოცანის სავარაუდო დასაშვები მმართველი პროცესი. იმისთვის, რომ მოვაშოროთ ამ ამონახსნებს ტერმინი "სავარაუდო", საჭიროა ეს ამონახსნები შევამოწმოთ ოპტიმალური მართვის საკმარისი პირობებისთვის.

შევნიშნოთ ჩილკერის ამოცანების კიდევ ერთი თავისებურება გახლავთ ის, რომ მარჯვენა მხარის პირობები სხვადასხვაა სხვადასხვა წერტილებში სხვადასხვა (პირველი ორი) მხარეებისთვის. ცხადია, რომ ჩილკერის ტიპის ამოცანები (როგორც ოპტიმალური მართვის, ასევე ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სიტემების სასაზღვრო ამოცანებისთვის) უფრო ზოგადი ხასიათიასა, და მათი გამოყენება შესაძლებელია არა მარტო ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელებისთვის.

განვიხილოთ ზემოთ მოყვანილი ჩილკერის ოპტიმალური ამოცანისთვის აუცილებელი პირობები მოწინააღმდეგის იგნიორების შემთხვევაში [26,31].

$$J = \int_0^{\max(t^*, t^{**})} u(t) dt \rightarrow \inf \quad (3.3.41)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha x(t) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha y(t) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = u(t)(x(t) + y(t)) \end{cases} \quad (3.3.42)$$

$$0 < x(0) = x_0, \quad 0 < y(0) = y_0, \quad 0 \leq z(0) = z_0 \quad (3.3.43)$$

$$x(t^*) = 0, \quad y(t^{**}) = 0 \quad (3.3.44)$$

აქ  $t^*, t^{**} \in [0, T]$ ,  $x(t^*) = 0, y(t^{**}) \neq 0$  ან  $x(t^{**}) \neq 0, y(t^{**}) = 0$ . მართვა მხოლოდ მესამე მხარის ინტენსიურობაა: განვიხილოთ (3.3.41)- (3.3.44) ჩილკერის ამოცანის დეკომპოზიციით ვღებულობთ  $A$  და  $B$  - ქვეამოცანებს.



$$A = \int_0^{\min(t^*, t^*)} u(t) dt \rightarrow \inf \quad (3.3.45)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha x(t) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha y(t) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = u(t)(x(t) + y(t)) \end{cases} \quad (3.3.46)$$

$$0 < x(0) = x_0, \quad 0 < y(0) = y_0, \quad 0 \leq z(0) = z_0 \quad (3.3.47)$$

$$x(t^*) = 0, \quad y(t^*) = y_A, \quad z(t^*) = z_A \quad (3.3.48)$$

სადაც  $y_A$  და  $z_A$  არის მეორე და მესამე მხარეების დასაშვები მნიშვნელობები.

შევადგინოთ ლაგრანჟიანი:

$$\begin{aligned} L = & \lambda_0 u(t) + p_1(t)(x' - \alpha x(t) + \beta z(t)) + p_2(t)(y' - \alpha y(t) + \beta z(t)) + \\ & + p_3(t)(z' - u(t)(x(t) + y(t))) \end{aligned} \quad (3.3.49)$$

ლაგრანჟიანის ტერმინანტა:

$$l = \lambda_1(x(0) - x_0) + \lambda_2(y(0) - y_0) + \lambda_3(z(0) - z_0) + \lambda_4 x(t^*) + \lambda_5(y(t^*) - y_A) + \lambda_6(z(t^*) - z_A) \quad (3.3.50)$$

ლაგრანჟის ფუნქცია:

$$\Lambda = \int_0^{t^*} L(t, x(t), x'(t), u(t)) dt + l(0, x(0), y(0), z(0), t^*, x(t^*), y(t^*), z(t^*)) \quad (3.3.51)$$

ლაგრანჟიანის სტაციონარულობა  $x(t), y(t), z(t)$ -ის მიმართ გვაძლევს განტოლებებს:

$$\begin{cases} p_1'(t) = -\alpha p_1(t) - u(t) p_3(t) \\ p_2'(t) = -\alpha p_2(t) - u(t) p_3(t) \\ p_3'(t) = \beta(p_1(t) + p_2(t)) \end{cases} \quad (3.3.52)$$

ლაგრანჟის ფუნქციის ტრანსვერსალობა  $x(t), y(t), z(t)$  -ით მიმართ:

$$\begin{cases} p_1(0) = \lambda_1; & p_1(t^*) = \lambda_4 \\ p_2(0) = \lambda_2; & p_2(t^*) = \lambda_5 \\ p_3(0) = \lambda_3; & p_3(t^*) = \lambda_6 \end{cases} \quad (3.3.53)$$

ლაგრანჟის სტაციონარობა  $u(t)$ -ით:

$$\lambda_0 - p_3(t)(x(t) + y(t)) = 0 \quad (3.3.54)$$

სტაციონარობა  $t^*$ -ით:

$$\lambda_0 u(t^*) + \lambda_4 x'(t^*) + \lambda_5 y'(t^*) + \lambda_6 z'(t^*) = 0 \quad (3.3.55)$$

ჩილკერის (3.3.41)- (3.3.44) ამოცანის ამონახსნი მისი  $A$  ქვეამოცანისთვის - (3.3.45)- (3.3.48) არის (3.3.52) - (3.3.55) სისტემის ამონახსნი. ეს ამონახსნი არის სავარაუდო ოპტიმალური მართვა  $A$  ქვეამოცანისთვის.

გამოვყოთ ჩილკერის ამოცანიდან  $B$  ქვეამოცანა თავისუფალი ბოლოთი მეორე მხარისთვის. ამასთან  $B$  ქვეამოცანისთვის საწყის პირობებს ავიღებთ  $A$  ქვეამოცანის ამოხსნების მნიშვნელობები  $t^*$  დროში, აქ ცხადია რომ  $x(t^*)=0$  - პირველი მხარე ნულის ტოლია, მეორე და მესამე შეიძლება ნებისმიერი დასაშვები მნიშვნელობა მიიღონ.

$$B = \int_{\min(t^*, t^*)}^{\max(t^*, t^*)} u(t) dt \rightarrow \inf \quad (3.3.56)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = \alpha x(t) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt} y(t) = \alpha y(t) - \beta z(t) \\ \frac{d}{dt} z(t) = u(t)(x(t) + y(t)) \end{cases} \quad (3.3.57)$$

$$x_A(t^*) = x_{0B} = 0, \quad 0 < y_A(t^*) = y_{0B}, \quad 0 \leq z(t^*) = z_{0B} \quad (3.3.58)$$

$$x(t) \leq 0 \quad (3.3.59)$$

$$x(t^{**}) = x_B, \quad y(t^{**}) = 0, \quad z(t^{**}) = z_B \quad (3.3.60)$$

ანალოგიურად,  $B$  ქვეამოცანის მიმართ იმას ვიქცევით ისეთნაირად, როგორც  $A$  ქვეამოცანის მიმართ განხორციელებული მიდგომისთვის, ვღებულობთ  $x_B(t), y_B(t), z_B(t), u_B(t)$  ამოხსნებს ინტერვალზე  $[\min(t^*, t^*), \max(t^*, t^*)]$ .

შემდეგ ვახდენთ "გადაბმას"  $A$  და  $B$  ქვეამოცანის მიღებული ამოხსნებისა -  $x_A(t), y_A(t), z_A(t), u_A(t)$  და  $x_B(t), y_B(t), z_B(t), u_B(t)$ , განსაზღვრულთ სხვადასხვა ინტერვალებზე  $[0, \min(t^*, t^*)], [\min(t^*, t^*), \max(t^*, t^*)]$ .

$$(x(t), y(t), z(t), u(t)) = \begin{cases} (x_A(t), y_A(t), z_A(t), u_A(t)), & \text{if } t \in [0, \min(t^*, t^*)] \\ (x_B(t), y_B(t), z_B(t), u_B(t)), & \text{if } t \in (\min(t^*, t^*), \max(t^*, t^*)] \end{cases} \quad (3.3.61)$$

მიღებული (3.3.61) ამონახსნი არის დასაშვები მმართვედი პროცესი ჩილკერის (3.3.41)- (3.3.44) ოპტიმალური მართვის ამოცანისთვის.

### § 3.4. ინფორმაციული შეტევის ოპტიმალური მართვის ამოცანა

ინფორმაციული შეტევის ამოცანა რომელიც მეორე თავში განვიხილეთ ექვემდებარება მართვას. მართვის ეფექტურობის განსაზღვრა კი შესაძლებელია რამდენიმე მაჩვენებლით. მაგალითად მაქსიმალური რაოდენობის ადეპტების მიღწევა დროის რაიმე მონაკვეთში, ან მაქსიმალური რაოდენობის ადეპტების მიღწევას მინიმალური დანახარჯებით და ა. შ.

ჩამოვყალიბოთ ინფორმაციული შეტევის ოპტიმალური ამოცანა იმის გათვალისწინებით, რომ ოპტიმალური კრიტერიუმი ითვალისწინებს როგორც ადეპტების რაოდენობა, ასევე დანახარჯებს ინფორმაციულ შეტევაზე [37]. ამდენად მაქსიმიზაციის ფუნქციონალს ქვს შემდეგი სახე

$$\int_{t_0}^{t_n} (N(t) - k\alpha_1(t))^2 dt \rightarrow \max \quad (3.4.1)$$

სადაც  $t_0$ ,  $t_n$  განსახილველი დროის მონაკვეთის შესაბამისად საწყისი და საბოლოო წერტილებია.  $N(t)$  კი ფაზური კოორდინატია, რომელიც დროის  $t$  მომენტში ადეპტების რაოდენობას აღნიშნავს. დიფერენციალური კავშირი მოცემულია შემდეგი სახით

$$N'(t) = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t))(N^* - N(t)) \quad (3.4.2)$$

$$N(t_0) = N_0 \quad (3.4.3)$$

სადაც  $N^*$  სოციუმში ინდივიდების საერთო რაოდენობაა, უბან - უბან უწყვეტი ფუნქცია  $\alpha_1(t)$  განსაზღვრულია  $[t_0; t_n]$  მონაკვეთზე და  $\forall t \in [t_0; t_n]$  -სთვის ღებულობს მნიშვნელობებს შემოსაზღვრული მონაკვეთიდან  $\alpha_1(t) \in [0; \alpha_1^1]$ ,  $\alpha_2$  კონსტანტაა.

ამდენად მივიღეთ (3.4.1) - (3.4.3) ოპტიმალური მართვის კლასიკური ამოცანა პონტრიაგისეული ფორმით. და მისთვის გამოვიყენოთ პონტრაგინის მაქსიმუმის პრინციპი. ამისთვის ამოვწეროთ (3.4.1) - (3.4.3) ოპტიმალური მართვის ამოცანის ჰამილტონიანი -

$$H(t, N(t), \varphi(t), \alpha_1(t)) = -(N(t) - k\alpha_1(t))^2 - \varphi(t)(\alpha_1(t) + \alpha_2 N(t))(N^* - N(t)) \quad (3.4.4)$$

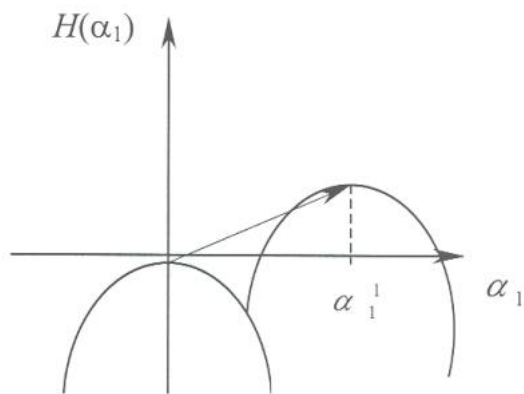
შეუღლებული განტოლება -

$$\varphi'(t) = -\frac{dH}{dN} = (\alpha_2 N^* - 2\alpha_2 N(t) - \alpha_1(t))\varphi(t) - 2k\alpha_1(t) + 2N(t) \quad (3.4.5)$$

ტრანსვერსალობის პირობა -

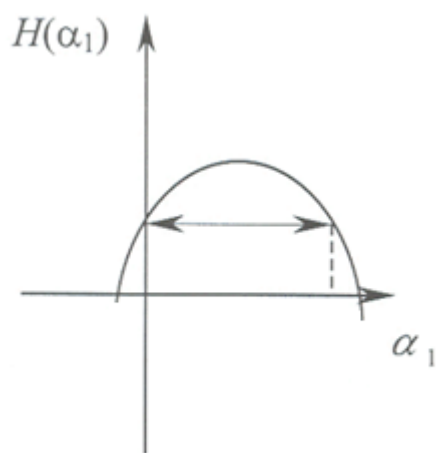
$$\varphi(t_n) = 0 \quad (3.4.6)$$

პონტრიაგინის მაქსიმუმის პრინციპით  $\bar{\alpha}_1 \in [0; \alpha_1^1]$  ანიჭებს მაქსიმუმს (3.4.1) - (3.4.3) ოპტიმალური მართვის ამოცანას მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ყველგან, გარდა  $\alpha_1(t)$ -ს წყვეტის წერტილებისა, (3.4.4) ჰამილტონიანს ანიჭებს მინიმუმს  $\alpha_1(t) \in [0; \alpha_1^1]$ -ს მიმართ  $\bar{\alpha}_1$ -ში. თუ განვიხილავთ (3.4.4)  $H$  ჰამილტონიანს დროის ნებისმიერ მომენტში როგორც ფუნქციას  $\alpha_1(t)$  მართვისა და ვიპოვით იმ  $\alpha_1(t)$  რომელშიც განსახილველ მონაკვეთში ანიჭებს  $H$  ჰამილტონიანს მინიმუმს. ჰამილტონიანი წარმოადგენს კვადრატულ ფორმას  $\alpha_1$ -ის მიმართ და მაქსიმალური ხარისხის წინ უარყოფითი კოეფიციენტი.  $\alpha_1$ -ის წინ კოეფიციენტი არაუარყოფითია.  $H$  და  $\varphi$  ცვლადების ცვლილებით პარაბოლის წვერო შეიცვლება  $\alpha_1$  დერძის მიმართ  $\alpha_1^1$  მიმართულებით, რომელიც  $[0; \alpha_1^1]$  მონაკვეთის უკიდურესი მარჯვენა მხარეა. ნახატ 3.4.1-ზე მიმართულება ისრითაა აღნიშნული.



ნახატი 3.4.1.

$[0; \alpha_1^1]$  მონაკვეთზე  $H$  ჰამილტონიანის მინიმუმი  $\alpha_1$ -ის მიმართ შეიძლება მიღწეულ იქნეს ან ერთ-ერთ ბოლოზე, ან ორივეზე ერთდროულად, თუ კი ჰამილტონიანის მნიშვნელობები ემთხვევა ერთმანეთს ბოლოებში:  $\alpha_1 = 0$  და  $\alpha_1 = \alpha_1^1$  იხილეთ ნახატი 3.4.2.



ნახატი 3.4.2

ჰამილტონიანის მნიშვნელობა  $[0; \alpha_1^1]$  მონაკვეთის ბოლოებში ერთმანეთს ემთხვევა მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ კი პარაბოლის წვეროს აბცისა ამ მონაკვეთის შუა წერტილია ანუ  $\alpha_1^1/2$  -ის ტოლია. ყველა სხვა შემთხვევაში მინიმუმი  $[0; \alpha_1^1]$ - მართვის შეზღუდვის მონაკვეთის მხოლოდ ერთ-ერთ ბოლოში მიიღწევა.

ამდენად აღმოჩნდა, რომ თავდაპირველად ჰამილტონიანი  $\alpha_1$ -ის მიმართ მიაღწევს როცა  $\bar{\alpha}_1 = \alpha_1^1$ , შემდეგ როცა ჰამილტონიანის წვეროს აბცისა ემთხვევა  $\alpha_1^1/2$ -ს ხდება მართვის გადართვა, ე.ი. ფუნქციის მინიმუმი მიიღწევა მონაკვეთის სათავეში  $\bar{\alpha}_1 = 0$ .  $H$  ჰამილტონიანის ექსტრემუმი  $\alpha_1$ -ის მიმართ (განსახილველი პარაბოლის წვერო)  $\alpha_1$ -ს მნიშვნელობა მოიძებნება ფაზური და შეუღლებილი ცვლადების საშუალებით განტოლებიდან, რომელიც მიიღწევა ჰამილტონის სამწევრის მაქსიმუმის პირობებიდან

$$\alpha_1 = \frac{2Nk - \varphi(N^* - N)}{2k^2} \quad (3.4.7)$$

პირობები, გადართვის  $t_k$  მომენტისთვის მიიღებს სახეს

$$\frac{\alpha_1^1}{2} = \frac{2N(t_k)k - \varphi(t_k)(N^* - N(t_k))}{2k^2} \quad (3.4.8)$$

ამდენად, მივიღეთ შემდეგი მტკიცებულობა -

თეორემა 3.4.1. ოპტიმალური მართვის (3.4.1) - (3.4.3) ამოცანის ამონახსნი შესაძლებელია ვიპოვოთ როგორც ამონახსნი შემდეგი დიფერენციალური განტოლებების სიტემისა და საწყისი პირობებისა -

$$\begin{cases} \frac{dN(t)}{dt} = \left( \bar{\alpha}_1(t) + \alpha_2 N(t) \right) (N^* - N(t)) \\ \frac{d\varphi(t)}{dt} = \left( \alpha_2 N^* - 2\alpha_2 N(t) - \bar{\alpha}_1(t) \right) \varphi(t) - 2k \bar{\alpha}_1(t) + 2N(t) \\ N(t_0) = N_0, \quad \varphi(t_n) = 0 \end{cases} \quad (3.4.9)$$

ამასთან  $\bar{\alpha}_1(t)$ -ს აქვს შემდეგი გამოსახულება

$$\bar{\alpha}_1(t) = \begin{cases} \alpha_1^1, & \text{for } (2Nk - \varphi(N^* - N))/2 \leq \alpha_1^1/2 \\ 0, & \text{for } (2Nk - \varphi(N^* - N))/2 > \alpha_1^1/2 \end{cases} \quad (3.4.10)$$

ოპტიმალურ ამოხსნაში  $\bar{\alpha}_1(t)$  წარმოადგენს უბან-უბან მუდმივ ფუნქციას. როცა  $\bar{\alpha}_1 = \alpha_1^1$ , ( $t_0 < t < t_k$ ) (3.4.2),(3.4.3) კოშის ამოცანისთვის ამოხსნას მეორე თავის მე-6-ე პარაგრაფის (2.6.28) -ს შესაბამისად გვექნება

$$N(t) = \frac{\alpha N^* \left[ \exp\left( (\alpha_1 + \alpha_2 N^*) (t - t_0) \right) - 1 \right]}{\alpha_1 \exp\left( (\alpha_1 + \alpha_2 N^*) t \right) + \alpha_2 N^*} \quad (3.4.11)$$

ხოლო როცა  $\bar{\alpha}_1 = 0$ , ( $t > t_k$ ), მაშინ  $N(t)$  ამონახსნს ვიპოვით განტოლებიდან

$$\frac{dN(t)}{dt} = \alpha_2 N(t) (N^* - N(t)) \quad (3.4.12)$$

შემდეგი საწყისი პირობისთვის

$$N(t_k) = \frac{\alpha_1^1 N^* \left[ \exp\left( (\alpha_1^1 + \alpha_2 N^*) (t_k - t_0) \right) - 1 \right]}{\alpha_1^1 \exp\left( (\alpha_1^1 + \alpha_2 N^*) t_k \right) + \alpha_2 N^*} \quad (3.4.13)$$

სადაც  $t_k$  გადართვის მომენტია.

ამდენად ოპტიმალური მართვის (3.4.1) - (3.4.3) ამოცანის ამონახსნი შესაძლებელია ვიპოვოთ როგორც ამონახსნი (3.4.9) დიფერენციალური განტოლებების სიტემისა რომელსაც (3.4.9) -ის ძალით მარჯვენა მხარეების აქვთ წყვეტა. ა.ფ. ფილიპოვის [57] თეორემის ძალით (3.4.9) -ის ამოხსნა არსებობს, რადგანაც მარჯვენა მხარეები არიან

შემოსაზღვრულნი და სრულდება  $\beta$ -უწყვეტობა (ნახევრადუწყვეტობა ზემოდან).  
კერძოდ, ფაზური სივრცე ჰიპერტსიბრტყით იყოფა ორ ქვესივრცედ, თვითოეულ  
მათგანში კი ფუნქციები უწყვეტია.

(3.4.9) სისტემისთვის ანალიტიკური ამონახსნის შესახებ დამატებით რაიმეს თქმა  
რთულია, რადგანაც (3.4.5) განტოლება  $\rho(t)$ -ს მიმართ, რომელიც მიიღება მასში  
(3.4.11)-ით გამოსახული  $N(t)$ -ს ჩასმით კვადრატურებში არ ამოიხსნება და საჭიროა  
მივმართოდ რიცხვით მეთოდებს (3.4.2), (3.4.3)-ის ამისახსნელად.

## თავი IV. ინფორმაციული ომის დისკრეტული მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები

ინფორმაციული ომის მოდელირება რიგ შემთხვევაში უმჯობესია მოხდეს დროის დისკრეტულ მომენტებში. თუმცა კი, ეს მიდგომა უწყვეტ მოდელთან შედარებით პრინციპულ განსხვავებებს არ იძლევა, როგორც ამას მოგვიანებით, საკითხის გამოკვლევისას დადგინდება, მაგრამ ის, რომ ინფორმაციის გავრცელება რიგი მასმედიის საშუალებების მიერ ხდება დროის დისკრეტულ მომენტებში, ასეთი ტიპის მოდელის გამოყენება უფრო მოსახერხებელი ხდება. მართლაც, ინფორმაციულ ომში ჩართული სამივე მხარე დასახული მიზნის მისაღწევად ხშირ შემთხვევაში დროის მხოლოდ გარკვეულ მომენტებში ავრცელებს სათანადო ინფორმაციას. დროის დისკრეტულ მომენტში  $n$ ,  $n=0,1,2,\dots$  თითოეული მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობა აღვნიშნოთ შესაბამისად  $x_n, y_n, z_n$ . ინფორმაციის რაოდენობა დროის ერთეულში განისაზღვრება როგორც ჯამი ყველა იმ მაპროვოცირებელი, თუ მშვიდობისმყოფელი ინფორმაციებისა, რომლებსაც ავრცელებენ მხარეები მასობრივი ინფორმაციის საშუალებებით. შევთანხმდეთ, რომ ყოველი მხარე, დასახული მიზნის მისაღწევად ეყრდნობა პიარტექნოლოგიის ცნობილ ფორმულას - შესაბამისი ინფორმაციის გავრცელების ინტენსივობა ზრდის მისი ზემოქმედების ეფექტურობას.

პოპულაციის დინამიკის, საომარი მოქმედებების ლანჩესტერის მათემატიკური მოდელების [8,9,14,15,49] ანალიზმა და მათი ანალოგების გამოყენებამ სოციალურ მეცნიერებებში მიგვიყვანა ინფორმაციული ომის ზოგად წრფივ დისკრეტულ მათემატიკურ მოდელამდე:

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha_1 x_n + \alpha_2 y_n - \alpha_3 z_n \\ y_{n+1} - y_n = \beta_1 x_n + \beta_2 y_n - \beta_3 z_n \\ z_{n+1} - z_n = \gamma_1 x_n + \gamma_2 y_n + \gamma_3 z_n \end{cases} \quad (4.1)$$

საწყისი მნიშვნელობით

$$x_n|_{n=0} = x_0, \quad y_n|_{n=0} = y_0, \quad z_n|_{n=0} = z_0, \quad (4.2)$$

სადაც  $\alpha_1, \alpha_3, \beta_2, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2 > 0$ ,  $\gamma_3 \geq 0$ ,  $\alpha_2, \beta_1$  - მუდმივი კოეფიციენტებია. ეს კოეფი-



ციენტები წარმოადგენენ მოდელის მუდმივებს. ამასთან  $\alpha_1, \beta_2$  დაკავშირებულები არიან შესაბამისად პირველი და მეორე მხარეების მაპროვოცირებადი განცხადებების ზრდასთან მესამე მხარის არ არსებობის შემთხვევაში. ინფორმაციული ომის ზოგად წრფივ დისკრეტულ მათემატიკურ მოდელში (4.1) პირველი და მეორე მხარეების მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობის ცვლილება წრფივადაა დაკავშირებული ანტაგონისტურ და მშვიდობისმყოფელ მხარეთა მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობაზე.

მშვიდობისმყოფელი მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობის ცვლილება წრფივადაა დაკავშირებულია სამივე მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობაზე. საწყისი მნიშვნელობაში (4.2)  $x_0, y_0, z_0$ , არაუარყოფითი სიდიდეებია, ამასთან: a) თუ  $x_0 > 0, y_0 > 0$ , მაშინ ორივე მხარეა ინფორმაციული ომის ინიციატორი. b) თუ  $x_0 > 0, y_0 = 0$ , მაშინ პირველი მხარეა ინფორმაციული ომის ინიციატორი. c) თუ  $x_0 = 0, y_0 > 0$ , მაშინ მეორე მხარეა ინფორმაციული ომის ინიციატორი.

მესამე მხარე თავიდან არ ავრცელებს არანაირ ინფორმაციას (არაპრევენციული მოდელი  $z_0 = 0$ ) ან აკეთებს პრევენციისთვის დამახასიათებელ მშვიდობისმყოფელ განცხადებებს ( $z_0 > 0$ ) და შემდეგ იწყებს რეაგირებას ანტაგონისტურ მხარეთა მიერ გავრცელებულ განცხადებებზე.

ინფორმაციული ომის წრფივ დისკრეტულ მათემატიკურ და კომპიუტერულ მოდელებთან არსებობს არაწრფივი დისკრეტული მოდელები, რომლებსაც ამ თავის სათანადო პარაგრაფებში განვიხილავთ.

#### **§ 4.1. მოწინააღმდეგის იგნორირების არაპრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი**

ანტაგონისტურ მხარეებს, რომლებიც ერთნაირი ინტენსიურობით ეწევიან ინფორმაციულ ომს, შეუძლიათ იგნორირება გაუკეთონ მოწინააღმდეგე მხარის გავრცელებულ ინფორმაციას, მაგრამ ამასთან ერთნაირად ყურად იღებენ მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მოწოდებებს. ამ შემთხვევაში ინფორმაციული ომის ზოგადი წრფივი დისკრეტული მათემატიკური მოდელიდან (4.1) მიიღება მოწინააღმდეგის იგნო-

რირების მათემატიკური მოდელი. ამ შემთხვევაში, ინფორმაციული ომის ზოგად წრფივ დისკრეტულ მათემატიკური მოდელში (4.1) ზოგიერთი კოეფიციენტი შეიძლება ჩავთვალოთ ნულის ტოლი. კერძოდ,  $\alpha_2$  და  $\beta_1$  ნულის ტოლია. ჩავთვალოთ ასევე, რომ  $\gamma_3=0$ , და ამასთან მესამე მხარე ერთნაირად რეაგირებს ანტაგონისტურ მხარეების მიერ გავრცელებულ ინფორმაციებზე. ამდენად ჩავთვალოთ  $\alpha_1 = \beta_2 = \alpha$ ,  $\alpha_3 = \beta_3 = \beta$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ .

მაშინ სისტემა (2.1) მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha x_n - \beta z_n \\ y_{n+1} - y_n = \alpha y_n - \beta z_n \\ z_{n+1} - z_n = \gamma(x_n + y_n) \end{cases} \quad (4.1.1)$$

სადაც

$$x_0, y_0, z_0, z_n|_{n=1} = z_1, z_1 = \gamma(x_0 + y_0) \quad (4.1.2)$$

მხარეთა მიერ დროის საწყის მომენტში გავრცელებული ინფორმაციებია.  $z_0 = 0$ -ისთვის გვაქვს არაპრევენციული შემთხვევა. ამოვხსნათ (4.1.1) სისტემა (4.1.2) საწყისი პირობებით სადაც შევკრიბოთ (4.1.1) სისტემის პირველი ორი განტოლება და მესამის გათვალისწინებით მივიღებთ მეორე რიგის სხვაობიან განტოლებას.

$$z_{n+2} - (\alpha + 2)z_{n+1} + (\alpha + 2\beta\gamma + 1)z_n = 0 \quad (4.1.3)$$

სადაც საწყისი მნიშვნელობებია

$$z_0; z_1 = z_0 + \gamma(x_0 + y_0) \quad (4.1.4)$$

(4.1.3) განტოლებისთვის შევადგინოთ მეორე რიგის მახასიათებელი პოლინომი -

$$\lambda^2 - (\alpha + 2)\lambda + (\alpha + 2\beta\gamma + 1) = 0 \quad (4.1.5)$$

(4.1.5) მახასიათებელი განტოლების ფესვებია:

$$\lambda_1 = \frac{\alpha + 2 + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2}; \quad \lambda_2 = \frac{\alpha + 2 - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} \quad (4.1.6)$$

(4.1.5) მახასიათებელი განტოლების (4.1.6) ფესვებზეა დამოკიდებული (4.1.3) სხვაობიანი განტოლების ამონახსნები.

1)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , ამ შემთხვევაში სხვაობიანი განტოლების ამონახსნებს აქვს შემდეგი სახე

$$z_n = \frac{z_0(1 - \lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \lambda_1^n + \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \lambda_2^n \quad (4.1.7)$$

ჩავსვათ რა (4.1.7)-ს (4.1.1) სისტემის პირველ განტოლებაში, გვაქვს

$$x_{n+1} = (\alpha + 1)^n x_n - \beta \frac{z_0(1-\lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \lambda_1^n - \beta \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \lambda_2^n \quad (4.1.8)$$

ჩავწეროთ სხვაობიანი განტოლების ამონახსნი (4.1.8) შემდეგი სახით:

$$x_n = (\alpha + 1)^n x_0 - \beta \frac{z_0(1-\lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \frac{(\alpha + 1)^n - \lambda_1^n}{\alpha + 1 - \lambda_1} - \beta \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \frac{(\alpha + 1)^n - \lambda_2^n}{\alpha + 1 - \lambda_2} \quad (4.1.9)$$

ანალოგიურად მოვიქცეთ (4.2.1) სისტემის მეორე განტოლებისთვის, შედეგად მივიღებთ ამონახსნს  $y_n$  -ის მიმართ

$$y_n = (\alpha + 1)^n y_0 - \beta \frac{z_0(1-\lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \frac{(\alpha + 1)^n - \lambda_1^n}{\alpha + 1 - \lambda_1} - \beta \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \frac{(\alpha + 1)^n - \lambda_2^n}{\alpha + 1 - \lambda_2} \quad (4.1.10)$$

აღვნიშნოთ

$$A \equiv \frac{z_0(1-\lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}}; \quad B \equiv \frac{z_0(\lambda_1 - 1) - \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}}; \quad (4.1.11)$$

$$A_1 \equiv \frac{\beta A}{(\alpha + 1 - \lambda_1)}; \quad B_1 \equiv \frac{\beta B}{(\alpha + 1 - \lambda_2)}$$

მაშინ (4.1.7), (4.1.9) და (4.1.10) ჩაიწერება შესაბამისად

$$z_n = A\lambda_1^n + B\lambda_2^n \quad (4.1.12)$$

$$x_n = (x_0 - A_1 - B_1)(\alpha + 1)^n + A_1\lambda_1^n + B_1\lambda_2^n \quad (4.1.13)$$

$$y_n = (y_0 - A_1 - B_1)(\alpha + 1)^n + A_1\lambda_1^n + B_1\lambda_2^n \quad (4.1.14)$$

2)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ . ამ შემთხვევაში მახასიათებელ განტოლებას ერთი ორჯერადი ფესვი აქვს  $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{\alpha + 2}{2}$ . მაშინ (4.1.3) სხვაობიან განტოლებას (4.1.4) საწყისი პირობებით აქვს შემდეგი სახე

$$z_n = z_0 \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^n + \left( \gamma(x_0 + y_0) - \frac{\alpha}{2} z_0 \right) n \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^{n-1} \quad (4.1.15)$$

ჩავსვათ (4.1.15) (4.1.1) სისტემის პირველ განტოლებაში და მიღებული სხვაობიანი განტოლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$x_{n+1} = (\alpha + 1)x_n + \left(\frac{\alpha + 2}{2}\right)^{n-1} \left[ -\beta \left( \gamma(x_0 + y_0) - \frac{\alpha}{2} z_0 \right) n - \beta z_0 \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right) \right] \quad (4.1.16)$$

(4.2.16) სხვაობიანი განტოლების კერძო ამონახსნი ვეძებთ განუსაზღვრელი კოეფიციენტის მეთოდით. ვთქვათ, მას აქვს შემდეგი სახე

$$x_n^{(p)} = \left(\frac{\alpha + 2}{2}\right)^{n-1} [C_1 n + C_2] \quad (4.1.17)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განუსაზღვრელი კოეფიციენტები მოიძებნება მას შემდეგ რაც (4.1.17) ჩაისმება (4.1.16)-ში.

$$x_n^{(p)} = \left(\frac{\alpha + 2}{2}\right)^{n-1} \left[ \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) n + \frac{1}{4} (\alpha + 2) (x_0 + y_0) \right] \quad (4.1.18)$$

(4.1.16)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების ზოგად ამოხსნას აქვს შემდეგი სახე

$$x_n^{(c)} = C(\alpha + 1)^n \quad (4.1.19)$$

(4.1.16) სხვაობიანი განტოლების ამოხსნა არის ჯამი (4.1.18) კერძო და (4.1.19), (4.1.16)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების ზოგადი ამოხსნისა. ამ ჯამიდან  $n = 0$  -სთვის განვსაზღვრავთ  $C$  -ს მნიშვნელობას და ჩავწერთ ამონახსნს:

$$x_n = \frac{x_0 - y_0}{2} (1 + \alpha)^n + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) n \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} + \frac{x_0 + y_0}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^n \quad (4.1.20)$$

(4.1.1) სისტემის მეორე განტოლებისთვისაც ანალოგიურად ვიქცევით და მეორე უცნობის  $y_n$  მნიშვნელობას ვიპოვიანთ სიმეტრიულის  $x_0$  და  $y_0$  -ების მიმართ (4.1.20) - ში

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2} (1 + \alpha)^n + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) n \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} + \frac{x_0 + y_0}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^n \quad (4.1.21)$$

3)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ , ამ შემთხვევაში (4.1.5) მახასიათებელ განტოლებას აქვს კომპლექსური ფესვები და (4.1.3) სხვაობიანი განტოლების ამონახსნს, (4.1.4) საწყისი პირობით გათვალისწინებით, აქვს სახე:

$$z_n = (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi) \quad (4.1.22)$$

სადაც

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha + 2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{z_0 \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0} \quad (4.1.23)$$

ჩავსვათ (4.1.22) (4.1.1) სისტემის პირველ განტოლებაში და მიღებული სხვაობიანი განტოლება ჩავწეროთ შემდეგი სახით

$$x_{n+1} = (\alpha + 1)x_n - \beta(\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \phi) \quad (4.1.24)$$

(4.1.24) სხვაობიანი განტოლების კერძო ამონახსნი ვეძებთ განუსაზღვრელი კოეფიციენტების მეთოდით. ვთქვათ მას აქვს შემდეგი სახე

$$x_n^{(p)} = (C_1 \sin(n\theta + \phi) + C_2 \cos(n\theta + \phi))(\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.25)$$

სადაც  $C_1$  და  $C_2$  განუსაზღვრელი კოეფიციენტები მოიძებნება მას შემდეგ რაც (4.1.25) ჩაისმება (4.1.24)-ში.

$$x_n^{(p)} = \frac{\sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{4\gamma} \left( \alpha \sin(n\theta + \phi) + \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2} \cos(n\theta + \phi) \right) \times (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.26)$$

(4.1.24)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების ზოგად ამონახსნს აქვს შემდეგი სახე

$$x_n^{(c)} = C(\alpha + 1)^n \quad (4.1.27)$$

(4.1.24) სხვაობიანი განტოლების ამონახსნა არის ჯამი (4.1.26) კერძო და (4.1.27), (4.1.24)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების ზოგად ამონახსნისა. ამ ჯამს ჩავსვამთ (4.1.24)-ში და ვიპოვიტ  $C$ -ს მნიშვნელობას და ჩავწეროთ ამონახსნს:

$$x_n = \frac{x_0 - y_0}{2} (\alpha + 1)^n + \frac{\sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{4\gamma} \times \left( \alpha \sin(n\theta + \phi) + \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2} \cos(n\theta + \phi) \right) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.28)$$

(4.1.1) სისტემის მეორე განტოლებისთვისაც ანალოგიურად ვიქცევით და მეორე უცნობის  $y_n$  მნიშვნელობას ვიპოვიტ, რომელიც სიმეტრიულია  $x_0$  და  $y_0$ -ის მიმართ (4.1.28) -ში

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2}(1 + \alpha)^n + \frac{\sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}}}{4\gamma} \times$$

$$\times (\alpha \sin(n\theta + \phi) + \sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2} \cos(n\theta + \phi)) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.29)$$

გადავწეროთ (4.2.28) და (4.2.29) ამონახსნები შემდეგნაირად:

$$x_n = \frac{x_0 - y_0}{2}(1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \cdot \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.30)$$

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2}(1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \cdot \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.31)$$

სადაც

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha} \quad (4.1.32)$$

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ , სთვის როცა არ არის პრევენცია  $z_0 = 0$ , გარდაქმნების შემდეგ (4.1.11)-ის გათვალისწინებით, (4.1.12)-(4.1.14) მიიღებენ სახეს:

$$z_n = \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} (\lambda_1^n - \lambda_2^n) \quad (4.1.33)$$

$$x_n = \frac{x_0 - y_0}{2}(1 + \alpha)^n + \frac{2\beta\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} - \frac{\lambda_2^n}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \quad (4.1.34)$$

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2}(1 + \alpha)^n + \frac{2\beta\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} - \frac{\lambda_2^n}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \quad (4.1.35)$$

$x_0 = y_0$ , ამ შემთხვევაში, როცა დაპირისპირებულმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარ სასტარტო პირობებში, (4.1.33)-(4.1.35) მიიღებენ შემდეგ სახეს:

$$z_n = \frac{2\gamma x_0}{\sqrt{D}} (\lambda_1^n - \lambda_2^n) \quad (4.1.36)$$

$$x_n = \frac{4\beta\gamma x_0}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} - \frac{\lambda_2^n}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \quad (4.1.37)$$

$$y_n = \frac{4\beta\gamma x_0}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} - \frac{\lambda_2^n}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \quad (4.1.38)$$

შევნიშნოთ, რომ დადებით რიცხვთა მიმდევრობა  $z_n (n = 1, 2, 3, \dots)$  (4.1.36)-დან მისი წრაფვის პლუს უსასრულობისკენ, როცა  $n \rightarrow \infty$ . მართლაც გადავწეროთ (4.1.36) ორი მიმდევრობის ნამრავლის სახით

$$z_n = \frac{2\gamma x_0}{\sqrt{D}} \lambda_1^n \left[ 1 - \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right] > 0 \quad n=1,2,\dots \quad (4.1.39)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ

$$1 < \lambda_2 < \lambda_1 < 1 + \alpha \quad (4.1.40)$$

პირველი მიმდევრობა მიისწრაფვის პლუს უსასრულობისკენ, ხოლო მეორე კი სასრული რიცხვისკენ, გამომდინარეობს, რომ  $z_n \rightarrow \infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ეხლა გადავწეროთ  $x_n > 0$ ,  $n=0,1,2,\dots$  მიმდევრობა (4.1.37) ორი მიმდევრობის ნამრავლის სახით

$$x_n = \frac{4\beta\gamma x_0}{\sqrt{D}} \frac{\lambda_1^n}{\alpha - \sqrt{D}} \left( 1 - \frac{\alpha - \sqrt{D}}{\alpha + \sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right) \quad (4.1.41)$$

(4.1.37)-დან ორმაგი უტოლობის:  $0 < \alpha - \sqrt{D} < \alpha + \sqrt{D}$  - ის გათვალისწინებით გამომდინარეობს, რომ პირველი მიმდევრობა მიისწრაფვის პლიუს უსასრულობისკენ, ხოლო მეორე კი სასრული რიცხვისკენ, აქედან კი ვასკვნით, რომ  $x_n \rightarrow \infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ანალოგიური მსჯელობით (4.1.38) -ის მიმართ, მივიღებთ რომ,  $y_n \rightarrow \infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ .

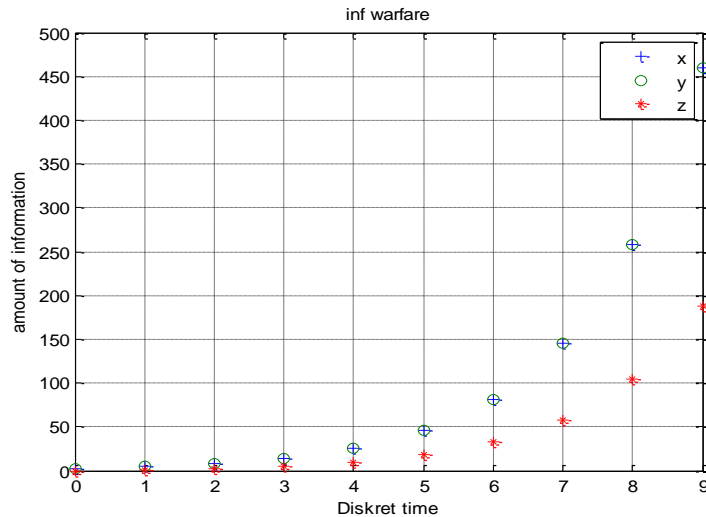
ამდენად, ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში, როცა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  და არის ანტაგონისტურ მხარეთა თანაბარი სასტარტო პირობები ( $x_0 = y_0$ ) ეს დაპირისპირებული მხარეები აძლიერებენ აქტივობას. მიმდევრობები  $x_n$ ,  $y_n$ ,  $z_n$  მონოტონურად იზრდება პლუს უსასრულობისკენ ე.ი. ინფორმაციული ომი არ წყდება, პირიქით, სულ უფრო იზრდება, მწვავედება. იხილე ლისტინგი 4.1.1, ნახატი 4.1.1.

ლისტინგი 4.1.1.

```

alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=9; x0=2.5; y0=2.5;
d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma); l1=(alfa+2+d)/2; l2=(alfa+2-d)/2; n=0:N;
z1=gamma*(x0+y0); z=z1*(l1.^n-l2.^n)/d; k=l1.^n/(alfa-d)-l2.^n/(alfa+d);
x=((x0-y0)*(1+alfa).^n)/2+2*beta*gamma*(x0+y0)*k/d;
y=((y0-x0)*(1+alfa).^n)/2+2*beta*gamma*(x0+y0)*k/d; plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*')
title('inf warfare') legend('x','y','z')
xlabel('Diskret time') grid on
ylabel('amount of information')

```



ნახატი 4.1.1. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D>0$ , ტოლი სასტარტო პირობები

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; x_0 = y_0 = 2,5$$

$x_0 > y_0$ . თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე, მაშინ მიმდევრობა (4.1.34) დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავი. (4.1.34) გამოსახულების მარჯვენა მხარის მეორე წევრი (4.1.33) -ის მსგავსი ჩვენ უკვე გამოვიკვლიეთ ზემოთ და იგი დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავია, მას ემატება მიმდევრობება  $\frac{x_0 - y_0}{2}(1 + \alpha)^n$  - დადებითი, ზრდადი და ზემოდან შემოუსაზღვრავი. ე.ი.  $x_n$  მიმდევრობა დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავია. რაც შეეხება მიმდევრობას  $y_n$ , ის  $n = 0$ -სთვის არის  $y_0$  - დადებითია, მიმდევრობის შემდეგი წევრი  $y_1 = y_0(1 + \alpha)$  წინაზე მეტია, ე.ი. მიმდევრობა იწყებს ზრდას, მაგრამ როცა  $n \rightarrow \infty$ ,  $y_n \rightarrow -\infty$ . მართლაც გადავწეროთ (4.1.35) შემდეგნაირად:

$$y_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \frac{2\beta\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}(\alpha - \sqrt{D})} \cdot \left( \frac{\lambda_1}{1 + \alpha} \right)^n \left( 1 - \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \frac{\alpha - \sqrt{D}}{\alpha + \sqrt{D}} \right) \right) \quad (4.1.42)$$

$y_n$  მიმდევრობის წევრის ნიშანს განსაზღვრავს (4.1.42) გამოსახულების მეორე თანამამრავლის ნიშანი, რადგან ეს თანამამრავლი პირველისგან განსხვავებით, რომელიც მუდამ დადებითია და მისი წრფის პლუს უსასრულობისკენ, იცვლის ნიშანს დადებითიდან უარყოფითზე. ეს ფაქტი გამომდინარეობს იქიდან, რომ



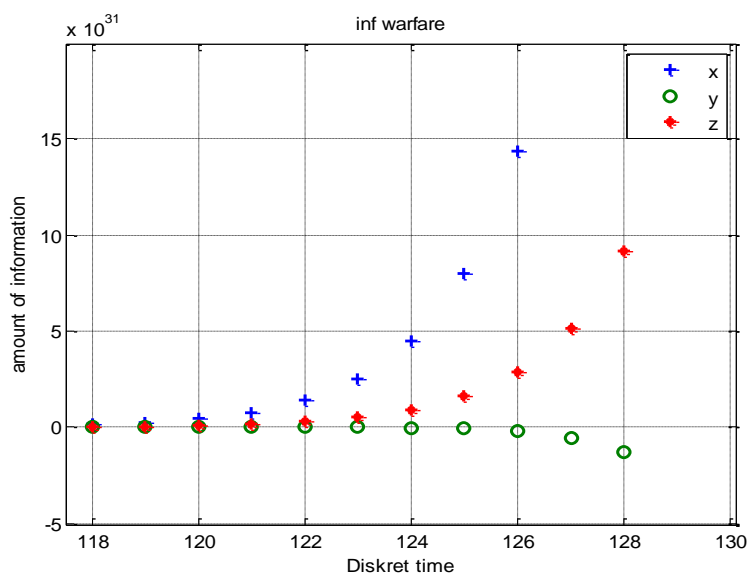
$0 < \frac{\lambda_1}{1+\alpha} < 1$ , და ამის გამო მეორე თანამამრავლის მეორე შესაკრები ხდება რაგინდ მცირე დიდი  $n$ -სთვის. ამდენად, დადგება მომენტი, როცა ნატურალური რიცხვისთვის  $n_*$ ,  $y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_*+1$  -სთვის კი უკვე უარყოფითია. თუნცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $y_n$  შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_*$  ნატურალური რიცხვისთვის. ასეთი  $n_*$  აქ და შემდგომშიც, ჩაითვლება მხარეთა ნულზე გასვლად და იგი უნდა ვეძებოთ, როგორც მოდელის ერთ-ერთი ამონახსნი.  $n_*$ -ის მნიშვნელობა განისაზღვრება როცა მას მივანიჭებთ  $x_*$  -ის მთელ ნაწილს, რომელიც არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$\frac{y_0 - x_0}{2} + \frac{2\beta\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}(\alpha - \sqrt{D})} \left( \frac{\lambda_1}{1+\alpha} \right)^x \left( 1 - \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^x \frac{\alpha - \sqrt{D}}{\alpha + \sqrt{D}} \right) = 0 \quad (4.1.43)$$

შევნიშნოთ, რომ  $z_n$  მიმდევრობა მიისწრაფის პლიუს უსასრულობისკენ, როცა  $n \rightarrow \infty$ . რადგანაც

$$z_n = \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} (\lambda_1^n - \lambda_2^n) \quad (4.1.44)$$

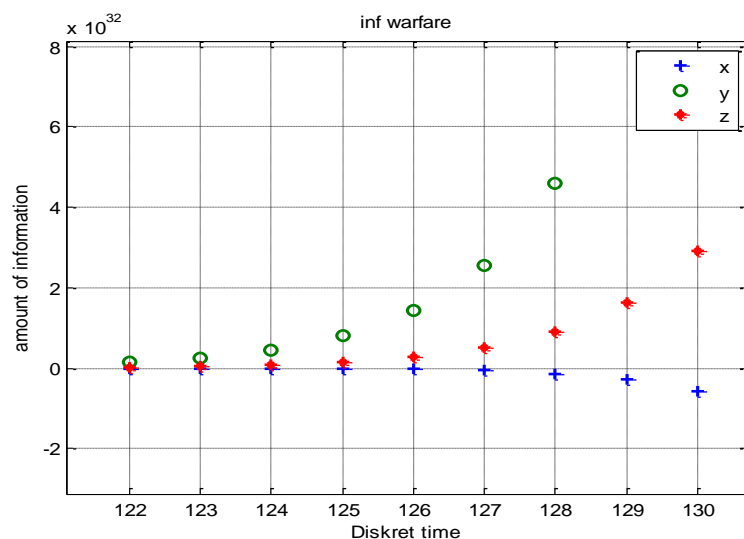
გამოიკვლევა ისევე როგორც ეს გაკეთდა ზემოთ. ანუ პირველი მხარე ზრდის ინფორმაციულ შეტევებს, მეორე თავიდან ასევე იწყებს ინფორმაციული შეტევების გაზრდას, მაგრამ, მიაღწევს რა გარკვეულ მაქსიმუმს, იწყებს მათ შემცირებას, ხოლო დროთა განმავლობაში კი მათ სრულად ასრულებს. ხოლო რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს - მესამე მხარეს, ის სულ უფრო ზრდის სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობას, მაგრამ ახდენს ზემოქმედებას მხოლოდ მეორე მხარეზე, პირველზე კი ვერა. იხილე ნახატი 4.1.2 .



ნახატი 4.1.2 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; x_0 > y_0 \quad x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5$$

$x_0 < y_0$ . თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები ნაკლებია მეორის სასტარტო პირობაზე, ანუ  $x_0 < y_0$ , მაშინ მხარეები ცვლიან როლებს და მივიღებთ წინა პუნქტის სიმეტრიულ რეზულტატებს, - აქ უკვე მეორე მხარე აძლიერებს ინფორმაციულ შეტევებს. რაც შეეხება პირველ მხარეს, თავიდან ის ასევე იწყებს ინფორმაციულ შეტევების გაზრდას, მაგრამ, მიაღწევს რა გარკვეულ მაქსიმუმს, იწყებს მათ შემცირებას, ხოლო დროთა განმავლობაში კი სრულად ასრულებს მათ. ხოლო რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს - მესამე მხარეს, ის სულ უფრო ზრდის სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობას, მაგრამ ახდენს ზემოქმედებას მხოლოდ პირველ მხარეზე, მეორეზე კი ვერა,  $z_n$  მისწრაფის პლუს უსასრულობისკენ როცა  $n \rightarrow \infty$ . იხილე ნახატი 4.1.3.



ნახატი 4.1.3 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა ნაკლებია

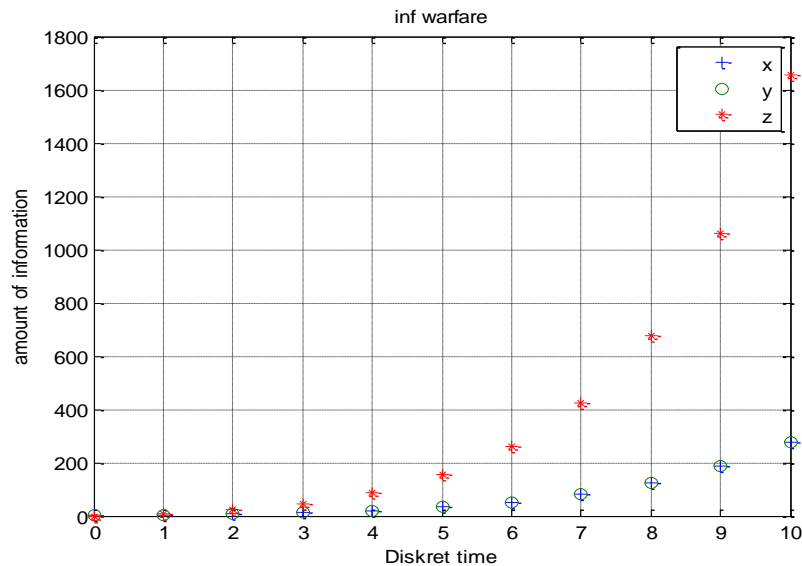
მეორეზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 < y_0$   $x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5$

ამდენად მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ), შეუძლია მხოლოდ ნაწილობრივ მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე. კერძოდ იგი ზემოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეზე, თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარ საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ). ამასთან მესამე მხარე ზემოქმედებს იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის სასტარტო პირობები უფრო "სუსტია", ანუ მცირე. და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა თავდაპირველად აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, შემდეგ კი ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს, ბოლოს კი სრულიად წყვეტს მათ. იმ შემთხვევაში კი, როცა ანტაგონისტურ მხარეებს თანაბარი სასტარტო პირობები ( $x_0 = y_0$ ) აქვთ, მაშინ ორივე დაპირისპირებული მხარე აძლიერებს აქტივობას, ე.ი. ინფორმაციული ომი არ წყდება, პირიქით, სულ უფრო იზრდება, მწვავდება, მიუხედავად იმისა, რომ მესამე მხარეც ზრდის თავის აქტივობას.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსი ( $\alpha$ ) ჯერ კიდევ დიდია და ადგილი აქვს ანალოგიებს  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევაში. ვანახოთ, რომ ეს ასეა.

$x_0 = y_0$ . ამ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა არ მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაცი-





ნახატი 4.1.4. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D=0$ , ტოლი სასტარტო პირობები

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0. \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 1,6 \quad x_0 = y_0 \quad x_0=2,5= y_0=2,5$$

$x_0 > y_0$ . თუ ანტაგონისტური მხარეებიდან პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე, მაშინ პირველი მხარისთვის მიმდევრობა (4.1.20) დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავია:  $x_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$ , რადგანაც  $x_n$  - ესაა ჯამი და ნამრავლი უსასრულოდ დიდი მიმდევრობებისა. ამავე მოსაზრებებით საერთაშორისო ორგანიზაციები ზრდიან მშვიდობისმყოფელი (4.1.15) მოწოდებების რაოდენობას, ნათელია, რომ მშვიდობისმყოფელი ორგანიზაციების მოწოდებები ვერ ახდენენ ზემოქმედებას პირველ ანტაგონისტურ მხარეზე, ის აგრძელებს ინფორმაციული შეტევის გაზრდას. და პირიქით, მეორე მხარე დროთა განმავლობაში წყვეტს ინფორმაციულ ომს. მართლაც გადავწეროთ (4.1.21) შემდეგნაირად

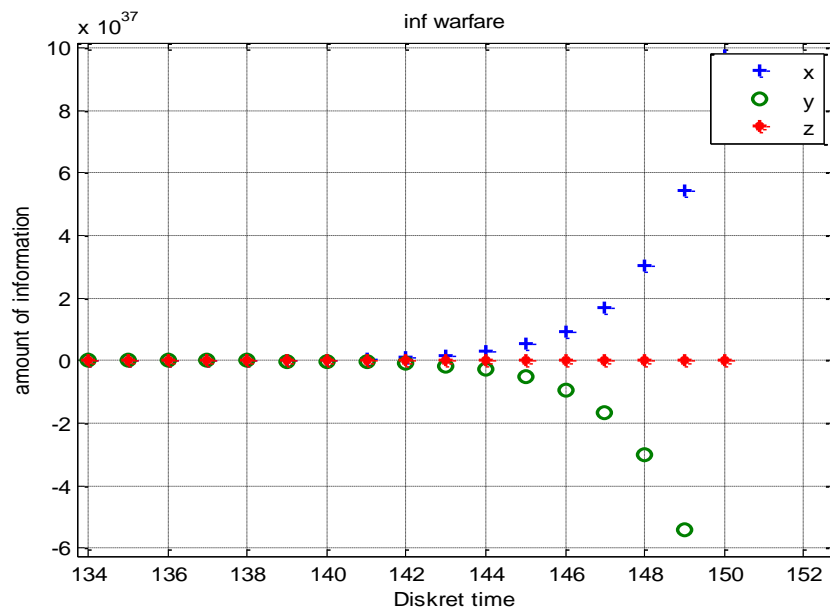
$$y_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + (x_0 + y_0) \left( \frac{\alpha + 2}{2\alpha + 2} \right)^n \left( \frac{4\beta\gamma}{\alpha(\alpha + 2)} n + \frac{1}{2} \right) \right) \quad (4.1.48)$$

$n = 0$  -სთვის მისი შესაბამისი წევრი  $y_0$  დადებითია, მიმდევრობის შემდეგი წევრი  $y_1 = y_0(\alpha + 1)$  წინაზე მეტია, ე.ი. იწყებს ზრდას, მაგრამ როცა  $n \rightarrow \infty$ ,  $y_n \rightarrow -\infty$ . მართლაც,  $y_n$  მიმდევრობის წევრების ნიშანს განსაზღვრავს (4.1.48) გამოსახულების მეორე თანამამრავლის ნიშანი, რადგანაც იგი პირველი თანამამრავლისგან განსხვავებით, რომელიც ნიშანს არ იცვლის და სულ დადებითია, იცვლის ნიშანს დადებითი-

დან უარყოფითზე. ეს გამომდინარეობს იქიდან, რომ  $0 < \frac{\alpha + 2}{2\alpha + 2} < 1$ , და ამდენად მეორე თანამამრავლის მეორე შესაკრები გახდება რაგინდ მცირე შესაბამისად დიდი  $n$ -ებისთვის. ამდენად, დადგება მომენტი, როცა ნატურალური რიცხვისთვის  $n_*$ ,  $y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_* + 1$ -სთვის კი უკვე უარყოფითია. თუმცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $y_n$  შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_*$  ნატურალური რიცხვისთვის.  $n_*$ -ის პოვნა შეიძლება, თუ კი მას გავუტოლებთ  $x_*$ -ის მთელ ნაწილს, რომელიც არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$\frac{y_0 - x_0}{2} + (x_0 + y_0) \left( \frac{\alpha + 2}{2\alpha + 2} \right)^x \left( \frac{4\beta\gamma}{\alpha(\alpha + 2)} x + \frac{1}{2} \right) = 0 \quad (4.1.49)$$

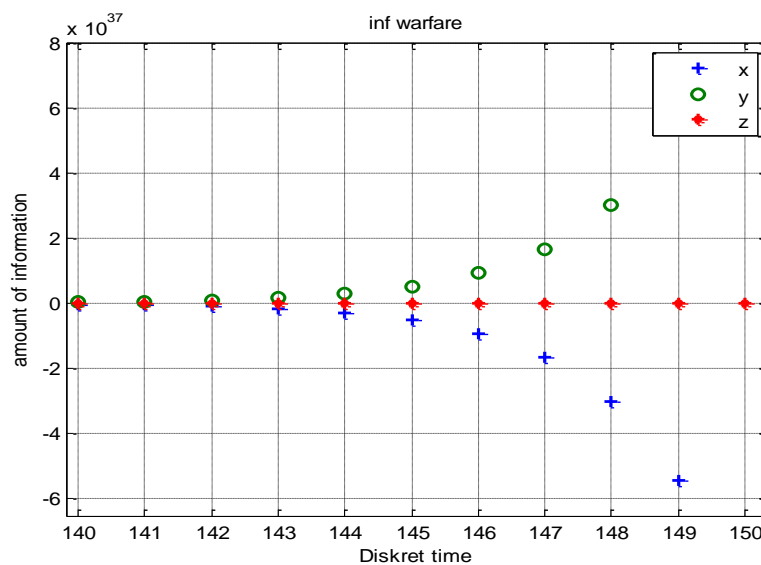
ამრიგად პირველი მხარე ზრდის ინფორმაციულ შეტევებს, მეორეც თავიდან ასევე იწყებს ინფორმაციული შეტევების გაზრდას, მაგრამ, მიაღწევს რა გარკვეულ მაქსიმუმს, იწყებს მათ შემცირებას, და დროის განმავლობაში ასრულებს მათ. ხოლო რაც შეეხება მესამე მხარეს, ის სულ უფრო ზრდის სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობას, მაგრამ ახდენს ზემოქმედებას მხოლოდ მეორე მხარეზე, პირველზე კი ვერა. იხილეთ ნახატი 4.1.5.



ნახატი 4.1.5 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D=0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0. \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 1,6 \quad x_0 > y_0 \quad x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5$$

$x_0 < y_0$ . თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები ნაკლებია მეორისაზე, ანუ  $x_0 < y_0$ , მაშინ მხარეები ცვლიან როლებს და მივიღებთ წინა პუნქტის სიმეტრიულ რეზულტატებს, - აქ უკვე მეორე მხარე აძლიერებს ინფორმაციულ შეტევებს. რაც შეეხება პირველ მხარეს, თავიდან ის ასევე იწყებს ინფორმაციული შეტევის გაზრდას, მაგრამ, მიაღწევს რა გარკვეულ მაქსიმუმს, იწყებს მათ შემცირებას, ხოლო დროთა განმავლობაში კი სრულად ასრულებს მათ. ხოლო რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს - მესამე მხარეს, ის სულ უფრო ზრდის სამშვიდობო მოწოდებების რაოდენობას, მაგრამ ახდენს ზემოქმედებას მხოლოდ პირველ მხარეზე, მეორეზე კი ვერა,  $z_n$  მიისწრაფის პლუს უსასრულობისკენ როცა  $n \rightarrow \infty$ . იხილე ნახატი 4.1.6.



ნახატი 4.1.6 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D=0$ , პირველის სასტარტო პირობა ნაკლებია

მეორეზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ .  $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 1,6$   $x_0 < y_0$   $x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5$

ამდენად მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ), შეუძლია მხოლოდ ნაწილობრივ მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე. კერძოდ იგი ზემოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეზე, თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარ საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ). ამასთან, მესამე მხარე ზემოქმედებს იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის სასტარტო პირობები უფრო "სუსტია", ანუ მცირე. და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა თავდაპირველად აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ

ომში, გადის მაქსიმუმზე, შემდეგ კი ამცირებს ინფორმაციულ შეტევას, ბოლოს კი სრულიად წყვეტს მათ. იმ შემთხვევაში კი, როცა ანტაგონისტურ მხარეებს თანაბარი სასტარტო პირობები ( $x_0 = y_0$ ) აქვთ, მაშინ ორივე დაპირისპირებული მხარე აძლიერებს აქტივობას, ე.ი. ინფორმაციული ომი არ წყდება, პირიქით, სულ უფრო იზრდება, მწვავედება, მიუხედავად იმისა, რომ მესამე მხარეც ზრდის თავის სამშვიდობო აქტივობას.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსისა ( $\alpha$ ) კვადრატი ნაკლებია სამშვიდობო მზადყოფნის ( $\beta$ ) და სამშვიდობო აქტივობის ( $\gamma$ ) გარვამაგებული ნამრავლისა. მოსალოდნელია, რომ სამშვიდობო აქტივობა "მოთოკავს" ანტაგონისტური მხარის აგრესიულობას.

$x_0 = y_0$ . მართლაც, თუ საერთაშორისო ორგანიზაციებმა არ მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება ანტაგონისტურ მხარეებზე შედეგიანია. გადვწეროთ (4.1.30) და (4.1.31)

$$x_n = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \frac{4\gamma x_0}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.50)$$

$$y_n = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \frac{4\gamma x_0}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.51)$$

$$n_* = \left[ \frac{\pi - \omega}{\theta} \right] \quad (4.1.52)$$

სადაც  $n_*$ , მთელი ნაწილია- $\left[ \frac{\pi - \omega}{\theta} \right]$ ; და მისთვის  $x_n, y_n$ , ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_* + 1$ -სთვის ისინი უკვე უარყოფითები არიან. თუმცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $x_n, y_n$ , შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_*$  ნატურალური რიცხვისთვის. ანუ პირველი და მეორე მხარეები გადიან ნულზე. შევნიშნოთ, რომ  $\theta, \omega$  განისაზღვრებიან (4.1.22) და (4.1.32) -დან შესაბამისად. რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს,

$$z_n = \frac{4\gamma x_0}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.53)$$



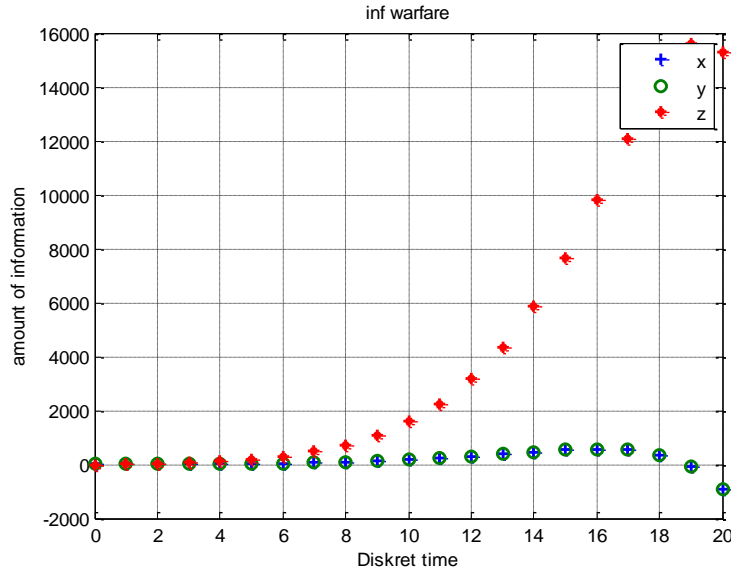
ისინი გადიან ნულზე  $n_{**} = \left\lceil \frac{\pi}{\theta} \right\rceil$ -ში,  $z_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_* + 1$ -სთვის ის უკვე უარყოფითია. თუმცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $z_n$ , შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_{**}$  ნატურალური რიცხვისთვის. ე.ი. მესამე მხარე ასრულებს მშვიდობისმყოფელი განცხადებების გავრცელებას მას შემდეგ, ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაასრულეს ინფორმაციული ომი:  $n_* < n_{**}$ . იხილე ლისტინგი 4.1.3, ნახატი 4.1.7.

ლისტინგი 4.1.3

```

alfa=0.8; beta=0.05; gamma=2; N=20;
x0=2.5; y0=2.5; d=sqrt(8*beta*gamma-alfa^2);
omega=atan(d/alfa); teta=atan(d/(alfa+2));
n=0:N; k=sqrt((alfa+2*beta*gamma+1).^n);
z1=2*gamma*(x0+y0)/d; z2=z1*sqrt(beta/(2*gamma));
z=z1*sin(teta*n).*k;
x=((x0-y0)*(1+alfa).^n)/2+z2*sin(teta*n+omega).*k;
y=((y0-x0)*(1+alfa).^n)/2+z2*sin(teta*n+omega).*k;
plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'LineWidth',1.5)
title('inf warfare')
legend('x','y','z')
xlabel('Diskret time')
grid on
ylabel('amount of information')

```



ნახატი 4.1.7. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 2 \quad x_0 = y_0 \quad x_0 = 2,5 = y_0$$

$x_0 > y_0$ . თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე, მაშინ (4.1.30)-დან, გავუტოლებთ რა ნულს  $x_n$ -ს, ვიპოვიოთ  $n_*$ -ს, დისკრეტულ დროს, რომლისათვისაც პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს

$$\frac{x_0 - y_0}{2}(1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}}(x_0 + y_0)\sin(n\theta + \omega)(\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} = 0 \quad (4.1.54)$$

(4.1.54)-დან მივიღებთ

$$\sin(n\theta + \omega) = -\frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)}\sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}}\left(\frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1}\right)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.55)$$

(4.1.55)-ის ამოხსნა არსებობს იმ შემთხვევაში, როცა

$$-1 \leq -\frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)}\sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}}\left(\frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1}\right)^{\frac{n}{2}} \leq 1 \quad (4.1.56)$$

ან რაც ჩვენს შემთხვევაში ექვივალენტურია

$$0 \leq \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)}\sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}}\left(\frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1}\right)^{\frac{n}{2}} \leq 1 \quad (4.1.57)$$

განვიხილოთ მაჩვენებლიანი გამოსახულებისთვის

$$\left(\frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1}\right)^{\frac{n}{2}}, \quad (4.1.58)$$

სამი შემთხვევა:

a) ფუძე ერთის ტოლია -  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} = 1$ , რაც მიიღწევა იმ შემთხვევაში, თუ

$\alpha, \beta, \gamma$  აკმაყოფილებს პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \alpha = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} \end{cases} \quad (4.1.59)$$

და მაშინ (4.1.57) სრულდება ყველა  $n$ -სთვის, რადგანაც

$$0 \leq \frac{x_0 - y_0}{(x_0 + y_0)} \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{8\beta\gamma}} < 1$$

ხოლო (4.1.54)-ის ამონახსნისთვის აღნიშნოთ, მთელი ნაწილი  $t_*$  -სი, რომელიც შემდეგი განტოლების ამონახსნია

$$\sin(t\theta + \omega) = -\frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \quad (4.1.60)$$

და ჩავთვალოთ

$$n_{*,1} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \right) + \frac{\pi - \omega}{\theta} \right] \quad (4.1.61)$$

სადაც კვადრატული ფრჩხილები აქ და ყველგან აღნიშნავს ფრჩხილებში მოთავსებული სიდიდის მთელ ნაწილს. მაშინ  $n = n_{*,1}$  -სთვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$  ითვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. რაც შეეხება მეორე მხარეს

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2} (1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} (x_0 + y_0) \sin(n\theta + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.1.62)$$

თუ (4.1.60) გახდება ნული ან უარყოფითი, ეს ნიშნავს იმას, რომ მეორე მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი.  $y_0$  დადებითია, ასევე დადებითია მეორე წევრიც  $y_1 = (1 + \alpha)y_0 > y_0 > 0$  ე.ი. თავიდან მიმდევრობა ზრდადია, მაგრამ შემდეგ იგი მცირდება და ნულის ტოლი ან ნულზე ნაკლები ხდება. მართლაც, ჩავწეროთ (4.1.60) შემდეგნაირად

$$y_n = (1 + \alpha)^{\frac{n}{2}} \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} (x_0 + y_0) \sin(n\theta + \omega) \left( \frac{\alpha + 2\beta\gamma + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \quad (4.1.63)$$

(4.1.61)-ში პირველი თანამამრავლი ყოველთვის დადებითია და ზრდადი, მეორე კი ნიშანცვლადია, რადგანაც

$$\left| \frac{y_0 - x_0}{2} \right| < \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} (x_0 + y_0)$$

და როგორც კი მეორე თანამამრავლი გახდება ნული ან უარყოფითი, მაშინ  $y_n$  -ც გახდება ნული ან უარყოფითი, ვნახოთ თუ რა დროს მოხდება ეს. ამისთვის გავუტოლოთ ნულს (2.61)-ის მეორე თანამამრავლი

$$\frac{y_0 - x_0}{2} + \sqrt{\frac{2\beta\gamma}{-D}} (x_0 + y_0) \sin(n\theta + \omega) = 0 \quad (4.1.64)$$

(2.62) ამონახსნის საშუალებით შევარჩიოთ  $n$  -ის ის მნიშვნელობა როცა (2.61) ან ნულია ან უარყოფითი, ამასთან ვეძებთ პირველივე ასეთ  $n$  -ს. ვთქვათ

$$n_{*,2} = [t_*] = \left[ -\frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{y_0 - x_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \right) - \frac{\omega}{\theta} \right] \quad (4.1.65)$$

სადაც  $t_*$  (2.62) განტოლების ამონახსნია უწყვეტი დამოუკიდებელი ცვლადის მიმართ. თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $y_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*,2} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და  $n_{*,2}$  -სთვის  $y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_{*,2} + 1$  -სთვის კი უკვე უარყოფითი. ამასთან საერთაშორისო ორგანიზაციები ასრულებენ მშვიდობისმყოფელ აქტიურობას. და ეს მოხდება, როცა

$$z_n = (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \cdot \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{-D}} \sin(n\theta) = 0 \quad (4.1.66)$$

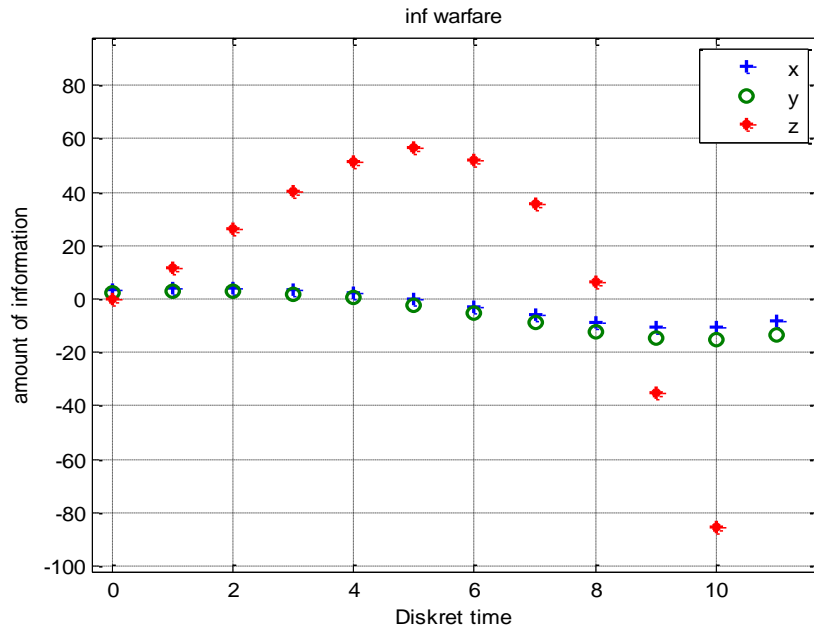
აქედან კი

$$n_{*,3} = [t_*] = \left[ \frac{\pi}{\theta} \right] \quad (4.1.67)$$

შევნიშნოთ, რომ

$$n_{*2} < n_{*1} < n_{*3} \quad (4.1.68)$$

იხილეთ ნახატი 4.1.8.



ნახატი 4.1.8. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთის ტოლია  $p=1$

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,1708; \beta = 0,05; \gamma = 2 \quad x_0 > y_0 \quad x_0 = 3.5 > y_0 = 2.5$$

b) ფუძე ერთზე მეტია  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} > 1$ , რაც მიიღწევა, თუ  $\alpha, \beta, \gamma$  აკმაყოფი-

ლებენ პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} < \alpha \end{cases} \quad (4.1.69)$$

(4.1.69) -დან გამომდინარეობს, რომ

$$\frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} . \quad (4.1.70)$$

ამ შემთხვევაში კი (4.1.55) -ის ამოხსნა  $n_{*,1}$  (4.1.57)-ის გათვალისწინებით, უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას

$$0 < n_{*,1} < 2 \log_p \left( \frac{x_0 + y_0}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (4.1.71)$$

ხოლო  $n_{*,1}$  - არის  $t_*$  მთელი ნაწილი, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას

$$t_* = \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{x_0 + y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{8\beta\gamma}} p^{t_*/2} \right) + \frac{\pi - \omega}{\theta} \quad (4.1.72)$$

თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $x_n$  ხდება

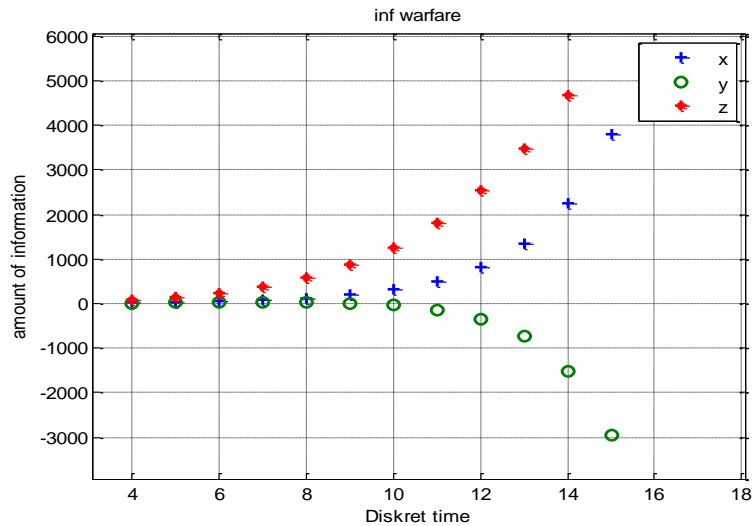
ნული და იგი  $n_{*,1} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და ვიტყვით, რომ  $n = n_{*,1}$  -სთვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$  ითვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ორივე შემთხვევაში ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. მაგრამ (4.1.71) და (4.1.72) შეიძლება არ სრულდებოდეს, და პირველი მხარე ვერ გადის ნულზე, ვანახოთ, რომ ეს შესაძლებელია. გადავწეროთ (4.1.30) შემდეგნაირად

$$x_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{x_0 - y_0}{2} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \omega) \left( \frac{\alpha + 2\beta\gamma + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \quad (4.1.73)$$

(4.1.73)-ის მარჯვენა მხარის პირველი თანამამრავლი დადებითია, ზრდადია და ზემოდან შემოუსაზღვრავი, მეორე თანამამრავლი კი  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} > 1$  -ის გამო შემოსაზღვრულია და მიისწრაფის სასრული რიცხვი  $\frac{x_0 - y_0}{2}$  -სკენ. ეს რიცხვი დადებითია, ამიტომ  $x_n \rightarrow \infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ , თანაც ისე რომ მისი არც ერთი წევრი არ გახდება უარყოფითი. ეს გამომდინარეობს დიდი  $n$  ისთვის (4.1.73) -ის მეორე თანამამრავლის მეორე შესაკრებში ტრიგონომეტრიული ფუნქციის - სინუსის შემდგომ არსებული კოეფიციენტისგან,  $p > 1$ -ის გათვალისწინებით, ანუ მაჩვენებლიანი გამოსახულების სწრაფი ზრდადობის გამო; მცირე  $n$  -სთვის კი (4.1.73) -ის მეორე თანამამრავლის მეორე შესაკრებში ტრიგონომეტრიული ფუნქციის - სინუსის წინ არსებული კოეფიციენტის სიმცირის გამო, რაც გამოწვეულია (4.1.70)-ში აგრესიულობის კოეფიციენტის  $\alpha$  -ს მარჯვენა ზედა ზღვართან სიახლოვეთ. ამ შემთხვევაში პირველი მხარე ვერ გადის ნულზე, ანუ არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს, პირიქით ალვივებს მას. მეორე მხარე კი

$$y_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \omega) \left( \frac{\alpha + 2\beta\gamma + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \quad (4.1.74)$$

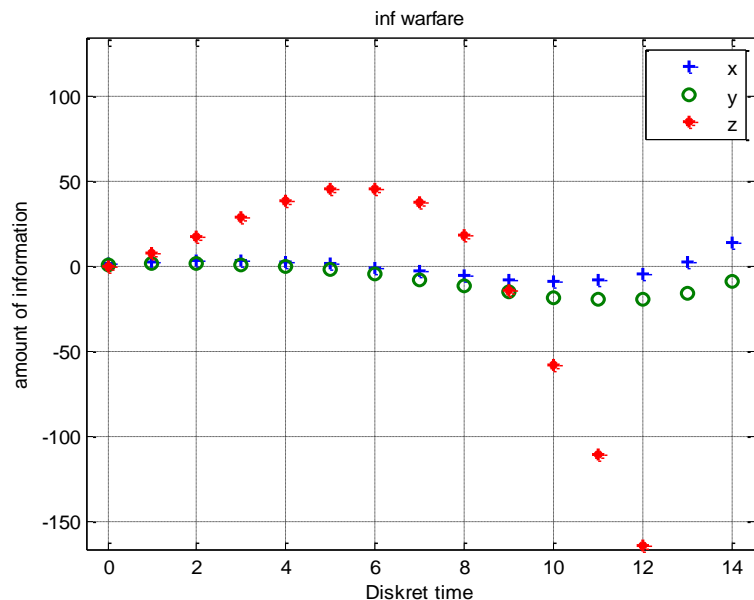
(4.1.74)-ის ძალით და ანალოგიური მსჯელობიდან გამომდინარე ხდება უარყოფითი, ანუ გადის ნულზე და ასრულებს ინფორმაციულ ომს. იხილეთ ნახატი 4.1.9 .



ნახატი 4.1.9. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$  და ალფა მარჯვენა ზღვართანაა ახლოს

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 > y_0 \quad x_0 = 2,5; y_0 = 1,5$$

თუ კი  $\alpha$ -სა და (4.1.72) -ში მარჯვენა ზედა ზღვარს შორის მანძილი იზრდება, ანუ  $\alpha$  უახლოვდება  $\frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2}$ -ს ზემოდან მაშინ ორივე ანტაგონისტური მხარეები იწყებენ ინფორმაციული შეტევის შემცირებას და საბოლოოდ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს. იხილეთ ნახატი 4.1.10.



ნახატი 4.1.10. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$  და ალფა მარცხენა ზღვართანაა ახლოს

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,25; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 > y_0 \quad x_0 = 2,5 \quad y_0 = 1,5$$

ამ შემთხვევაში მეორე მხარესთვის სამართლიანია, რომ დროის რომელიღაც დის-

კრეტულ მომენტში  $y_n$  ხდება უარყოფითი, ანუ მეორე მხარეც წყვეტს ინფორმაციულ ომს. ამასთან  $n_{*,2}$ -თვის

$$0 < n_{*,2} < 2 \log_p \left( \frac{x_0 + y_0}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (4.1.75)$$

სადაც  $n_{*,2}$  არის  $t_*$ -ს მთელი ნაწილი, იგი კი არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$t_* = \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{t_*} \right) + \frac{\pi - \omega}{\theta} \quad (4.1.76)$$

სამშვიდობო ორგანიზაციები ამ შემთხვევაშიც ასრულებენ თავის აქტიურობას და მათვის სამართლიანია (4.1.67).

ც) ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} < 1$  - , რაც მიიღწევა მაშინ, როცა  $\alpha, \beta, \gamma$

აკმაყოფილებენ პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \alpha < \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} \end{cases} \quad (4.1.77)$$

(4.1.77)-დან გამომდინარე  $0 < \alpha < \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2}$  . ამ შემთხვევაში კი (4.1.55) -ის

ამოხსნა  $-n_{*,1}$  (4.1.57)-ის გათვალისწინებით, უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას

$$n_{*,1} > 2 \log_p \left( \frac{x_0 + y_0}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (4.1.78)$$

ხოლო  $n_{*,1}$  - არის  $t_*$  მთელი ნაწილი, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას

$$t_* = \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} p^{t_*/2} \right) + \frac{\pi - \omega}{\theta} \quad (4.1.79)$$

რაც შეეხება მეორე მხარეს, ისიც დროის რომელიღაც დისკრეტულ მომენტში ხდება უარყოფითი, ანუ მეორე მხარეც წყვეტს ინფორმაციული ომს. ამასთან  $n_{*,2}$  -თვის

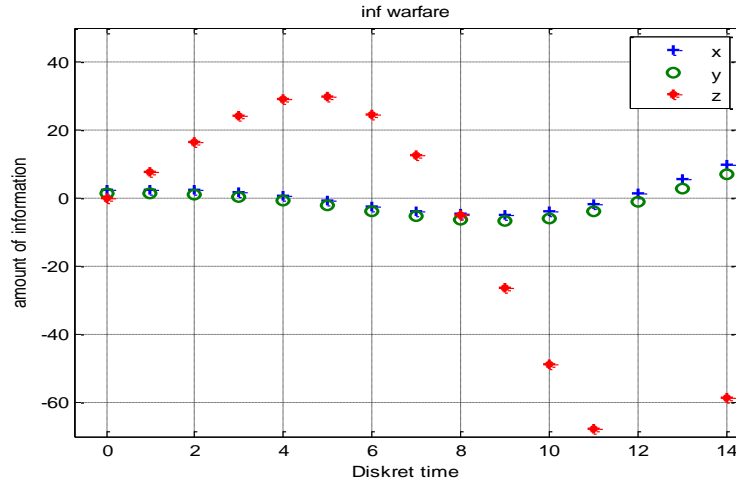
$$n_{*,2} > 2 \log_p \left( \frac{x_0 + y_0}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{8\beta\gamma}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (4.1.80)$$

სადაც  $n_{*,2}$  არის  $t_*$ -ს მთელი ნაწილი, ხოლო ეს უკანასკნელი არის შემდეგი განტოლების ამონახსნი

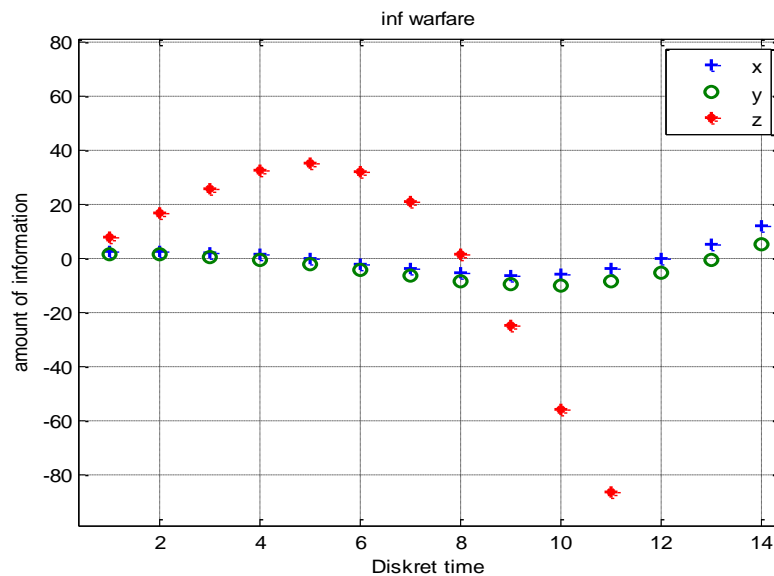


$$t_* = \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2(x_0 + y_0)} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{2\beta\gamma}} p^{1/2} \right) - \frac{\omega}{\theta} \quad (4.1.81)$$

სამშვიდობო ორგანიზაციები ამ შემთხვევაშიც ასრულებენ თავის აქტიურობას და მათვის სამართლიანია (4.1.67). იხილე ნახატი 4.1.11, 2.1.12.



ნახატი 4.1.11. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p < 1$ , ალფა მარცხენა ზღვართანაა ახლოს (ნულთან)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,08$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$ ;  $x_0 > y_0$   $x_0 = 2,5$ ;  $y_0 = 1,5$

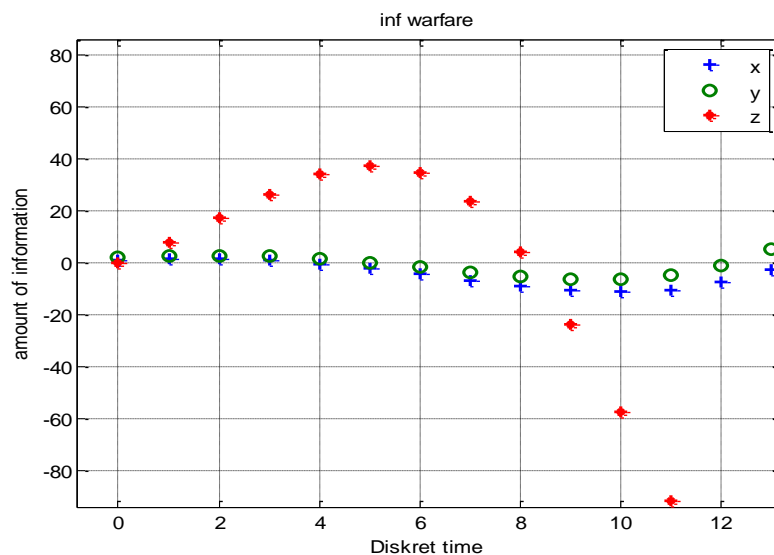


ნახატი 4.1.12. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე და ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p < 1$  ალფა მარჯვენა ზღვართანაა ახლოს (0,1709)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,15$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$ ;  $x_0 > y_0$   $x_0 = 2,5$ ;  $y_0 = 1,5$

ამდენად, როცა  $D < 0$ , და  $(x_0 > y_0)$  პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე

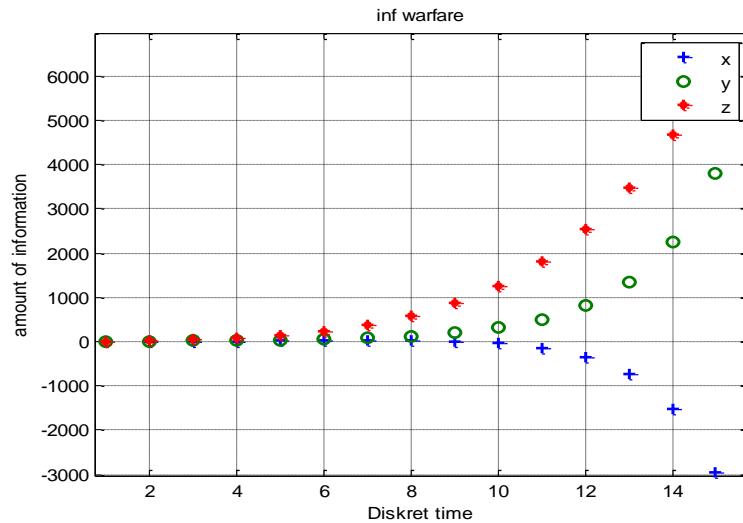
რის სასტარტო პირობაზე, მაშინ გარკვეული პირობებისთვის (სამშვიდობო აქტიურობის კოეფიციენტის გაზრდით) ინფორმაციული ომი სრულდება, ამასთან თავიდან მეორე მხარე, ანუ ის, ვისაც ნაკლები სასტარტო პირობები აქვს, ასრულებს ინფორმაციულ ომს, ხოლო შემდეგ კი პირველი მხარე, მას მეტი სასტარტო პირობები გააჩნია. ინფორმაციული ომის დისკრეტული მათემატიკური მოდელის შესაბამისი პარამეტრების შემთხვევაში მესამე მხარე აღარ ავრცელებს მშვიდობისმყოფელ განცხადებებს, მას მერე რაც პირველი მხარე დაასრულებს ინფორმაციულ ომს.

$x_0 < y_0$  თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან, მეორე მხარის სასტარტო პირობა მეტია პირველის სასტარტო პირობაზე, მაშინ მხარეები ცვლიან როლებს და მივიღებთ წინა პუნქტის სიმეტრიულ რეზულტატებს, ოღონდ, უკვე პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს თავიდან, ხოლო შემდეგ მეორე. იხილე ნახატი 4.1.13.-2.1.16.



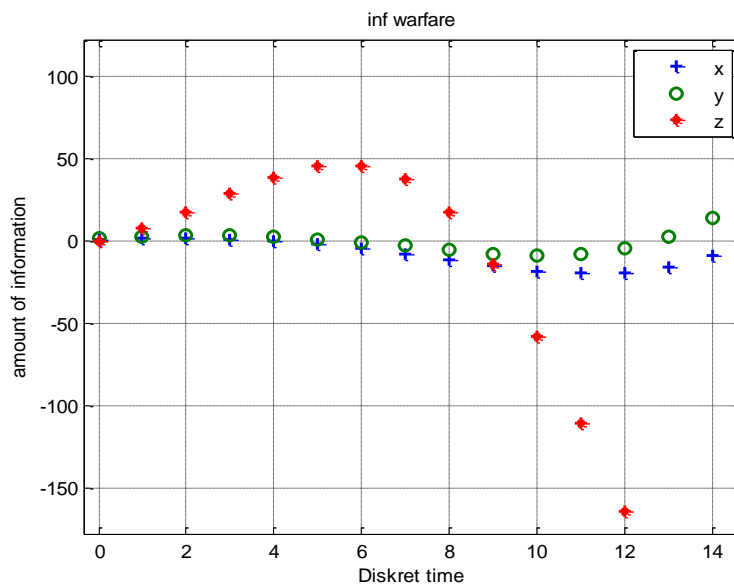
ნახატი 4.1.13. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე და ფუძე ერთის ტოლია  $p=1$ ,

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,1708; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 > y_0 \quad x_0 = 2,5; y_0 = 1,5$$



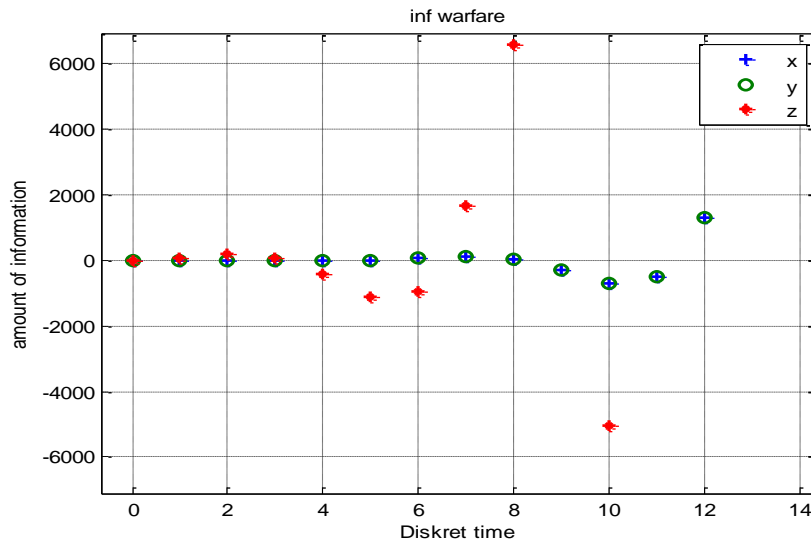
ნახატი 4.1.14. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე და ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$ , ალფა მარჯვენა ზღვართანაა ახლოს (0,8944)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,8$ ;

$$\beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 < y_0 \quad x_0 = 1.5; y_0 = 2.5$$



ნახატი 4.1.15. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , მეორის სასტარტო პირობა მეტია პირველზე და ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$ , ალფა მარცხენა ზღვართანაა ახლოს (0,1708)  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,25$ ;

$$\beta = 0,05; \gamma = 2 \quad x_0 < y_0 \quad x_0 = 1.5 \quad y_0 = 2.5$$



ნახატი 4.1.16. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D < 0$ , მეორის სასტარტო პირობა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$

$$\alpha = 0,05; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 22 \quad x_0 < y_0 \quad x_0 = 1.5 \quad y_0 = 2.5$$

ამდენად, მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ),  $D < 0$  პირობებში შეუძლია სრულად მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე (სამშვიდობო აქტიურობის გაზრდით), აიძულოს მხარეები შეწყვიტონ იგი. კერძოდ, მისი ძალისხმევა წარმატებულია, იმ შემთხვევაშიც კი, როცა ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ).

#### § 4.2. მოწინააღმდეგის იგნორირების პრევენციული ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი

მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკურ მოდელში (4.1.1), ჩავთვალოთ საწყისი მნიშვნელობებია  $x_0, y_0, z_0$ , სადაც  $z_0 > 0$  -პრევენციაა. იმ შემთხვევაში, როცა მესამე მხარის მოქმედებებს ექნება პრევენციული ხასიათი ( $z_0 > 0$ ), მაშინ ანტაგონისტურ მხარეთა აგრესიულობის ინდექსის მაღალი მაჩვენებლის მიუხედავად, საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება ინფორმაციული ომზე უფრო ეფექტურია ვიდრე არაპრევენციულ შემთხვევაში. გამოვიკვლიოთ ინფორმაციული ომის მიმდინარეობა  $D$ -ს სხვადასხვა მნიშვნელობებისთვის.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ . ამ შემთხვევაში ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ დიდი აგრესიულობა ინფორმაციულ ომში. განვიხილოთ ანტაგონისტურ მხარეთა სასტარტო პირობების სხვადასხვა შემთხვევა.

$x_0 = y_0$  , იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიმართეს პრევენციულ ზომებს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე ერთნაირია რადგან  $x_n = y_n$ . მართლაც, ზოგადი ამონახსნებიდან როცა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$

$$z_n = \frac{z_0(1-\lambda_2)+2\gamma x_0}{\sqrt{D}} \lambda_1^n + \frac{z_0(\lambda_1-1)-2\gamma x_0}{\sqrt{D}} \lambda_2^n \quad (4.2.1)$$

$$x_n = \left(\frac{x_0 - y_0}{2}\right)(\alpha + 1)^n + A_1 \lambda_1^n + B_1 \lambda_2^n \quad (4.2.2)$$

$$y_n = \left(\frac{y_0 - x_0}{2}\right)(\alpha + 1)^n + A_1 \lambda_1^n + B_1 \lambda_2^n \quad (4.2.3)$$

$x_0 = y_0$  -ის გათვალისწინებით, გვაქვს

$$x_n = A_1 \lambda_1^n + B_1 \lambda_2^n \quad (4.2.4)$$

$$y_n = A_1 \lambda_1^n + B_1 \lambda_2^n \quad (4.2.5)$$

შევნიშნოთ, რომ  $z_n$  მიმდევრობა არაა დამოკიდებული ანტაგონისტურ მხარეთა სასტარტო პირობების თანაფარდობაზე: იქნება ის  $x_n = y_n$ , თუ  $x_n > y_n$  ანაც  $x_n < y_n$ ,  $z_n$  -ის კვლევის შედეგები იქნება სამართლიანი ამ ყოველი შემთხვევებისთვის. დავადგინოთ  $\lambda_1$  და  $\lambda_2$  -ისთვის,  $1 < \lambda_2 < \lambda_1$  თვისების გარდა სხვა დამოკიდებულებებიც.

$$\lambda_1 - 1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} = \lambda_1^* > 0 \quad (4.2.6)$$

$$1 - \lambda_2 = -\frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} = -\lambda_2^* < 0 \quad (4.2.7)$$

$$\alpha + 1 - \lambda_1 = \frac{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} = \lambda_2^* > 0 \quad (4.2.8)$$

$$\alpha + 1 - \lambda_2 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 8\beta\gamma}}{2} = \lambda_1^* > 0 \quad (4.2.9)$$

$$\alpha + 1 - \lambda_2 > \alpha + 1 - \lambda_1, \quad 1 - \lambda_2 = -\lambda_2^*, \quad \lambda_1 - 1 = \lambda_1^* \quad (4.2.10)$$

გარდავქმნათ  $z_n$

$$z_n = A \lambda_1^n \left( 1 + \frac{B}{A} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right) \quad (4.2.11)$$

მიმდევრობა  $z_n$  როცა  $n \rightarrow \infty$  მიისწრაფის ან  $+\infty$ , ან  $-\infty$  -სკენ, იმისდა მიხედვით, თუ რა ნიშანი აქვს  $A$  სიდიდეს. მართლაც (4.2.11)-ში ფრჩხილებში მოთავსებული თანამამრავლი მიისწრაფის სასრული რიცხვისკენ - ერთისკენ ( $1 < \lambda_2 < \lambda_1$ ) -ის გათვალისწინებით. მეორე თანამამრავლი მიისწრაფის პლიუს უსასრულობისკენ და თუ პირველი თანამამრავლი აღმოჩნდება უარყოფითი, მაშინ მთლიანად  $z_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ .

დავადგინოთ, თუ რომელი  $z_0$ -სთვის კოეფიციენტი  $A < 0$ . იმისათვის, რომ

$$A = \frac{z_0(1 - \lambda_2) + \gamma(x_0 + y_0)}{\sqrt{D}} < 0 \quad (4.2.7)\text{-ის გათვალისწინებით გვექნება } \gamma(x_0 + y_0) - \lambda_2^* z_0 < 0$$

$$\frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} = \frac{2\gamma(x_0 + y_0)}{\alpha - \sqrt{D}} < z_0 \quad (4.2.12)$$

დავადგინოთ, თუ რომელი  $n \geq 1$ -სთვის  $z_n$  გადის ნულზე. (4.2.11) დან გამომდინარეობს, რომ ეს შესაძლებელია, თუ ფრჩხილიანი თანამამრავლი გაუტოლდება ნულს, ანუ:

$$\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^n = -\frac{A}{B}, \text{ ან } \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^n = -\frac{B}{A}, \text{ შევნიშნოთ, რომ ამ უკანასკნელ მაჩვენებლიან განტოლე-}$$

ბას აქვს არაუარყოფითი ამონახსნი, რადგანაც ადვილად მოწმდება, რომ  $-\frac{B}{A} > 1$  ნე-

ბისმიერი  $z_0$  სთვის და ამდენად უტოლობა

$$n = \log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \frac{z_0 \lambda_1^* - \gamma(x_0 + y_0)}{z_0 \lambda_2^* - \gamma(x_0 + y_0)} \geq 1 \quad (4.2.13)$$

სამართლიანია, როცა  $-\frac{B}{A} \geq \frac{\lambda_1}{\lambda_2} > 1$ , მაგრამ ეს ორმაგი უტოლობა სამართლიანია

ნებისმიერი დასაშვები დადებითი  $z_0$ -სთვის და ამდენად,  $z_0$ -ზე (4.2.12) შეზღუდვების გარდა არ გვაქვს კიდევ დამატებითი შეზღუდვა (4.2.13)-ის ამოსახსნელად, რათა ვიპოვოთ  $n$ . შევნიშნოთ, რომ ან (4.2.13)-ს აქვს მთელი ამონახსნი, და მაშინ იგი არის საძებნი მნიშვნელობა, წინააღმდეგ შემთხვევაში თუ კი ავიღებთ

$\log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \frac{z_0 \lambda_1^* - \gamma(x_0 + y_0)}{z_0 \lambda_2^* - \gamma(x_0 + y_0)}$ -ის მთელ ნაწილს და ჩავთვლით

$$n^* = \left[ \log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \frac{z_0 \lambda_1^* - \gamma(x_0 + y_0)}{z_0 \lambda_2^* - \gamma(x_0 + y_0)} \right] + 1 \quad (4.2.14)$$

მაშინ  $n^*$  -სთვის  $z_{n^*}$  დადებითია, ხოლო  $z_{n^*+1}$  უკვე უარყოფითია. განვიხილოთ  $x_n, y_n$  - პირველი და მეორე მხარეების მოქმედებები. (4.2.9) და (4.2.10) თანახმად, განვიხილოთ მხოლოდ  $x_n$ , რადგანაც მისთვის მიღებული შედეგები სამართლიანი იქნება  $y_n$ -სთვის. გადავწეროთ (4.2.9) შემდეგნაირად

$$x_n = A_1 \lambda_1^n \left( 1 + \frac{B_1}{A_1} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right) = \frac{\beta A}{\lambda_2^*} \lambda_1^n \left( 1 + \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1^*} \frac{B}{A} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right) \quad (4.2.15)$$

გამოვიყენოთ (4.2.15) -სთვის ის მსჯელობა, რომელიც ჩავატარეთ (4.2.11)-სთვის და დავადგენთ, რომ  $x_n, y_n$  მიისწრაფიან მინუს უსასრულობისკენ, თუ კოეფიციენტი  $A < 0$ . ეს კი მოხდება (4.2.12) - სთვის, ე.ი.

$$\frac{2\gamma x_0}{\lambda_2^*} = \frac{4\gamma x_0}{\alpha - \sqrt{D}} < z_0 \quad (4.2.16)$$

ამდენად პირველი და მეორე მხარეები ასრულებენ ინფორმაციულ ომს, ანუ  $x_n, y_n$  ხდებიან უარყოფითები რომელიმე  $n \geq 1$ -სთვის. ამ უკანასკნელის საპოვნელად ვიპოვოთ შემდეგი განტოლების ფესვი  $\left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^n = -\frac{B_1}{A_1}$  იმ პირობისთვის, რომ  $n \geq 1$ . ეს კი ექვივალენტურია იმის, რომ სრულდება უტოლობა  $-\frac{B_1}{A_1} \geq \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ , რომლისგანაც გამომდინარეობს, რომ

$$z_0 \leq \frac{\alpha + 1}{\beta} x_0 \quad (4.2.17)$$

(4.2.16) და (4.2.17) -ის გაერთიანებით დავადგენთ  $z_0$ -ის იმ მნიშვნელობებს

$$\frac{2\gamma x_0}{\alpha - \sqrt{D}} < z_0 \leq \frac{\alpha + 1}{\beta} x_0, \text{ როცა}$$

$$n = \log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \left( \frac{z_0 \lambda_1^* - 2\gamma x_0}{z_0 \lambda_2^* - 2\gamma x_0} \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1^*} \right) \geq 1 \quad (4.2.18)$$

ამდენად, როცა სრულდება (4.2.16) და (4.2.17), და მათი გადაკვეთა არ არის ცარიელი სიმრავლე, ანტაგონისტური მხარეები ასრულებენ ინფორმაციულ ომს  $n^{**}$  ნაბიჯზე, რომელიც (4.2.18)-ის ტოლია, თუ კი ეს უკანასკნელი არის ნატურალური რიცხვი. წინააღმდეგ შემთხვევაში ჩავთვალოთ

$$n^{**} = \left[ \log_{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \left( \frac{z_0 \lambda_1^* - 2\gamma x_0}{z_0 \lambda_2^* - 2\gamma x_0} \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1^*} \right) \right] + 1 \quad (4.2.19)$$

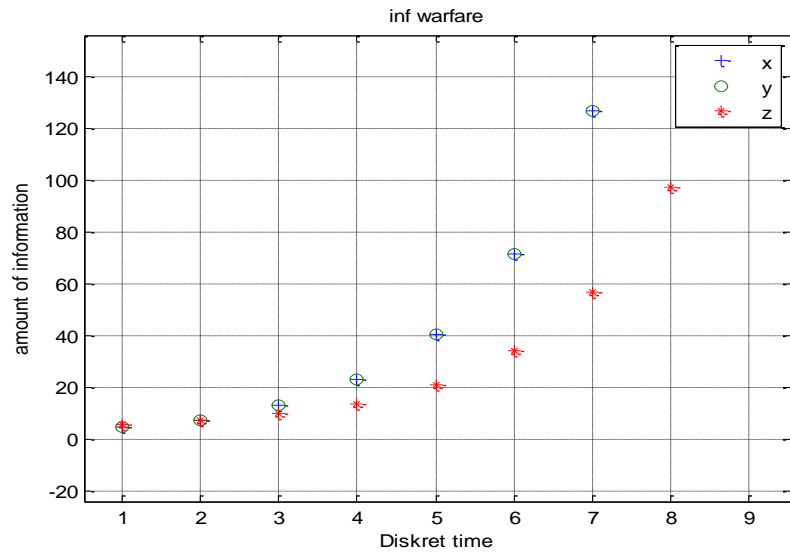
სადაც კვადრატული ფრჩხილები აღნიშნავს ფრჩხილებში მოთავსებული სიდიდის მთელ მნიშვნელობას, და  $n^{**}$ -სთვის  $x_n, y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n^{**} + 1$ -სთვის კი უკვე უარყოფითი, ანუ ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაასრულეს ინფორმაციული ომი.

ამდენად, თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციები შეარჩევენ პრევენციის დონეს  $z_0$  ის-ეთნაირად, რომ შესრულეს პირობები (4.2.16) და (4.2.17), მაშინ სამივე მიმდევრობა  $x_n, y_n, z_n$  ხდება უარყოფითი, ანუ "გადაკვეთს ნულს" - ე.ი. ინფორმაციული ომი სრულდება. თუ კი ეს პირობები არ სრულდება, განსაკუთრებით კი (4.2.16), ინფორმაციული ომი გრძელდება, უფრო მეტიც ღვივდება, რადგანაც (4.2.11) და (4.2.15) -ის თანახმად  $x_n, y_n, z_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$ . იხილეთ ლისტინგი 4.2.1 და ნახატები 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3.

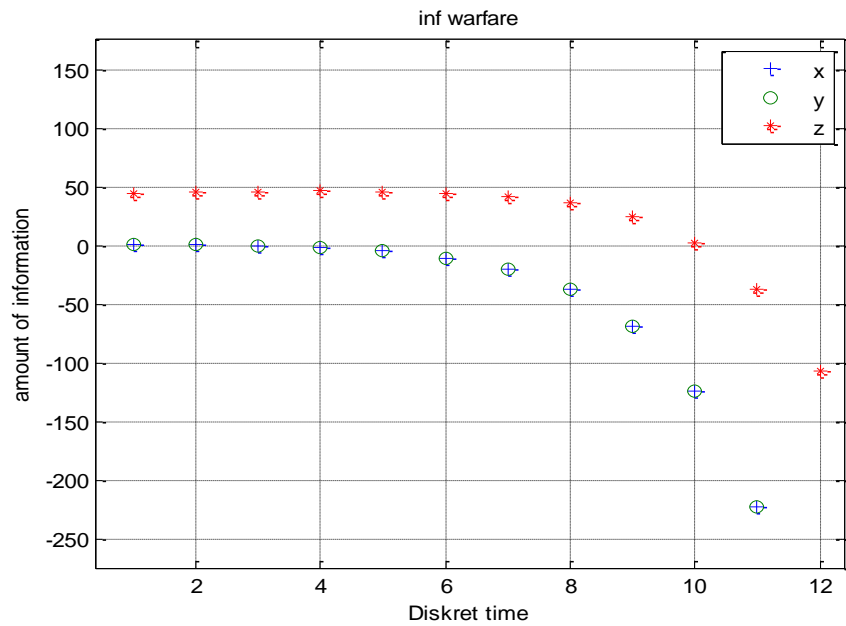
ლისტინგი 4.2.1

```
% diskret ignor d >0 Tanabari sastarto %
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=9;
x0=2.5; y0=2.5; z0=5; d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
l1=(alfa+2+d)/2; l2=(alfa+2-d)/2;
A=(z0*(1-l2)+gamma*(x0+y0))/d; B=(z0*(l1-1)-gamma*(x0+y0))/d;
A1=beta*A/(alfa+1-l1); B1=beta*B/(alfa+1-l2);
qveda=2*gamma*x0/(l2-1); zeda=(alfa+1)*x0/beta;
n=0:N; z=A*11.^n+B*12.^n; z1=A1*11.^n+B1*12.^n;
x=(x0-A1-B1)*(1+alfa).^n+z1;
y=(y0-A1-B1)*(1+alfa).^n+z1;
plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'lineWidth',1.3)
title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on
```



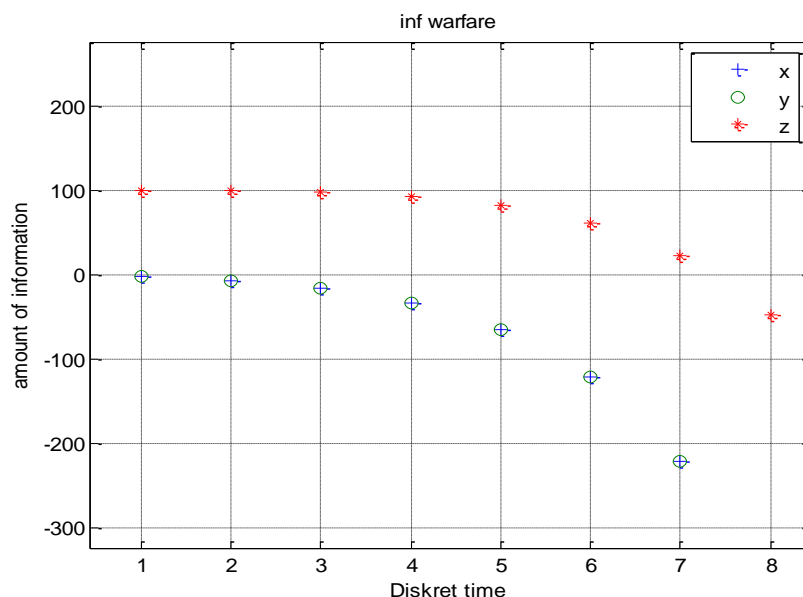


ნახატი 4.2.1 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D>0$  , ტოლი სასტარტო პირობები, მცირე პრევენციით  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 = y_0$   $x_0=2.5=y_0=2.5; z_0=5$



ნახატი 4.2.2 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D>0$  , ტოლი სასტარტო პირობები, ზომიერი პრევენციით, უარყოფითზე გასვლა დროის ერთ ან მეტ ერთეულზე

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16 \quad x_0 = y_0 \quad x_0=2.5=y_0=2.5; z_0=45$$



**ნახატი 4.2.3 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D>0$ , ტოლი სასტარტო პირობები, ძლიერი პრევენციით, უარყოფითზე გასვლა დროის ერთზე ნაკლებ ერთეულზე**

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 0,16 \quad x_0 = y_0 \quad x_0 = 2,5 = y_0 = 2,5 \quad z_0 = 100$$

$x_0 > y_0$ . იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიმართეს პრევენციულ ზომებს  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს სხვადასხვა სასტარტო პირობებში, ამასთან  $x_0 > y_0$ , მაშინ მესამე მხარისთვის - საერთაშორისო ორგანიზაციებისათვის სამართლიანია ზემოთ,  $x_0 = y_0$ ) შემთხვევისთვის, მიღებული შედეგები. კერძოდ თუ სრულდება (4.2.12) პირობა, მაშინ  $z_n$  გადის ნულზე  $n$ -სთვის რომელიც (4.2.14) -ის ტოლია. მეორე მხარისთვის ინფორმაციული შეტევების შეწყვეტა შესაძლებელია შემდეგი პირობებისთვის: გადავწეროთ (4.2.3) შემდეგნაირად:

$$y_n = (\alpha + 1)^n \left[ \frac{y_0 - x_0}{2} + A_1 \left( \frac{\lambda_1}{\alpha + 1} \right)^n + B_1 \left( \frac{\lambda_2}{\alpha + 1} \right)^n \right] \quad (4.2.20)$$

რადგანაც.

$$\lambda_2 < \lambda_1 < \alpha + 1 \quad (4.2.21)$$

როცა  $n \rightarrow \infty$ , მაშინ  $y_n \rightarrow -\infty$ , რადგანაც (4.2.20)-ის პირველი მამრავლი მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ, მერე თანამამრავლი კი სასრული უარყოფითი სიდიდისკენ. მაგრამ მიმდევრობა  $\{y_n\}$  ნიშანცვლადია, რადგანაც  $y_0 > 0$ . მაშასადამე  $\exists n^*$ , რომლისთვისაც ან  $y_{n^*} = 0$ , ან  $y_{n^*} > 0$  და  $y_{n^*+1} < 0$ .  $n^*$  შეიძლება ვიპოვოთ, თუ ამოვხსნით  $n$ -ის მიმართ

შემდეგ განტოლებას:

$$\frac{y_0 - x_0}{2} + \beta \frac{\gamma(x_0 + y_0) - \lambda_2^* z_0}{\lambda_2^* \sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1}{\alpha + 1} \right)^n + \beta \frac{\lambda_1^* z_0 - \gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_1^* \sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_2^*}{\alpha + 1} \right)^n = 0 \quad (4.2.22)$$

თუ  $z_0 > \frac{\alpha}{\beta} y_0$ , მაშინ მეორე მხარე თავიდანვე იწყებს ინფორმაციული შეტევების შემცირებას, და შემდეგ  $\{y_n\}$  გადის ნულზე. თუ  $z_0 < \frac{\alpha}{\beta} y_0$ , მაშინ მეორე მხარე თავიდან იწყებს ინფორმაციული შეტევების გაზრდას, მიაღწევს რა მაქსიმუმს იწყებს მათ შემცირებას და შემდეგ  $\{y_n\}$  გადის ნულზე. თუ  $z_0 = \frac{\alpha}{\beta} y_0$ , მაშინ მეორე მხარე თავიდანვე მუდმივი ინტენსიურობით იწყებს ინფორმაციულ შეტევებს, და მერე მათ ამცირებს და შემდეგ კი  $\{y_n\}$  გადის ნულზე. რაც შეეხება პირველ მხარეს, როცა  $n \rightarrow \infty$ , მაშინ  $x_n \rightarrow +\infty$ , მართლაც (4.2.2) გადავწეროთ

$$x_n = (\alpha + 1)^n \left[ \frac{x_0 - y_0}{2} + A_1 \left( \frac{\lambda_1}{\alpha + 1} \right)^n + B_1 \left( \frac{\lambda_2}{\alpha + 1} \right)^n \right] \quad (4.2.23)$$

(4.2.23) პირველი თანამამრავლი მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ, მეორე კი სასრული დადებითი სიდიდისკენ (4.2.21) -ის ძალით. მაგრამ თუ კი შევარჩევთ საკმაოდ დიდ პრევენციას  $z_0 > 0$  მაშინ  $\{x_n\}$  მიმდევრობა მანამ სანამ  $+\infty$ -სკენ დაიწყებს მისწრაფებას, მისი წევრები გახდებიან უარყოფითი და ამ შემთხვევაში ჩავთვალოთ, რომ პირველმა მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი. განვსაზღვროთ თუ როგორი  $z_0 > 0$  პრევენციისათვისაა ეს შესაძლებელი. ამისთვის განვიხილოთ  $x_n$ -ის უწყვეტი ანალოგი  $x(t)$ , რომლის მნიშვნელობები დისკრეტულ  $t = 0, 1, 2, \dots$  წერტილებში ემთხვევა  $\{x_n\}$  მიმდევრობის შესაბამის წევრებს  $n = 0, 1, 2, \dots$ -სთვის -  $x(n) = x_n$ . ჩავთვალოთ

$$x(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} (\alpha + 1)^t + \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} - z_0 \right) \lambda_1^t + \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( z_0 - \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_1^*} \right) \lambda_2^t \quad (4.2.24)$$

აღვნიშნოთ

$$A = z_0 - \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} \quad B = z_0 - \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_1^*} \quad (4.2.25)$$

$$x(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} (\alpha + 1)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} A \lambda_1^t + \frac{\beta}{\sqrt{D}} B \lambda_2^t \quad (4.2.26)$$

ან ჩავწეროთ (4.2.26) შემდეგნაირად

$$x(t) = \lambda_2^t \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right) \quad (4.2.27)$$

$$x(t) = \lambda_2^t F(t) = \lambda_2^t \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right) \quad (4.2.28)$$

$$F(t) = \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left( A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t - B \right) \right) \quad (4.2.29)$$

შევნიშნოთ, რომ თუ  $F(t)$  ფუნქცია გადაკვეთს აბსცისას, მაშინ  $x(t)$  -ც გადაკვეთს მას, იმავე წერტილებში, ე.ი. თუ  $F(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნულები, მაშინ (4.2.28)-ის თანახმად, იმავე წერტილებში იქნება  $x(t)$  ფუნქციის ნულები. ასე რომ, შეგვიძლია ამ მიმართებით გამოვიკვლიოთ  $F(t)$  და შედეგები გამოვიყენოთ  $x(t)$  -სთვის.  $x(0) = F(0) = x_0 > 0$

ვიპოვოთ  $F(t)$  ფუნქციის სტაციონალური წერტილები  $F'(t) = 0$  განტოლებიდან

$$F'(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} \ln \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} A \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t = 0 \quad (4.2.30)$$

$$\left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_1} \right)^t = \frac{2\beta}{(x_0 - y_0)\sqrt{D}} A \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \quad (4.2.31)$$

(4.2.31) -ს აქვს ამონახსნი, თუ კი მისი მარჯვენა მხარე ერთზე მეტია, ეს კი მოხდება მაშინ, როცა

$$z_0 > \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*} + \frac{x_0 - y_0}{2\beta} \sqrt{D} \log_{\lambda_1/\lambda_2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) = \bar{z}_0 \quad (4.2.32)$$

$$t_0 = \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_1}} \left( \frac{2\beta A}{(x_0 - y_0)\sqrt{D}} \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right) \quad (4.2.33)$$

შევისწავლოთ  $F'(t)$  ფუნქციის ყოფაქცევა  $t_0$  -ს მიდამოში. წარმოვადგინოთ  $F'(t)$

$$F'(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} \ln \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t \left( \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{2\beta A}{(x_0 - y_0)\sqrt{D}} \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \right) \quad (4.2.34)$$

(4.2.34) -ის პირველი სამი თანამამრავლი დადებითია, მეოთხე  $\left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_1} \right)^t - \frac{2\beta}{(x_0 - y_0)\sqrt{D}} A \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)$  კი ნიშანცვლადი, რადგანაც ამ ბოლო მამრავლის პირველი წევრი ზრდადი მაჩვენებლიანი ფუნქციაა, რომელიც  $t_0$  -ში ხდება ნულის

ტო-ლი, ამიტომ  $t_0$ -ის მარცხენა მიდამოში ის იქნება უარყოფითი, მარჯვენა მიდამოში კი დადებითი. იგივე ნიშანცვლადობა აქვს  $F'(t)$  ფუნქციას იმავე არეზე. ამიტომ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ  $t_0$  წერტილი არის  $F(t)$  ფუნქციის ლოკალური მინიმუმის წერტილი.

**ლემა 3.** არსებობს  $z_0$ -ის ისეთი მნიშვნელობები, რომლისთვისაც  $F(t)$  ფუნქცია  $t_0$ -მინიმუმის წერტილში უარყოფითია:  $F(t_0) < 0$ .

**დამტკიცება.** როცა  $z_0 \gg \frac{\gamma(x_0 + y_0)}{\lambda_2^*}$ , მაშინ  $A \approx z_0$  და  $B \approx z_0$ .  $F(t_0)$ -ს აქვს სახე (4.2.29)-

$$\text{ის ძალით: } F(t_0) = \frac{x_0 - y_0}{2} \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^{t_0} - \frac{\beta}{\sqrt{D}} \left[ A \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{t_0} - B \right],$$

$$F(t_0) = \frac{\beta z_0}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{t_0} \left[ \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) - 1 + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{t_0} \right], \quad F(t_0) = \frac{\beta z_0}{\sqrt{D}} \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{t_0} \left[ \log_{\frac{\alpha+1}{\lambda_2}} \left( \frac{\lambda_1}{\alpha+1} \right) + \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{t_0} \right]$$

შევნიშნოთ, რომ ამ ტოლობის ყველა თანამამრავლი. ბოლოს გარდა დადებითია. ხოლო ეს უკანასკნელი კი ხდება უარყოფითი, რადგან მისი პირველი შესაკრები უარყოფითია, მეორე კი იმის გამო რომ დიდი  $z_0$ -სთვის  $t_0$ -ც ასევე რაგინდ დიდი ხდება, იღებს რაგინდ მცირე მნიშვნელობას. **რ.დ.გ.** ლემა 3-ის ძალით  $x(t)$ -ც  $t_0$  წერტილში ხდება უარყოფითი, რომელიდაც  $z_0^* > \bar{z}_0$  პრევენციისთვის. თუ კი  $t_0$ -ს აქვს მთელი მნიშვნელობა, მაშინ  $x(t_0)$ -ს შეესაბამება უარყოფითი  $x_{t_0} \{x_n\}$  მიმდევრობიდან, და ანტაგონისტური მხარე დენად ჩავთვლით რომ პირველი მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ეხლა განვიხილოთ შემთხვევა, როცა  $[t_0] < t_0 < [t_0] + 1$ , ანუ  $t_0 \in [[t_0]; [t_0] + 1]$  მონაკვეთს, და მის საზღვრებს არ ემთხვევა. მაშინ შეიძლება ისე შევარჩიოთ (გავზარდოთ)  $z_0$  რომ, ან  $x([t_0]) = x_{[t_0]} \leq 0$ , ან  $x([t_0] + 1) = x_{[t_0] + 1} \leq 0$ , და მაშინ ვიტყვი, რომ შესაბამისად ან  $n = [t_0]$ , ან  $n = [t_0] + 1$  ში პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. (4.2.30) -ის გათვალისწინებით, შეიძლება შევარჩიოთ  $z_0$  ისე რომ  $[[t_0]; [t_0] + 1]$  მონაკვეთზე სრულდება

$$\begin{aligned} \max_t |F'(t)| &= \max_t \left| \frac{x_0 - y_0}{2} \ln \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\alpha + 1}{\lambda_2} \right)^t - \frac{\beta}{\sqrt{D}} A \ln \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^t \right| < \\ < \max \left\{ \left| \frac{F(t_0)}{t - [t_0]} \right|, \left| \frac{F(t_0)}{[t_0] + 1 - t_0} \right| \right\} = L \end{aligned} \quad (4.2.35)$$

უწყვეტი თავის წარმოებულთან ერთად  $F(t)$  ფუნქცია  $[[t_0]; [t_0]+1]$  მონაკვეთზე ლიფშიცის პირობას აკმაყოფილებს და ან  $F([t_0]) < 0$ , შესაბამისად  $x([t_0]) = x_{[t_0]} < 0$ , ანაც  $F([t_0]+1) < 0$  და შესაბამისად  $x([t_0]+1) = x_{[t_0]+1} < 0$ . შევნიშნოთ, რომ თუ (4.2.35)

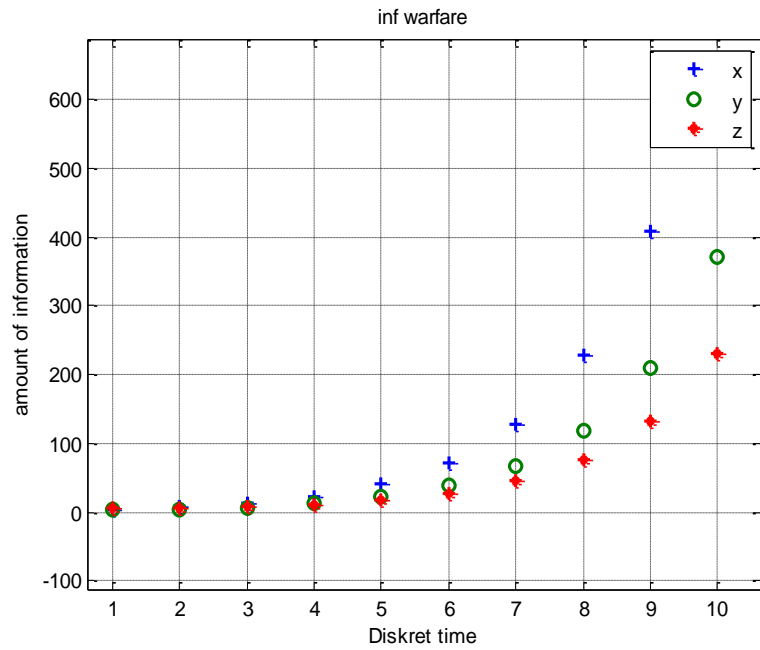
ში ავიღებთ  $\min \left\{ \left| \frac{F(t_0)}{t - [t_0]} \right|, \left| \frac{F(t_0)}{[t_0]+1 - t_0} \right| \right\} = L$  მაშინ ერთროულად სრულდება:

$F([t_0]) < 0$ , შესაბამისად  $x([t_0]) = x_{[t_0]} < 0$ , და  $F([t_0]+1) < 0$ , შესაბამისად  $x([t_0]+1) = x_{[t_0]+1} < 0$ .

ამრიგად, სათანადოთ შერჩეული პრევენციისთვის -  $z_0$ , პირველი მხარე, ისევე როგორც სხვა მხარეები, ასრულებს ინფორმაციულ ომს. იხ. ლისტინგი 4.2.2, ნახატი 4.2.4.-2.2.6.

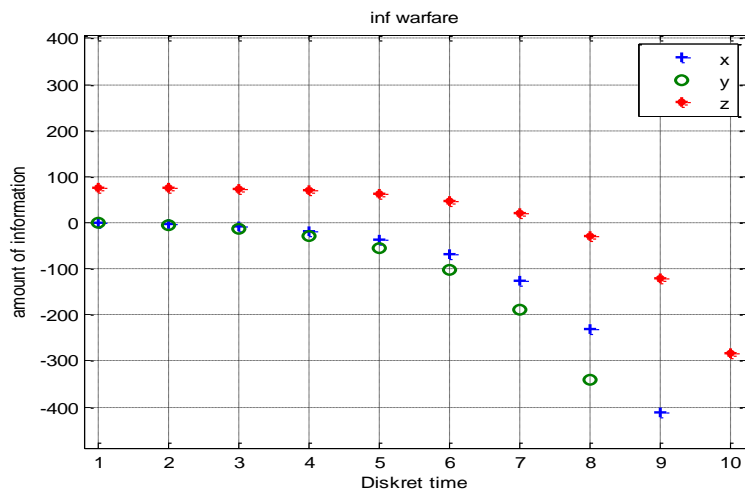
ლისტინგი 4.2.2.

```
% diskret ignor d >0 araTanabari sstarto %
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=160;
x0=2.5; y0=1.5; z0=75; d=sqrt(alfa^2-8* beta* gamma);
l1=(alfa+2+d)/2; l2=(alfa+2-d)/2;
A=(z0*(1-l2)+gamma*(x0+y0))/d; B=(z0*(l1-1)-gamma*(x0+y0))/d;
A1=beta*A/(alfa+1-l1); B1=beta*B/(alfa+1-l2);
qveda=gamma*(x0+y0)/(l2-1); zeda=(alfa+1)*(x0+y0)/(2*beta);
n=0:N; z=A*11.^n+B*12.^n;z1=A1*11.^n+B1*12.^n;
x=((x0-y0)/2)*(1+alfa).^n+z1;
y=((y0-x0)/2)*(1+alfa).^n+z1;
plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'lineWidth',1.5)
title('inf warfare')
legend('x','y','z')
xlabel('Diskret time')
grid on
ylabel('amount of information')
```



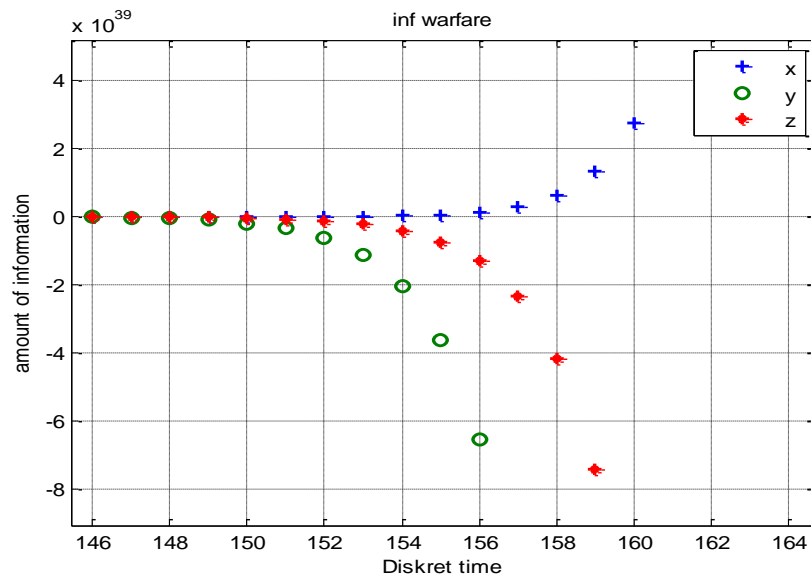
ნახატი 4.2.4. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D>0$  , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, მცირე პრევენციის ( $z_0 = 5$ ) გამო ინფორმაციული ომი არ სრულდება

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5 \quad z_0 = 5$$



ნახატი 4.2.5. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D>0$  , პირველის სასტარტო პირობა მეტია მეორეზე, დიდი პრევენციის ( $z_0 = 75$ ) შედეგად ინფორმაციული ომი სრულდება

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5 \quad z_0 = 75$$



**ნახატი 4.2.6. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D>0$  , პირველის სასტარტო პირობა**

მეტია მეორეზე, დიდი პრევენციის ( $z_0 = 75$ ) მიუხედავად, პირველი მხარე დიდი  $n$ -სთვის გადის

პლუს უსასრულობაზე  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 = 2,5 > y_0 = 1,5$   $z_0 = 75$

$x_0 < y_0$ . იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიმართეს

პრევენციულ ზომებს  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი

დაიწყეს სხვადასხვა სასტარტო პირობებში, ამასთან  $x_0 < y_0$  , მაშინ ვლდებულობთ წინა

შემთხვევის  $x_0 > y_0$  , სიმეტრიულ შედეგებს: დიდი პრევენციის დროს ამჯერად უკვე

მეორე მხარის "გაყვანა" შესაძლებელი ნულზე, მანამ იგი დიდი  $n$ -სთვის მიიღებს

რაგინდ დიდ მნიშვნელობას, ანუ მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს; რაც

შეეხება პირველ და მესამე მხარეებს ისინი სულ ამცირებენ თავიანთ აქტიურობას,

გადიან ნულზე ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს. იხილეთ ლისტინგი 4.2.3, ნახატი

4.2.7 - 2.2.9.

ლისტინგი 4.2.3

% diskret ignor d >0 araTanabari sastarto %

alfa=0.8; beta=0.05; gamma=0.16; N=160;

x0=1.5; y0=2.5; z0=5; d=sqrt(alfa^2-8\* beta\* gamma);

l1=(alfa+2+d)/2; l2=(alfa+2-d)/2;

A=(z0\*(1-l2)+gamma\*(x0+y0))/d; B=(z0\*(l1-1)-gamma\*(x0+y0))/d;

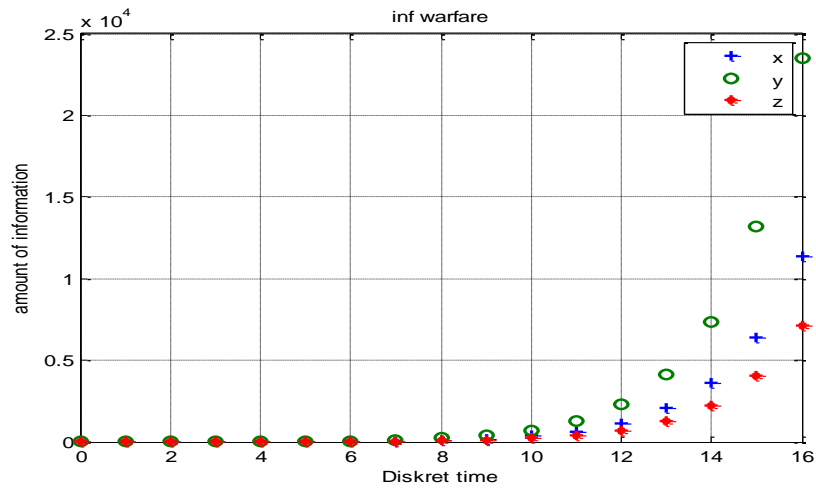
A1=beta\*A/(alfa+1-l1); B1=beta\*B/(alfa+1-l2);



```

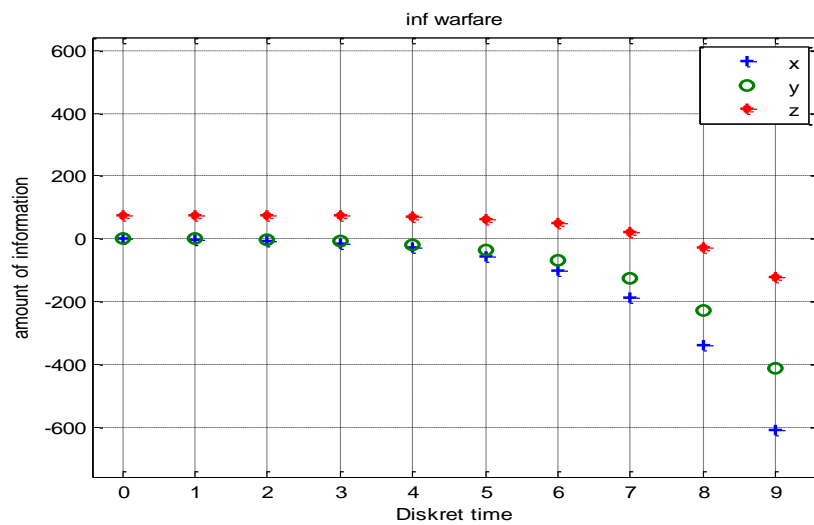
qveda=gamma*(x0+y0)/(l2-1); zeda=(alfa+1)*(x0+y0)/(2*beta);
n=0:N; z=A*11.^n+B*12.^n;z1=A1*11.^n+B1*12.^n;
x=((x0-y0)/2)*(1+alfa).^n+z1;
y=((y0-x0)/2)*(1+alfa).^n+z1;
plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'lineWidth',1.5)
title('inf warfare')
legend('x','y','z')
xlabel('Diskret time')
grid on
ylabel('amount of information')

```



ნახატი 4.2.7. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$ , პირველის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორეზე, მცირე პრევენციის ( $z_0 = 5$ ) გამო ინფორმაციული ომი არ სრულდება

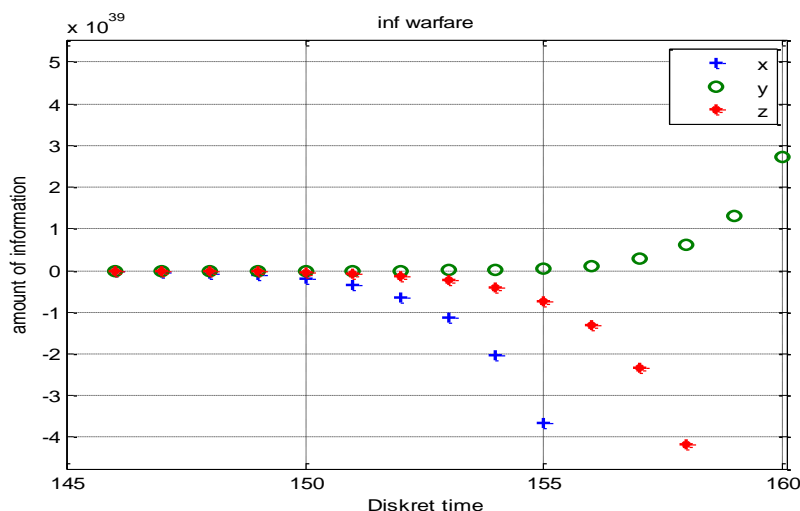
$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 0,16; x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5 \quad z_0 = 5$$



ნახატი 4.2.8. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$  , პირველის სასტარტო პირობა

ნაკლებია მეორეზე, დიდი პრევენციის ( $z_0 = 75$ ) შედეგად იოსრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;

$$\beta = 0,05; \gamma = 0,16; x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5 \quad z_0 = 75$$



ნახატი 4.2.9. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები:  $D > 0$  , პირველის სასტარტო პირობა

ნაკლებია მეორეზე, დიდი პრევენციის ( $z_0 = 75$ ) მიუხედავად, მეორე მხარე დიდი n-სთვის გადის პლუს უსასრულობაზე.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$   $\alpha = 0,8$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 0,16$ ;  $x_0 = 1,5 < y_0 = 2,5$   $z_0 = 75$

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსი ( $\alpha$ ) ჯერ კიდევ დიდია და ადგილი აქვს ანალოგიებს  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევაში. ვნახოთ, რომ ეს ასეა.

$x_0 = y_0$  . ამ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 > 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ) , მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანი - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს. მართლაც, გადავწეროთ (4.1.15), (4.1.20), (4.1.21) შემდეგი სახით:

$$z_n = z_0 \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^n + \left( 2\gamma x_0 - \frac{\alpha}{2} z_0 \right) n \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^{n-1} \quad (4.2.36)$$

$$x_n = \beta \left( \frac{4\gamma}{\alpha} x_0 - z_0 \right) n \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} + x_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^n \quad (4.2.37)$$

შევნიშნოთ, რომ  $x_n = y_n$  რადგანაც  $x_0 = y_0$  , ამიტომ განვიხილავთ მხოლოდ პირველი

მხარის ანალიზს. ჯერ განვიხილოთ  $z_n$  -ის ყოფაქცევა, ამისთვის გადავწეროთ (4.2.36)

$$z_n = \left( z_0 \frac{\alpha + 2}{2} + \left( 2\gamma x_0 - \frac{\alpha}{2} z_0 \right) n \right) \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right)^{n-1} \quad (4.2.38)$$

(4.2.38)-ის მეორე თანამამრავლი დადებითია, ზრდადია და მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ, როცა  $n \rightarrow \infty$ ; თუ კი პირველი თანამამრავლი გახდება უარყოფითი მაშინ  $z_n$  -ც გახდება უარყოფითი და ეს ნიშნავს რომ მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. გამოვიკვლიოთ თუ როდის და რა პირობებში მოხდება ეს. თუ კი პირველი თანამამრავლის მეორე წევრში  $n$ -ის წინ კოეფიციენტი გახდება უარყოფითი, მაშინ დიდი  $n$ -სთვის პირველი თანამამრავლიც და შესაბამისად  $z_n$  -ც გახდება უარყოფითი. ეს კი მოხდება მაშინ, როცა

$$z_0 > \frac{4\gamma}{\alpha} x_0 \quad (4.2.39)$$

თუ კი სრულდება (4.2.39) პირობა, მაშინ როცა

$$n \geq N^* = \left[ \frac{z_0(\alpha + 2)}{\alpha z_0 - 4\gamma x_0} \right] + 1 \quad (4.2.40)$$

შესაბამისი  $z_n$  -ც გახდება უარყოფითი და სამართლიანია  $z_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ამდენად მესამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. განვიხილოთ ეხლა პირველი მხარის ყოფაქცევა, ამისთვის გადავწეროთ (4.2.37) შემდეგნაირად.

$$x_n = \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{n-1} \left( \beta \left( \frac{4\gamma}{\alpha} x_0 - z_0 \right) n + x_0 \left( \frac{\alpha + 2}{2} \right) \right) \quad (4.2.41)$$

(4.2.41)-ის პირველი თანამამრავლი დადებითია, ზრდადია და მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ, როცა  $n \rightarrow \infty$ . ამდენათ  $x_n$  გახდება უარყოფითი მხოლოდ იმ შემთხვევაში, თუ კი (4.2.41) -ის მეორე თანამამრავლი უარყოფითია. ეს კი მოხდება მაშინ, თუ კი მეორე თანამამრავლის პირველი შესაკრებში  $n$ -ის წინა კოეფიციენტი გახდება უარყოფითი, მაშინ დიდი  $n$ -სთვის მეორე თანამამრავლიც და შესაბამისად  $x_n$  -ც გახდება უარყოფითი. ეს კი მოხდება მაშინ, როცა  $z_n$ -ის შემთხვევაში შესრულდება (4.2.39), და აქედან, როცა

$$n \geq N^{**} = \left[ \frac{x_0(\alpha + 2)\alpha}{2\beta(\alpha z_0 - 4\gamma x_0)} \right] + 1 \quad (4.2.42)$$

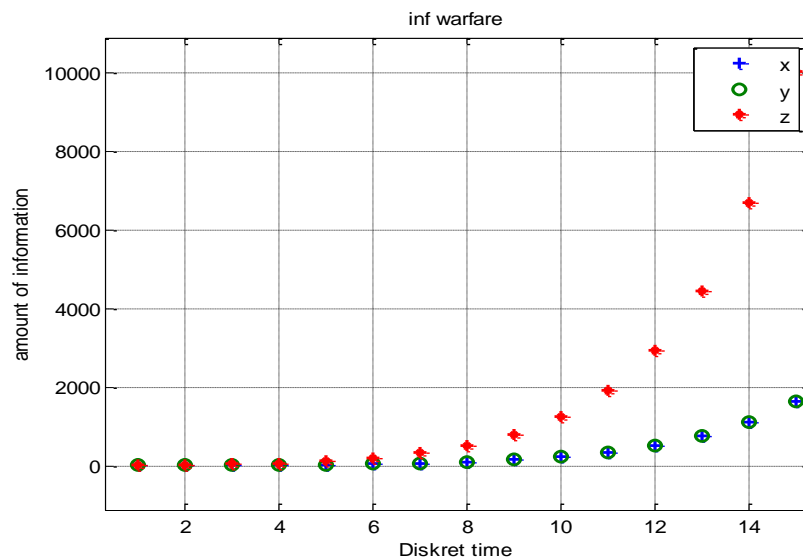
მისი შესაბამისი  $x_n$  -ც გახდება უარყოფითი და სამართლიანია  $x_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ .

ამდენად პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

როგორც უკვე ავღნიშნეთ,  $x_n = y_n$ , ამრიგად, მეორე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს, თუ კი სრულდება (4.2.39) პირობა, და მაშინ როცა  $n$ -სთვის სრულდება (4.2.42), სამართლიანია  $y_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . იხილე ლისტ. 2.2.4. და ნახატები 2.2.10, 2.2.11 .

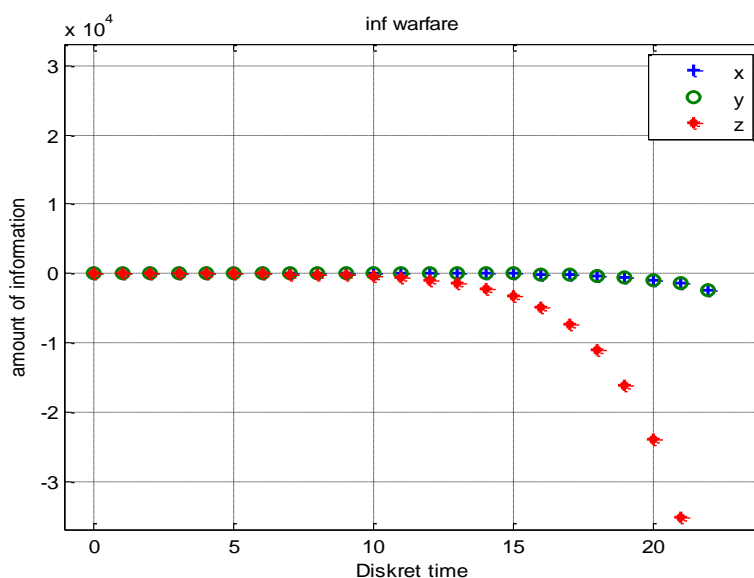
ლისტინგი 4.2.4.

```
% discrete prevention D=0 tanabari sawyisi%
alfa=0.8; beta=0.05; gamma=1.6; N=15; x0=2.5; y0=2.5; z0=5;d=1+alfa/2;d1=1+alfa;
zgvari=4*gamma*x0/alfa;N1=fix(z0*(alfa+2)/(alfa*z0-4*gamma*x0))+1;
N2=fix(x0*(alfa+2)*alfa/(2*beta*(alfa*z0-4*gamma*x0)))+1;
n=0:N; z1=gamma*(x0+y0)-z0*alfa/2; x1=beta*(2*gamma*(x0+y0)/alfa-z0);
z2=d.^n/d; z3=n.*z2;z4=z0*d.^n; z=z0+z1*z3; x2=((x0-y0)*d1.^n)/2; x3=((x0+y0)/2)*z2*d;
x=x2+x1*z3+x3; y=-x2+x1*z3+x3; plot(n,x, '+',n,y, 'o',n,z, '*', 'LineWidth',1.5)
title('inf warfare') xlabel('Diskret time') ylabel('amount of information')
legend('x','y','z') grid on
```



ნახატი 4.2.10. მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D=0$ , სასტარტო პირობებიმეტია მეორეზე, მცირე პრევენციის ( $z_0 = 5$ ) გამო ინფორმაციული ომი არ სრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$

$$\alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 1,6 \quad x_0 = y_0 \quad x_0=2.5= y_0=2.5z_0=5$$



ნახატი 4.2.11 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D=0$ , სასტარტო პირობები მეტია მეორეზე, საკმარისი პრევენციის ( $z_0 = 25$ ) გამო ინფორმაციული ომი სრულდება  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$

$$\alpha = 0,8; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 1,6 \quad x_0 = y_0 \quad x_0=2.5= y_0=2.5 \quad z_0=25$$

$x_0 > y_0$ . ამ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 > 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 > y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანი - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციული ომს. ვანახოთ ეს. შევნიშნოთ, რომ მესამე მხარის მოქმედება, (4.2.15)-დან გამომდინარე, არ არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორი სასტარტო პირობები ჰქონდათ ანტაგონისტურ პირველ და მეორე მხარეებს. ამდენად მსჯელობა მოყვანილი ზემოთ  $z_n$ -ის მიმართ, სამართლიანია ამ შემთხვევაშიც და აქაც, თუ სრულდება (4.2.39) -ის მსგავსი პირობა, კერძოდ, თუ

$$z_0 > \frac{2\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \tag{4.2.43}$$

$$n \geq N^* = \left\lceil \frac{z_0(\alpha + 2)}{\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0)} \right\rceil + 1 \tag{4.2.44}$$

შესაბამისი  $z_n$  -ც გახდება უარყოფითი და სამართლიანია  $z_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ , ანუ მე-სამე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. განვიხილოთ ეხლა მესამე მხარის მოქმედება, გადავწეროთ (4.2.21) შემდეგნაირად

$$y_n = (1 + \alpha)^n \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) \left( \frac{1 + \frac{\alpha}{2}}{1 + \alpha} \right)^{n-1} \frac{n}{1 + \alpha} + \frac{x_0 + y_0}{2} \left( \frac{1 + \frac{\alpha}{2}}{1 + \alpha} \right)^n \right) \quad (4.2.44)$$

(4.2.44)-ის მეორე თანამამრავლი მიისწრაფის უარყოფითი რიცხვისკენ  $\frac{y_0 - x_0}{2}$  როცა  $n \rightarrow \infty$ , რადგანაც მისი მეორე და მესამე წევრები უსასრულოდ მცირე არიან. აქედან გამომდინარე  $y_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$  ანუ მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. რაც შეეხება პირველ მხარეს, როცა  $n \rightarrow \infty$ , მაშინ  $x_n \rightarrow +\infty$ , მართლაც (4.2.20) გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$x_n = \left\{ \frac{x_0 - y_0}{2} + \left\{ \frac{x_0 + y_0}{2} + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) \frac{2n}{\alpha + 2} \right\} \left( \frac{1 + \frac{\alpha}{2}}{\alpha + 1} \right)^n \right\} (\alpha + 1)^n \quad (4.2.45)$$

იმის გათვალისწინებით, რომ

$$0 < \frac{1}{\alpha} = \frac{1 + \frac{\alpha}{2}}{1 + \alpha} < 1 \quad (4.2.46)$$

(4.2.45)-ში როცა  $n \rightarrow +\infty$ , გარე ფიგურულ ფრჩხილებში მოთავსებული გამოსახულება მიისწრაფის დადებითი სიდიდისკენ  $\frac{x_0 - y_0}{2}$ , ხოლო ფიგურული ფრჩხილს გარეთ მოთავსებული გამოსახულება მიისწრაფის  $+\infty$ -სკენ და აქედან გამომდინარე  $x_n \rightarrow +\infty$ . შევნიშნოთ, რომ შიგა ფიგურულ ფრჩხილში, გამოსახულება წრფივად მიისწრაფის ან  $+\infty$  ან  $-\infty$ , ხოლო  $\left( \frac{\alpha + 2}{2(\alpha + 1)} \right)^n$ -კი მაჩვენებლიანი ხარისხით მიისწრაფის ნულისკენ, ამ ორი უკანასკნელი გამოსახულებების ნამრავლიც მიისწრაფის ნულისკენ. ამრიგად, დიდი  $n$ -სთვის  $x_n$  დადებითებია და მიისწრაფიან  $+\infty$ , მაგრამ ისმის კითხვა, გარკვეული პირობებისთვის და შედარებით მცირე  $n$ -სთვის, ხომ არ შეიძლება  $x_n$  გახდეს უარყოფითი, რაც იქნება საფუძველი დავასკვნათ, რომ პირველმა მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი. მართლაც ეს ასეა. ამისთვის განვიხილოთ  $x_n$ -ის უწყვეტი ანალოგი  $x(t)$ , რომლის მნიშვნელობები დისკრეტულ  $t = 0, 1, 2, \dots$  წერტილებში ემთხვევა  $\{x_n\}$  მიმდევრობის შესაბამის წევრებს  $n = 0, 1, 2, \dots$ -სთვის -

$x(n) = x_n$ . ჩავთვალოთ

$$x(t) = \frac{x_0 - y_0}{2} (1 + \alpha)^t + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) t \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^{t-1} + \frac{x_0 + y_0}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^t \quad (4.2.47)$$

გადავწეროთ, (4.2.47) შემდეგნაირად

$$x(t) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} \right)^t F(t) \quad (4.2.48)$$

$$F(t) = x_0 + y_0 + (x_0 - y_0) \left( \frac{\alpha + 1}{\frac{\alpha}{2} + 1} \right)^t + \left( \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) - \beta z_0 \right) t \left( \frac{2}{\alpha + 2} \right)$$

ან (4.2.46)-ის გათვალისწინებით

$$F(t) = x_0 + y_0 + (x_0 - y_0) a^t - \left( \beta z_0 - \frac{2\beta\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) \right) t \left( \frac{2}{\alpha + 2} \right) \quad (4.2.49)$$

შევიხსნათ, რომ თუ  $F(t)$  ფუნქცია გადაკვეთს აბსცისას, მაშინ  $x(t)$ -ც გადაკვეთს მას, იმავე წერტილებში, ე.ი. თუ  $F(t)$  ფუნქციას გააჩნია ნულები, მაშინ (4.2.48)-ის თანახმად, იმავე წერტილებში იქნება  $x(t)$  ფუნქციის ნულები. ასე რომ, შეგვიძლია ამ მიმართებით გამოვიკვლიოთ  $F(t)$  და შედეგები გამოვიყენოთ  $x(t)$ -სთვის.  $x(0) = \frac{1}{2} F(0) = x_0 > 0$ . ვიპოვოთ  $F(t)$  ფუნქციის პირველი და მეორე წარმოებულები

$$F'(t) = (x_0 - y_0) a^t \ln a - \left( z_0 - \frac{2\gamma}{\alpha} (x_0 + y_0) \right) \left( \frac{2\beta}{\alpha + 2} \right) \quad (4.2.50)$$

$$F''(t) = (x_0 - y_0) a^t \ln^2 a \quad (4.2.51)$$

(4.2.51)-დან ჩანს, რომ  $F(t)$  ფუნქციის მეორე წარმოებული დადებითია, ანუ  $F(t)$  ფუნქციის პირველი წარმოებული ზრდადია. და თუ  $t=0$ -ში  $F(t)$  ფუნქციის პირველი წარმოებული დადებითია  $F'(0) > 0$ , თავად ეს  $F(t)$  ფუნქცია დადებითი მნიშვნელობიდან  $t=0$  წერტილში  $F(0) = 2x_0 > 0$  -დან იწყებს ზრდას და მიისწრაფის  $+\infty$ , ანუ პირველი მხარე არასდროს არ გადის ნულზე, ანუ არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს. მაგრამ  $z_0$ -ის შერჩევის შემთხვევაში (მისი გაზრდით)  $t=0$ -ში  $F(t)$  ფუნქციის პირველი წარმოებული უარყოფითია  $F'(0) < 0$ , ანუ  $F(t)$  ფუნქცია თავიდანვე იწყებს კლებას, ხოლო შემდეგ  $F'(t)$  იცვლება უარყოფითი მნიშვნელობიდან დადებითზე, ანუ გადის ნულს და ამ წერტილში  $F(t)$ -ს აბსოლუტური მინიმუმის მნიშვნელობა აქვს.

ვნახოთ  $z_0$ -ის რა მნიშვნელობებისთვისაა ეს შესაძლებელი:  $F'(t) < 0$ . ამ უტოლობიდან (4.2.50) -ის გათვალისწინებით, ვღებულობთ.

$$a^t < \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)(x_0 - y_0)\ln a} \quad (4.2.52)$$

(4.2.52) -ს გააჩნია ამონახსნი, თუ კი  $1 < \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)(x_0 - y_0)\ln a}$ , ეს უკანასკნელი კი

სრულდება შემდეგი  $z_0$ -ისთვის

$$z_0 > \frac{(x_0 - y_0)(\alpha + 2)\ln a}{2\beta} + \frac{2\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \quad (4.2.53)$$

ამავე  $z_0$ -ისთვის სამართლიანია

$$F'(0) = (x_0 - y_0)\ln a - \left( z_0 - \frac{2\gamma}{\alpha}(x_0 + y_0) \right) \left( \frac{2\beta}{\alpha + 2} \right) < 0 \quad (4.2.54)$$

ანუ (4.2.53) პირობისთვის პირველი მხარე თავიდანვე იწყებს ინფორმაციული შეტევების შემცირებას. ვიპოვოთ,  $t^*$ -ის ის მნიშვნელობა, რომლისათვისაც  $F'(t^*) = 0$ ,

$$a^t = \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)(x_0 - y_0)\ln a}, \text{ საიდანაც}$$

$$t^* = \log_a \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)(x_0 - y_0)\ln a} \quad (4.2.55)$$

**ლემა 4.** არსებობს ისეთი  $t^*$ , რომლისთვისაც  $F(t^*) < 0$ .

**დამტკიცება.** მართლაც, ჩავსვათ (4.2.55) მნიშვნელობა (4.2.49)-ში და გარდაქმნების შემდეგ მივიღებთ:

$$F(t^*) = x_0 + y_0 - \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)} \log_a \frac{\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha + 2)e \ln a} \quad (4.2.56)$$

(4.2.56)-დან ჩანს, რომ დიდი  $z_0$ -ისთვის  $F(t^*) < 0$ , რადგან მისი მესამე წევრი მისი რაფვის  $+\infty$ -სკენ, როგორც ნამრავლი  $z_0$ -ის მიმართ წრფივი და ლოგარითმული ფუნქციების ნამრავლს. ვეძებოთ  $z_0$  შემდეგი სახით

$$z_0 = q \frac{x_0 + y_0}{\alpha} \quad (4.2.57)$$

ჩავსვათ (4.2.57) (4.2.56)-ში მივიღებთ

$$F(t^*) = (x_0 + y_0) \left( 1 - \frac{2\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)} \log_a \frac{\beta(q - 2\gamma)}{\alpha(\alpha + 2)e \ln a} \right) < 0 \quad (4.2.58)$$

ეს შესაძლებელია როცა სრულდება ერთ-ერთი ამ შემდეგი პირობებიდან



$$1 - \frac{2\beta(q-2\gamma)}{\alpha(\alpha+2)} \log_a \frac{\beta(q-2\gamma)}{\alpha(\alpha+2)e \ln a} < 0 < \frac{2\beta(q-2\gamma)}{\alpha(\alpha+2)} \log_a \frac{\beta(q-2\gamma)}{\alpha(\alpha+2)e \ln a} > 1$$

მაშასადამე, როცა  $q$  ისე შეირჩევა, რომ მისთვის სრულდება პირობა

$$(q-2\gamma) \log_a \frac{\beta(q-2\gamma)}{\alpha(\alpha+2)e \ln a} > \frac{\alpha(\alpha+2)}{2\beta} \quad (4.2.59)$$

და (4.2.43), (4.2.53) პირობები, მაშინ სამართლიანია  $F(t^*) < 0$  რ.დ.გ.

ლემა 4 -ის ძალით  $x(t)$ -ც  $t^*$  წერტილში ხდება უარყოფითი, რომელიღაც დიდი პრევენციისთვის. თუ კი  $t^*$ -ს აქვს მთელი მნიშვნელობა, მაშინ  $x(t^*)$ -ს შეესაბამება უარყოფითი  $x_{t^*}$  მიმდევრობიდან, და ამდენად ჩავთვლით რომ პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. განვიხილოთ შემთხვევა, როცა  $[t^*] < t^* < [t^*]+1$ , ანუ  $t^* \in [[t^*]; [t^*]+1]$  მონაკვეთს, და მის საზღვრებს არ ემთხვევა. მაშინ შეიძლება ისე გავზარდოთ  $z_0$  რომ, ან  $x([t^*]) = x_{[t^*]} \leq 0$ , ან  $x([t^*]+1) = x_{[t^*]+1} \leq 0$ , და მაშინ ვიტყვი, რომ შესაბამისად ან  $n = [t^*]$ , ან  $n = [t^*]+1$  ში პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. (4.2.50) -ის გათვალისწინებით, შეიძლება შევარჩიოთ  $z_0$  ისე რომ  $[[t^*]; [t^*]+1]$  მონაკვეთზე სრულდება

$$\begin{aligned} \max_t |F'(t)| &= \max_t \left| (x_0 - y_0) a^t \ln a - \frac{2\beta(\alpha z_0 - 2\gamma(x_0 + y_0))}{\alpha(\alpha+2)} \right| < \\ < \max \left\{ \left| \frac{F(t^*)}{t - [t^*]} \right|, \left| \frac{F(t^*)}{[t^*]+1 - t^*} \right| \right\} &= L \end{aligned} \quad (4.2.60)$$

მაშინ, უწყვეტი თავის წარმოებულთან ერთად  $F(t)$  ფუნქცია  $[[t^*]; [t^*]+1]$  მონაკვეთზე ლიფშიცის პირობას აკმაყოფილებს და ან  $F([t^*]) < 0$ , შესაბამისად  $x([t^*]) = x_{[t^*]} \leq 0$ , ანაც  $F([t^*]+1) < 0$  და შესაბამისად  $x([t^*]+1) = x_{[t^*]+1} \leq 0$ , . შევნიშნოთ, რომ თუ (4.2.60)- ში ავიღებთ  $\min \left\{ \left| \frac{F(t^*)}{t - [t^*]} \right|, \left| \frac{F(t^*)}{[t^*]+1 - t^*} \right| \right\} = L$  მაშინ ერთროულად სრულდება:  $F([t^*]) < 0$ , შესაბამისად  $x([t^*]) = x_{[t^*]} \leq 0$ , და  $F([t^*]+1) < 0$ , შესაბამისად  $x([t^*]+1) = x_{[t^*]+1} \leq 0$ , ამრიგად, სათანადოდ შერჩეული პრევენციისთვის  $-z_0$ , პირველი მხარე, ისევე როგორც მეორე და მესამე მხარეები, ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

$x_0 < y_0$ . იმ შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიმართეს პრევენციულ ზომებს  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული

ომი დაიწყეს სხვადასხვა სასტარტო პირობებში, ამასთან  $x_0 < y_0$ , მაშინ ვლდებულობთ წინა შემთხვევის -  $x_0 > y_0$ , სიმეტრიულ შედეგებს: დიდი პრევენციის დროს ამჯერად უკვე მეორე მხარის "გაყვანა" შესაძლებელი ნულზე, მანამ იგი დიდი  $n$ -სთვის მიიღებს რაგინდ დიდ მნიშვნელობას, ანუ მეორე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს; რაც შეეხება პირველ და მესამე მხარეებს ისინი სულ ამცირებენ თავიანთ აქტიურობას, გადიან ნულზე ანუ ასრულებენ ინფორმაციულ ომს.

$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ . ამ შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსისა ( $\alpha$ ) კვადრეტი ნაკლებია სამშვიდობო მზადყოფნის ( $\beta$ ) და სამშვიდობო აქტივობის ( $\gamma$ ) გარვამაგებული ნამრავლისა. ამიტომ მოსალოდნელია, რომ სამშვიდობო აქტივობა "მოთოკავს" ანტაგონისტურ მხარეების აგრესიას.

$x_0 = y_0$ . მართლაც, თუ საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 > 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანია. გადავწეროთ (4.1.22), (4.1.30) და (4.1.31) შემდეგნაირად:

$$z_n = (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(4\gamma x_0 - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi) \quad (4.2.61)$$

$$x_n = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \cdot \sqrt{z_0^2 + \frac{(4\gamma x_0 - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.2.62)$$

$$y_n = \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \cdot \sqrt{z_0^2 + \frac{(4\gamma x_0 - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.2.63)$$

სადაც  $\varphi, \theta, \omega$  განისაზღვრება შესაბამისად (4.2.23) და (4.2.31)-დან. სამივე (4.2.61), (4.2.62), (4.2.63) გამოსახულების ყველა თანამამრავლი ტრიგონომეტრიული ფუნქციის - სინუსის გარდა დადებითია, ამიტომ  $x_n, y_n, z_n$  შეიძლება გახდეს ნული ან უარყოფითი, რასაც მივიჩნევთ ინფორმაციული ომის დასრულებად, სინუსის შემცველი გამოსახულებების შესაბამისად ნულთან ან უარყოფით რიცხვთან გატოლებით. პირველი და მეორე მხარე ერთნაირად, ფაქტიურად იგივეურად მოქმედებენ ინფორმაციულ ომში -  $x_n = y_n$ , ამიტომ, გამოვიკვლიოთ მხოლოდ, დავუშვათ პირველი მხარის მოქმედება ინფორმაციულ ომში. მეორე მხარისთვის პირველის შედეგები იქნება

სამართლიანი. ვნახოთ, როდის ხდება  $\sin(n\theta + \varphi + \omega)$  ნულის ტოლი ან უარყოფითი პირველივე შემთხვევისთვის.  $\sin(n\theta + \varphi + \omega) = 0$  -დან გვაქვს  $n_* = \frac{\pi - \omega - \varphi}{\theta}$ . თუ კი  $n_* = [n_*]$  და  $n_* \geq 1$ , სადაც კვადრატული ფრჩხილები აღნიშნავს რიცხვის მთელ ნაწილს, მაშინ ჩავთვლით, რომ ინფორმაციული ომი დასრულდა  $n = n_*$ -სთვის. თუ კი  $n_* \neq [n_*]$ , ანუ  $[n_*] < n_* < [n_*] + 1$ , მაშინ  $\sin([n_*]\theta + \varphi + \omega) > 0$  და  $\sin(([n_*] + 1)\theta + \varphi + \omega) < 0$ . ანუ  $n = [n_*]$  -სთვის  $x_n, y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n + 1 = [n_*] + 1$ -სთვის ისინი უკვე უარყოფითები არიან, ანუ ინფორმაციული ომი პირველმა და მეორე მხარემ დაასრულეს. რაც შეეხება საერთაშორისო ორგანიზაციებს, ისინი გადიან ნულზე:  $n_{..} = \frac{\pi - \varphi}{\theta}$ ,  $n = [n_{..}]$  -ში,  $z_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n + 1 = [n_{..}] + 1 = [\frac{\pi - \varphi}{\theta}] + 1$ -სთვის ის უკვე უარყოფითია. თუმცა არაა გამორიცხული, რომ მოდელის პარამეტრების გარკვეული მნიშვნელობებისთვის  $z_n$ , შეიძლება გავიდეს ნულზე რომელიღაც  $n_{..}$  ნატურალური რიცხვისთვის. ამდენად მესამე მხარე ასრულებს მშვიდობისმყოფელი განცხადებების გავრცელებას, შემდეგ, ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაასრულეს ინფორმაციული ომი:  $[n_*] \leq [n_{..}]$ . მაშასადამე, ნებისმიერი დონის პრევენციის მიუხედავად სამივე მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. იხილე ლისტინგი 4.2.5 და ნახატო 4.2.12.

ლისტინგი 4.2.5

% discrete prevention D<0 tanabari sawyisi%

alfa=0.8; beta=0.05; gamma=2; N=22;

x0=2.5; y0=2.5; z0=5;

d0=8\*beta\*gamma-alfa^2; d=sqrt(d0); u=2\*gamma\*(x0+y0)-alfa\*z0;

omega=atan(d/alfa); teta=atan(d/(alfa+2)); fi=atan(z0\*d/u);

k1=alfa+2\*beta\*gamma+1; k2=sqrt(z0^2+u^2/d0); k3=sqrt(beta/(2\*gamma));

n=0:N; k=sqrt(k1.^n); z1=k2\*k;

z=z1.\*sin(teta\*n+fi);

x=((x0-y0)\*(1+alfa).^n)/2+k3\*k2\*sin(teta\*n+fi+omega).\*k;

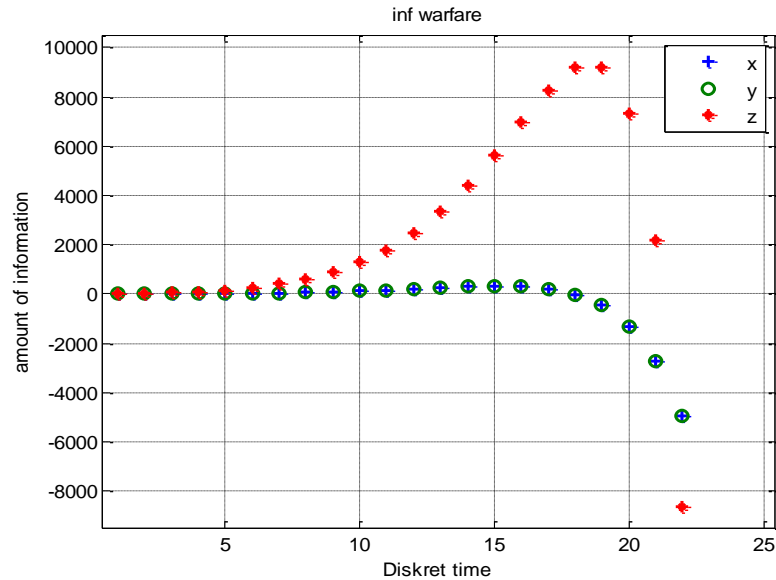
y=((y0-x0)\*(1+alfa).^n)/2+k3\*k2\*sin(teta\*n+fi+omega).\*k;

plot(n,x, '+', n,y, 'o', n,z, '\*', 'LineWidth', 1.5)

```

title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on

```



ნახატი 4.2.12 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D < 0$ , ტოლი სასტარტო პირობები, ნებისმიერი პრევენციის დროს ინფორმაციული ომი სრულდება

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,8; \beta = 0,05; \gamma = 2; x_0 = y_0 = z_0 = 2,5$$

$x_0 > y_0$  თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობები მეტია მეორისაზე, მაშინ (4.2.30)-დან, გავუტოლებთ რა ნულს  $x_n$ -ს, ვიპოვიით  $n$ -ს, დისკრეტულ დროს, რომლისათვისაც პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს.

$$\frac{x_0 - y_0}{2} (1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} = 0 \quad (4.2.64)$$

(4.2.64)-დან მივიღებთ

$$\sin(n\theta + \varphi + \omega) = -\frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \quad (4.2.65)$$

(4.2.65)-ის ამოხსნა არსებობს იმ შემთხვევაში, როცა

$$0 \leq \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} \left( \frac{(\alpha + 1)^2}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \leq 1 \quad (4.2.66)$$

განვიხილოთ სამი შემთხვევა: ა) ფუძე ერთის ტოლია -  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} = 1$ , რაც მიიღ-

წევა იმ შემთხვევაში, თუ  $\alpha, \beta, \gamma$  აკმაყოფილებენ პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \alpha = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} \end{cases} \quad (4.2.67)$$

და მაშინ (4.2.66) სრულდება ყველა  $n$ -სთვის, თუ კი სათანადო სიდიდემდე გავზრდით  $z_0$  და (4.2.65)-ის ამონახსნისთვის აღვნიშნოთ, მთელი ნაწილი  $t_*$ -სი, ჩავთვალოთ

$$\begin{aligned} n_{*,1} = [t_*] = & \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin\left(\frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(y_0 + x_0) - \alpha z_0)^2}} \right) + \frac{\pi - \varphi - \omega}{\theta} \right] \end{aligned} \quad (4.2.68)$$

სადაც კვადრატული ფრჩხილები აქ და ყველგან აღნიშნავს ფრჩხილებში მოთავსებული სიდიდის მთელ ნაწილს. მაშინ  $n = n_{*,1}$ -სთვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$ -სთვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. რაც შეეხება მეორე მხარეს

$$y_n = \frac{y_0 - x_0}{2} (1 + \alpha)^n + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi + \omega) (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \quad (4.2.69)$$

თუ (4.2.69) გახდება ნული ან უარყოფითი, ეს ნიშნავს იმას, რომ მეორე მხარემ დაასრულა ინფორმაციული ომი. თავიდან  $y_0$  დადებითია, მაგრამ შემდეგ იგი მცირდება და ნულის ტოლი ან ნულზე ნაკლები ხდება. მართლაც, ჩავწეროთ (4.2.69) შემდეგნაირად

$$\begin{aligned} y_n = & (1 + \alpha)^{\frac{n}{2}} \left( \frac{y_0 - x_0}{2} + \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(y_0 + x_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \times \right. \\ & \left. \times \sin(n\theta + \varphi + \omega) \left( \frac{\alpha + 2\beta\gamma + 1}{\alpha^2 + 2\alpha + 1} \right)^{\frac{n}{2}} \right) \end{aligned} \quad (4.2.70)$$

(4.2.70)-ში პირველი თანამამრავლი ყოველთვის დადებითია და ზრდადი, მეორე კი ნიშანცვლადია, თუ კი სათანადო სიდიდემდე გავზრდით  $z_0$  და როგორც კი მეორე თანამამრავლი გახდება ნული ან უარყოფითი, მაშინ  $y_n$ -ც გახდება ნული ან

უარყოფითი, ვნახოთ თუ რა დროს მოხდება ეს. ამისთვის გავუტოლოთ ნულს (4.2.70)-ის მეორე თანამართავი და მისი ამონახსნის საშუალებით შევარჩიოთ  $n$ -ის ის მნიშვნელობა როცა (4.2.70) ან ნულია ან უარყოფითი, ამასთან ვეძებთ პირველივე ასეთ  $n$ -ს. ვთქვათ

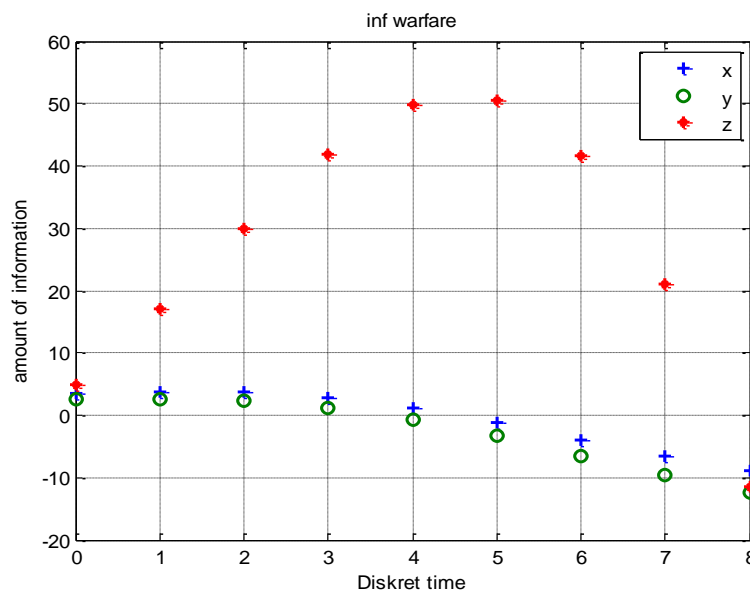
$$n_{*,2} = [t_*] = \left[ -\frac{1}{\theta} \arcsin\left(\frac{y_0 - x_0}{2} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \times \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(y_0 + x_0) - \alpha z_0)^2}} \right) - \frac{\varphi + \omega}{\theta} \right] \quad (4.2.71)$$

სადაც  $t_*$  ამონახსნია უწყვეტი დამოუკიდებელი ცვლადის მიმართ. თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაკონია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $y_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*,2} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და  $n_{*,2}$ -სთვის  $y_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n_{*,2} + 1$ -სთვის კი უკვე უარყოფითი. ამასთან საერთაშორისო ორგანიზაციები ასრულებენ მშვიდობისმყოფელ აქტიურობას. და ეს მოხდება, როცა

$$z_n = (\alpha + 2\beta\gamma + 1)^{\frac{n}{2}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \sin(n\theta + \varphi) = 0 \quad (4.2.72)$$

$$n_{*,3} = [t_*] = \left[ \frac{\pi - \varphi}{\theta} \right] \quad (4.2.73)$$

შევნიშნოთ, რომ  $n_{*,2} < n_{*,1}$  (იხილეთ ნახატი 4.2.13)



ნახატი 4.2.13 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, ფუძე ერთის ტოლია  $p=1$   $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,17$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$

$$x_0 > y_0 \quad x_0=3.5 > y_0=2.5 \quad z_0=5$$

ბ) ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} < 1$  - რაც მიიღწევა მაშინ, როცა  $\alpha, \beta, \gamma$

აკმა-ყოფილებენ პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \alpha < \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} \end{cases} \quad (4.2.74)$$

(4.2.74)-დან გამომდინარე  $0 < \alpha < \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2}$ . ამ შემთხვევაში კი (4.2.65) -ის ამოხსნა

$-n_{*,1}$  (4.2.66)-ის გათვალისწინებით, უნდა აკმაყოფილებდეს პირობას

$$n_{*,1} > 2 \log_p \left( \frac{2}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (4.2.75)$$

ხოლო  $n_{*,1}$  - არის  $t_*$ -ს მთელი ნაწილი  $n_{*,1} = [t_*]$

$$[t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(x_0 + y_0) - \alpha z_0)^2}} p^{\frac{t_*}{2}} \right) + \frac{\pi - \omega - \varphi}{\theta} \right] \quad (4.2.76)$$

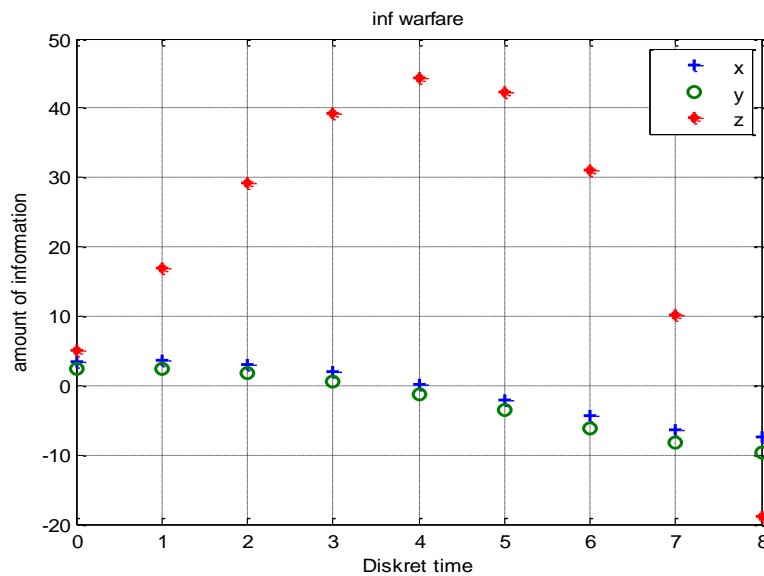
$t_*$  აკმაყოფილებს (4.2.76) -ს მარჯვენა ნაწილიდან მიღებულ განტოლებას განხილულს კვადრატული ფრჩხილების გარეშე. თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $x_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*,1} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და ვიტყვით, რომ  $n = n_{*,1}$ -სთვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*,1} + 1$  ისთვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ორივე შემთხვევაში ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. რაც შეეხება მეორე მხარეს, ისიც დროის რომელიღაც მომენტში ხდება უარყოფითი, ანუ მეორე მხარეც წყვეტს ინფორმაციულ ომს. ამასთან  $n_{*,2}$ -თვის

$$n_{*,1} > 2 \log_p \left( \frac{2}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (4.2.77)$$

სადაც  $n_{*,2}$  არის  $t_*$ -ს მთელი ნაწილი, რომელიც შემდეგი განტოლების ამონახსნია

$$n_{*,2} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin\left(\frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \times \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2(8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(y_0 + x_0) - \alpha z_0)^2}} p^{t_*/2} \right) - \frac{\varphi + \omega}{\theta} \right] \quad (4.2.78)$$

$t_*$  აკმაყოფილებს (4.2.78) -ს მარჯვენა ნაწილიდან მიღებულ განტოლებას განხილულს კვადრატული ფრჩხილების გარეშე. სამშვიდობო ორგანიზაციები ამ შემთხვევაშიც ას-რულებენ თავის აქტიურობას და მათთვის სამართლიანია (4.2.73). იხილეთ ნახატი 4.2.14 .



ნახატი 4.2.14 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D < 0$  , პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორისაზე, ფუძე ერთზე ნაკლებია  $p < 1$   $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$   $\alpha = 0,1$ ;  $\beta = 0,05$ ;  $\gamma = 2$   $x_0 > y_0$   $x_0 = 3,5 > y_0 = 2,5$   $z_0 = 5$

გ) ფუძე ერთზე მეტია  $p = \frac{\alpha^2 + 2\alpha + 1}{\alpha + 2\beta\gamma + 1} > 1$ , რაც მიიღწევა, თუ  $\alpha, \beta, \gamma$  აკმაყოფილებენ

პირობებს:

$$\begin{cases} 0 < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma} \\ \frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} < \alpha \end{cases} \quad (4.2.79)$$

(4.2.79) -დან გამომდინარეობს, რომ  $\frac{-1 + \sqrt{1 + 8\beta\gamma}}{2} < \alpha < \sqrt{8\beta\gamma}$  ამ შემთხვევაში კი

(4.2.65) -ის ამოხსნა  $-n_{*,1}$  (4.2.66) -ის გათვალისწინებით, უნდა აკმაყოფილებდეს

პირობას



$$0 < n_{*1} < 2 \log_p \left( \frac{2}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \quad (4.2.80)$$

ხოლო  $n_{*1}$  - არის  $t_*$ -ს მთელი ნაწილი, რომელიც აკმაყოფილებს განტოლებას

$$n_{*1} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \times \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2 (8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(y_0 + x_0) - \alpha z_0)^2}} p^{t_*/2} \right) + \frac{\pi - \varphi - \omega}{\theta} \right] \quad (4.2.81)$$

$t_*$  აკმაყოფილებს (4.2.81) -ს მარჯვენა ნაწილიდან მიღებულ განტოლებას განხილულს კვადრატული ფრჩხილების გარეშე. თუ  $t_* = [t_*]$ , მაშინ ნაპოვნია დისკრეტული დროის ის მნიშვნელობა, როცა  $x_n$  ხდება ნული და იგი  $n_{*1} = t_*$  ის ტოლია, თუ არა და ვიტყვით, რომ  $n = n_{*1}$  -სთვის  $x_n$  ჯერ კიდევ დადებითია, ხოლო  $n = n_{*1} + 1$  ითვის კი უკვე უარყოფითი. ეს კი ორივე შემთხვევაში ნიშნავს იმას, რომ პირველმა მხარემ შეწყვიტა ინფორმაციული ომი. რაც შეეხება მეორე მხარეს, ისიც დროის რომელიღაც დისკრეტულ მომენტში ხდება უარყოფითი, ანუ მეორე მხარეც წყვეტს ინფორმაციულ ომს. ამასთან  $n_{*2}$  -თვის

$$0 < n_{*2} < 2 \log_p \left( \frac{2}{x_0 - y_0} \sqrt{\frac{\beta}{2\gamma}} \sqrt{z_0^2 + \frac{(2\gamma(x_0 + y_0) - z_0)^2}{8\beta\gamma - \alpha^2}} \right) \text{ სადაც } n_{*2} \text{ არის } t_* \text{-ს მთელი ნა-}$$

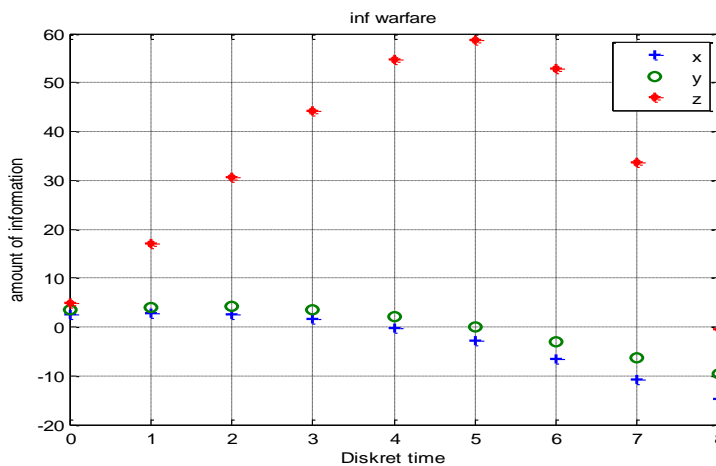
წილი, რომელიც შემდეგი განტოლების ამონახსნია

$$n_{*2} = [t_*] = \left[ \frac{1}{\theta} \arcsin \left( \frac{x_0 - y_0}{2} \sqrt{\frac{2\gamma}{\beta}} \times \sqrt{\frac{8\beta\gamma - \alpha^2}{z_0^2 (8\beta\gamma - \alpha^2) + (2\gamma(y_0 + x_0) - \alpha z_0)^2}} p^{t_*/2} \right) - \frac{\varphi + \omega}{\theta} \right] \quad (4.2.83)$$

$t_*$  აკმაყოფილებს (4.2.83) -ს მარჯვენა ნაწილიდან მიღებულ განტოლებას განხილულს კვადრატული ფრჩხილების გარეშე. სამშვიდობო ორგანიზაციები ამ შემთხვევაშიც ასრულებენ თავის აქტიურობას და მათთვის სამართლიანია (4.2.73). ამდენად, როცა  $D < 0$ , და  $(x_0 > y_0)$  - ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ, პირველი მხარის სასტარტო პირობა მეტია მეორის სასტარტო პირობაზე, მაშინ გარკვეული პირობებისთვის (სამშვიდობო აქტიურობის კოეფიციენტის და პრევენციის გაზრდით) ინფორმაციული ომი სრულდება, ამასთან თავიდან მეორე მხარე, ანუ ის,

ვისაც ნაკლები სასტარტო პირობები აქვს, ასრულებს ინფორმაციულ ომს, ხოლო შემდეგ კი პირველი მხარე, მას მეტი სასტარტო პირობები გააჩნია. ინფორმაციული ომის დისკრეტული მათემატიკური მოდელის შესაბამისი პარამეტრების შემთხვევაში საერთაშორისო ორგანიზაციები შეწყვეტენ მშვიდობისმყოფელი განცხადებების გავრცელებას, მას მერე რაც პირველი მხარე დაასრულებს ინფორმაციულ ომს.

$x_0 < y_0$ , თუ ანტაგონისტურ მხარეებს სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ და აქედან პირველი მხარის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორის სასტარტო პირობაზე, მაშინ მხარეები ცვლიან როლებს და მივიღებთ წინა პუნქტის სიმეტრიულ რეზულტატებს, ოღონდ, უკვე პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს თავიდან, ხოლო შემდეგ მეორე. იხილე ნახატი 4.2.15.



ნახატი 4.2.15 მხარეთა აქტიურობის გრაფიკები: დისკრეტული,  $D < 0$ , პირველი მხარის სასტარტო პირობა ნაკლებია მეორისაზე, ფუძე ერთზე მეტია  $p > 1$

$$D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0 \quad \alpha = 0,23; \quad \beta = 0,05; \quad \gamma = 2 \quad x_0 < y_0 \quad x_0=2.5 < y_0=3.5 \quad z_0=5$$

### § 4.3. ინფორმაციული ომის წრფივი დისკრეტული მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი რელიგიური ინსტიტუტების ოპერატიული მონაწილეობით

ინფორმაციული ომის წრფივი დისკრეტული მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი რელიგიური ინსტიტუტების ოპერატიული მონაწილეობით შემუშავდა პროფესორ თ. ჩილაჩავას ხელმძღვანელობით ქართულ უნივერსიტეტში შ. მიქელაძესთან ერთად 2014 წელს [3,66]. აღნიშნული მოდელები წარმოადგენენ დისკრეტულ ანალოგებს მეორე თავის §2.6. მოყვანილი შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგა-

ნიზაციების მონაწილეობით მიმდინარე ინფორმაციული ომის უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელების დისკრეტულ ანალოგებს. ინფორმაციული ომის წრფივი დისკრეტული მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი რელიგიური ინსტიტუტების ოპერატიული მონაწილეობით აღიწერება წრფივი არაერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლებათა სისტემით და საწყისი პირობებით

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha_1 x_n - \alpha_3 z_n - \beta_{1n} \\ y_{n+1} - y_n = \alpha_1 y_n - \alpha_3 z_n - \beta_{2n} \\ z_{n+1} - z_n = \gamma_1 (x_n + y_n) \end{cases} \quad (4.3.1)$$

$$x(0) = x_0 > 0, \quad y(0) = y_0 > 0, \quad z(0) = z_0 > 0 \quad (4.3.2)$$

სადაც  $\alpha_1, \alpha_3, \gamma_1 > 0, \beta_{1n}, \beta_{2n} > 0 \quad \forall n \in Z_0^+ \equiv \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ , პირველი ანტაგონისტური მხარის მიერ დროის დისკრეტულ წერტილებში  $t = 0, 1, 2, \dots$  ინფორმაციის რაოდენობის გავრცელების  $\{x\} = \{x(0), x(1), x(2), \dots\}$  დისკრეტული ფუნქცია;  $\{y\} = \{y(0), y(1), y(2), \dots\}$ ,  $\{z\} = \{z(0), z(1), z(2), \dots\}$  - შესაბამისად მეორე ანტაგონისტური და მესამე მშვიდობისმყოფელი მხარეების.  $x_n, y_n, z_n$  აღნიშნავენ შესაბამისად  $\{x\}, \{y\}, \{z\}$  დისკრეტული ფუნქციების მნიშვნელობებს  $t = n$  წერტილში:  $x_n = x(n)$ ,  $y_n = y(n)$ ,  $z_n = z(n)$ . როცა ეს არ გამოიწვევს ორაზროვნებას, გამოვიყენოთ სიმარტივისთვის  $\{x\}, \{y\}, \{z\}$  აღნიშვნის ნაცვლად შესაბამისად -  $x, y, z$ .

სისტემა (4.3.1) საწყისი პირობებით (4.3.2) ამოსახსნელად ამავე თავის წინა ორი პარაგრაფში მოყვანილი სხვაობიანი განტოლების ამოხსნის კლასიკური მეთოდისგან განსხვავებით, გამოყენებულია დისკრეტული ოპერატორული აღრიცხვა. დისკრეტული ოპერატორული აღრიცხვა შემუშავებულია [23] იან მიკუსინსკის განზოგადოებული ფუნქციებისთვის ოპერატორული აღრიცხვის თეორიის [36] საფუძველზე და წარმოადგენს დასმული ამოცანის ამოსახსნის ეფექტურ საშუალებას.

სისტემა (4.3.1) დან გარდაქმნებით ვიპოვით  $z_n$  -ის მიმართ მეორე რიგის წრფივ არაერთგვაროვან სხვაობიან განტოლებას:

$$z_{n+2} - (2 + \alpha_1)z_{n+1} + (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))z_n = -\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n}) \quad (4.3.3)$$

საწყისი პირობებით

$$z(0) = z_0 > 0, \quad z(1) = z_1 = z_0 + \gamma_1(x_0 + y_0) \quad (4.3.4)$$

(4.3.3), (4.3.4)-ის ამოსახსნელად  $z_n$  გამოვიყენოთ დისკრეტული ოპერატორული აღრიცხვა. შემოვიტანოთ დისკრეტული ოპერატორული აღრიცხვისთვის აუცილებელი ცნებებისა და აღვნიშვნების განმარტებები. ორი  $\{x\}, \{z\}$  დისკრეტული ფუნქციის ნახვევი ეწოდება დისკრეტულ ფუნქციას  $\{h\}$ , რომელიც შემდეგნაირად განისაზღვრება  $\{h\} = \{x\} * \{z\}$ , ან  $h = x * z$ , სადაც

$$h(n) = \sum_{i=0}^n x(n-i)z(i) \quad (4.3.5)$$

განვიხილოთ ზოგიერთი დისკრეტული ფუნქციის ნახვევი. დისკრეტული ფუნქცია  $\{e\} = (1, 0, 0, \dots)$  - ერთეულოვანი დისკრეტული ფუნქცია, რომლის ნახვევი ნებისმიერ  $\{f\} = (f(0), f(1), \dots, f(n), f(n+1), \dots)$  დისკრეტული ფუნქციისთან

$$\{f\} * \{e\} = f * e = (f(0), f(1), \dots, f(n), f(n+1), \dots)$$

იგივე დისკრეტულ ფუნქციას გვაძლევს,

$$(f * e)(n) = f(n) \quad (4.3.6)$$

დისკრეტული ფუნქციის  $\{l\} = (1, 1, 1, \dots)$  ნახვევი ნებისმიერ დისკრეტულ ფუნქციასთან იწვევს ამ უკანასკნელის ელემენტების ჯამის გამოთვლას, ამოტომაც მას აჯამვის ოპერატორი ვუწოდოთ

$$\{f\} * \{l\} = f * l = f(0) + f(1) + \dots + f(n) = \sum_{i=0}^n f(i) \quad (4.3.7)$$

ნახვევები აკმაყოფილებენ კომუტატორობის, ასოციურობის და დისტრიბუციულობის თვისებებს, ამიტომაც მათზე შეიძლება ვიმოქმედოთ არითმეტიკული ოპერაციებით.

შემოვიტანოთ დისკრეტული ფუნქციების წილადი, რომელიც ფაქტიურად ნახვევის შებრუნებული ოპერაციაა:  $a/b$  (სადაც  $b$  ნულთან იგივეურად არატოლი დისკრეტული ფუნქციაა) ნიშნავს, რომ იგი იმ დისკრეტული  $c$  ფუნქციის ტოლია, რომლის ნახვევი  $b$  დისკრეტულ ფუნქციასთან გვაძლევს დისკრეტულ  $a$  ფუნქციას, ე.ი. გვაქვს

$$\frac{a}{b} = c \quad \Rightarrow \quad a = b * c \quad (4.3.8)$$

არაა გამორიცხული, რომ დისკრეტული ფუნქციების ნახვევის შებრუნებულმა ოპერაციამ - წილადმა, აღარ მოგვცეს დისკრეტული ფუნქცია. მაგრამ იგი შეიძლება

განციხილთ როგორც ახალი მათემატიკური ობიექტი - ოპერატორი (მთელი რიცხვების გაყოფის შედეგად რაციონალური რიცხვების მიღების ანალოგიურად).  
სამართლიანია შემდეგი თვისებები

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ თუ კი } a*d = b*c, \frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a*c}{b*d}, \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a*d + b*c}{b*d}, \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a*d}{b*c} \quad (4.3.9)$$

$c$  ოპერატორის შებრუნებული ოპერატორი ვუწოდოთ  $d$  ოპერატორს რომლისათვისაც სამართლიანია

$$c*d = e \quad (4.3.10)$$

აჯამვის ოპერატორის შებრუნებულია  $u = \frac{e}{l}$ , რომლის მნიშვნელობა - დისკრეტული ფუნქციის მნიშვნელობები გამოითვლება ტოლობიდან  $l*u = u*l = e = \frac{l}{l}$ ,  
შედეგად ვღებულობთ

$$\{u\} = (1, -1, 0, 0, \dots) \quad (4.3.11)$$

შემოვიტანოთ გადატანის ოპერატორი  $\sigma$ , რომელიც მოიცემა შემდეგნაირად

$$\{\sigma\} = \{e - u\} = \left\{ \frac{l - e}{e} \right\} = (0, 1, 0, 0, \dots) \quad (4.3.12)$$

გადატანის ოპერატორის ნახვევი დისკრეტულ ფუნქციასთან გვაძლევს ან დისკრეტული ფუნქციის მნიშვნელობების ერთი პოზიციით მარჯვნივ გადატანას, ხოლო, რადგანაც ნულოვანი პოზიცია გადადის პირველ პოზიციაზე, მის მიერ გამონთავისუფლებულ პოზიციაში ჩაიწერება ნული. ასე მაგალითად

$$\{\sigma\} * \{x\} = (0, 1, 0, 0, \dots) * (x(0), x(1), x(2), \dots) = (0, x(0), x(1), x(2), \dots) \quad (4.3.13)$$

ჩავთვალოთ, თუ კი  $\{x\} = (x(0), x(1), x(2), \dots)$ , მაშინ

$$\{x[n+1]\} = (x(1), x(2), x(3), \dots), \text{ ზოგადად } - \{x[n+i]\} = (x(i), x(i+1), x(i+2), \dots), \quad i \geq 1$$

, ხოლო  $\{x[0]\} = (x(0), 0, 0, \dots)$ . გადატანის ოპერატორისთვის ამ შემთხვევაში

სამართლიანია ფორმულა

$$\{x\} = \{\sigma\} * \{x[n+1]\} + \{x[0]\} \quad (4.3.14)$$

შემოვიტანოთ გადატანის ოპერატორის შებრუნებული ოპერატორი

$$s = \frac{e}{\sigma} = \frac{l}{l - e} \quad (4.3.15)$$

რომელის თავისი შინაარსით,  $s$ -ოპერატორი მოქმედებს გადატანის ოპერაციის შებრუნებულად, ანუ მისმა ნახვევმა დისკრეტულ ფუნქციაზე უნდა მოახდინოს მისი მნიშვნელობების ერთი პოზიციით მარცხნივ გადატანა. ასე მაგალითად

$$\{s\} * \{x\} = \{s\} * (x(0), x(1), x(2), \dots) = (x(1), x(2), x(3), x(4), \dots) \quad (4.3.16)$$

ვიმოქმედოთ (4.3.14) -ზე  $s$ -ოპერატორით, მივიღებთ

$$\{s\} * \{x\} = \left\{ \frac{e}{\sigma} \right\} * \{\sigma\} * \{x[n+1]\} + \{s\} * \{x[0]\}$$

$$\{x[n+1]\} = \{s\} * \{x\} - \{s\} * \{x[0]\}$$

ან უფრო მარტივი ჩანაწერით, გვაქვს

$$x(n+1) = sx(n) - sx(0) \quad (4.3.17)$$

(4.3.17)-ის ანალოგად გვაქვს

$$x(n+2) = sx(n+1) - sx(1) = s^2x(n) - s^2x(0) - sx(1) \quad (4.3.18)$$

ზოგადად,

$$x(n+k) = s^k x(n) - s^k x(0) - s^{k-1} x(1) - \dots - sx(k-1) \quad (4.3.19)$$

განვიხილოთ მრავალწევრი  $s$ -ოპერატორის მიმართ

$$\alpha_k s^k + \alpha_{k-1} s^{k-1} + \dots + \alpha_1 s + \{\alpha_0\}$$

სადაც  $\alpha_k, \alpha_{k-1}, \dots, \alpha_1, \alpha_0$  ნებისმიერი რიცხვებია. მოქმედებები ამ მრავალწევრებზე სრულდება ალგებრული მრავალწევრების დარად, ასე მაგალითად

$$(s-e)(s^{k-1} + s^{k-2} + \dots + s + 1) = s^k - e$$

სამართლიანია ფორმულები:

$$l = \frac{s}{s-e}, \quad a^n = \frac{s}{s-a}, \quad \frac{a^n - e}{a} = \frac{e}{s-a}, \quad na^{n-1} = \frac{s}{(s-a)^2}, \quad n = \frac{s}{(s-e)^2} \quad (4.3.20)$$

(4.3.20)-ის მარჯვენა მხარეს არის რიცხვითი ოპერატორი  $(a, 0, 0, \dots)$ .

დავუბრუნდეთ (4.3.3), (4.3.4) მეორე რიგის სხვაობიან განტოლებას საწყისი პირობებით და გადავწეროთ ის ოპერატორული აღრიცხვის გამოყენებით, კერძოდ (4.3.17), (4.3.18) ფორმულების ჩასმით (4.3.3)-ში მივიღებთ ე.წ. ამსახველ განტოლებას:

$$s^2 z_n - s^2 z_0 - s z_1 - (2 + \alpha_1)(s z_n - s z_0) + (2\alpha_3 \gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) z_n = -\gamma_1 (\beta_{1n} + \beta_{2n})$$

$$(s^2 - (2 + \alpha_1)s + (2\alpha_3 \gamma_1 + (\alpha_1 + 1))) z_n = (s^2 - (2 + \alpha_1)s) z_0 + s z_1 - \gamma_1 (\beta_{1n} + \beta_{2n}) \quad (4.3.21)$$

ავლნიშნოთ  $s^2 - (2 + \alpha_1)s + (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))$  კვადრატული სამწევრი

$$p(s) = s^2 - (2 + \alpha_1)s + (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))$$

მაშინ (4.3.21) ამსახველი განტოლების ამონახსნი მიიღებს სახეს

$$z_n = \frac{s^2 - (2 + \alpha_1)s}{p(s)} z_0 + \frac{s}{p(s)} z_1 - \frac{\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n})}{p(s)} \quad (4.3.22)$$

ორიგინალური ამონახსნის მისაღებად ჯერ განვიხილოდ (4.3.3)-ის შესაბამისი ერთგვაროვანი განტოლება.

$$z_{n+2} - (2 + \alpha_1)z_{n+1} + (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))z_n = 0 \quad (4.3.23)$$

(4.3.23) ერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლების შესაბამისი ამსახველი განტოლების ამონახსნია:

$$z_{n,ert} = \frac{s^2 - (2 + \alpha_1)s}{p(s)} z_0 + \frac{s}{p(s)} z_1 \quad (4.3.24)$$

კვადრატულ სამწევრს  $p(s)$ -ს ეწოდება (4.3.23) ერთგვაროვანი განტოლების მახასიათებელი სამწევრი (ზოგადად მრავალწევრი). ხოლო განტოლებას

$$p(s) = s^2 - (2 + \alpha_1)s + (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) = 0 \quad (4.3.25)$$

(4.3.23) ერთგვაროვანი განტოლების მახასიათებელი განტოლება.

ვთქვათ (4.3.25) განტოლებას აქვს დადებითი დისკრიმინანტი  $D = \alpha_1^2 - 8\alpha_3\gamma_1$ .

ანუ  $D = \alpha_1^2 - 8\alpha_3\gamma_1 > 0$ , მაშინ (4.3.25)-ს ორი განსხვავებული ნამდვილი ამონახსნია აქვს

$$\lambda_{1,2} = \frac{2 + \alpha_1 \pm \sqrt{D}}{2} \quad (4.3.26)$$

კვადრატული სამწევრი  $p(s)$  შეიძლება ჩავწეროთ

$$p(s) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \quad (4.3.27)$$

(4.3.22), (4.3.24) ამონახსნები შედგებიან წილად-რაციონალური გამოსახულებისგან, სადაც მნიშვნელში (4.3.27) სამწევრია, ამიტომ თვითოეული ეს წილად-რაციონალური გამოსახულება შეიძლება წარმოვადგინოთ, როგორც ჯამი ორი წილად-რაციონალური ფუნქციისა, რომელთა მნიშვნელში ან  $(s - \lambda_1)$  წევრია, ანაც  $(s - \lambda_2)$ . მართლაც (4.3.22) და (4.3.24) -ის მარჯვენა მხარეების პირველი შესაკრების პირველი თანამამრავლი ჩავწეროდ შემდეგნაირად

$$\frac{(s-(2+\alpha_1))s}{(s-\lambda_1)(s-\lambda_2)} = \frac{As}{s-\lambda_1} + \frac{Bs}{s-\lambda_2} \quad (4.3.28)$$

$$\frac{(s-(2+\alpha_1))(s-\lambda_1)}{(s-\lambda_1)(s-\lambda_2)} = A + \frac{B(s-\lambda_1)}{s-\lambda_2} \quad (4.3.29)$$

(4.3.29)-ში ზღვარზე გადასვლით, როცა  $s \rightarrow \lambda_1$  -სთვის ვღებულობთ

$$A = \frac{\lambda_1 - (2 + \alpha_1)}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

ანალოგიურად, (4.3.29)-ს ვამრავლებთ  $s - \lambda_2$  -ზე და გადავდივართ ზღვარზე, როცა  $s \rightarrow \lambda_2$ , ვღებულობთ

$$B = \frac{\lambda_2 - (2 + \alpha_1)}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

(4.3.22) და (4.3.25) -ის მარჯვენა მხარეების მეორე შესაკრების პირველი თანამამრავლი, ზემოთ აღნიშნული გარდაქმნების შემდეგ მიიღებს სახეს

$$\frac{s}{p(s)} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \frac{s}{s - \lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \frac{s}{s - \lambda_2}$$

(4.3.20)-ის მეორე ფორმულიდან  $\frac{s}{s - \lambda_2} = \lambda_2^n$ , (4.3.25) ასე ჩაიწერება

$$z_{n,ert} = \left( \frac{\lambda_1 - (2 + \alpha_1)}{\lambda_1 - \lambda_2} \lambda_1^n + \frac{\lambda_2 - (2 + \alpha_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} \lambda_2^n \right) z_0 + \left( \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \lambda_1^n + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \lambda_2^n \right) z_1$$

ხოლო  $\lambda_1 + \lambda_2 = 2 + \alpha_1$  -ის გათვალისწინებით ვღებულობთ

$$z_{n,ert} = \frac{\lambda_2 \lambda_1^n - \lambda_1 \lambda_2^n}{\lambda_2 - \lambda_1} z_0 + \frac{\lambda_2^n - \lambda_1^n}{\lambda_2 - \lambda_1} z_1 \quad (4.3.30)$$

დაგვრჩა გავარკვიოთ (4.3.22) ამოხსნაში შემავალი მესამე შესაკრების სახე. ჯერ გარდავქმნათ მისი თანამამრავლი  $\frac{e}{p(s)} = \frac{e}{(s-\lambda_1)(s-\lambda_2)}$  (4.3.20)-ის მესამე ფორმულის

გათვალისწინებით,

$$\begin{aligned} \frac{e}{p(s)} &= \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ \frac{e}{s - \lambda_2} - \frac{e}{s - \lambda_1} \right] = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ \frac{\lambda_2^n - e}{\lambda_2} - \frac{\lambda_1^n - e}{\lambda_1} \right] = \\ &= \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \frac{\lambda_1 \lambda_2^n - \lambda_2 \lambda_1^n}{\lambda_1 \lambda_2} + \frac{e}{\lambda_1 \lambda_2} \end{aligned} \quad (4.3.31)$$

ოპერატორულ აღრიცხვაში ხშირად სიმარტივისთვის  $e$ -ერთეულოვან ოპერატორს ავღნიშნავთ, როგორც 1-ს. ამიტომაც ყოველთვის უნდა გვქონდეს წარმოდ-



გენა, თუ რას ნიშნავს 1 - ერთეულოვან ოპერატორს, თუ რიცხვ 1-ს. (4.3.31)-ში

ოპერატორი  $\frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{e}{\lambda_1 \lambda_2}$  -ის სახეა  $\left( \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2}, 0, 0, \dots \right)$ . განვიხილოთ ეხლა ნახვევი

$$\begin{aligned} -\frac{\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n})}{p(s)} &= -\frac{e}{p(s)} * (\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n})) = \\ &= -\left[ \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \frac{\lambda_1 \lambda_2^n - \lambda_2 \lambda_1^n}{\lambda_1 \lambda_2} + \frac{e}{\lambda_1 \lambda_2} \right] * (\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n})) = \\ &= -\sum_{k=0}^{n-1} \frac{\lambda_2^{n-1-k} - \lambda_1^{n-1-k}}{\lambda_2 - \lambda_1} (\gamma_1(\beta_{1k} + \beta_{2k})) - \left( \frac{\lambda_2^{-1} - \lambda_1^{-1}}{\lambda_2 - \lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \right) (\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n})) \end{aligned} \quad (4.3.32)$$

(4.3.32) -ის მარჯვენა მხარის მეორე შესაკრები ნულის ტოლია, ხოლო როცა (4.3.32)

-ის მარჯვენა მხარის პირველ შესაკრებში  $k = n-1$  მაშინ  $\frac{\lambda_2^{n-1-n+1} - \lambda_1^{n-1-n+1}}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\lambda_2^0 - \lambda_1^0}{\lambda_2 - \lambda_1} = 0$ ,

ამოტომაც (4.3.32) გადაიწერება შემდეგნაირად

$$-\frac{\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n})}{p(s)} = -\frac{e}{p(s)} * (\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n})) = -\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\lambda_2^{n-i} - \lambda_1^{n-i}}{\lambda_2 - \lambda_1} (\gamma_1(\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)})) \quad (4.3.33)$$

შემოვიტანოთ კოშის ფუნქცია ან გრინის ფუნქცია საწყისი ამოცანისთვის:

$$g_n(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{\lambda_2^n - \lambda_1^n}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (4.3.34)$$

(4.3.22) წარმოადგენს (4.3.22) ერთგვაროვანი განტოლების ამონახსნი საწყისი პირობებით  $z_0 = 0$ ,  $z_1 = 1$ . (4.3.22) გადავწეროთ (4.3.30), (4.3.33), (4.3.34)-ის გათვალისწინებით

$$z_n = -\lambda_1 \lambda_2 g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \sum_{i=1}^{n-1} g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) (\gamma_1(\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}))$$

ან  $\lambda_1 \lambda_2 = 2\alpha_3 \gamma_1 + (\alpha_1 + 1)$  -ის და  $g_0(\lambda_1, \lambda_2) = 0$  -ის გათვალისწინებით

$$\begin{aligned} z_n &= -(2\alpha_3 \gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) (\gamma_1(\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)})) \end{aligned} \quad (4.3.35)$$

$x_n$ ,  $y_n$  - პირველი და მეორე მხარეების მიერ ინფორმაციის გავრცელების რაოდენობის საპოვნელად (4.3.35) უნდა ჩავსვათ (4.3.1) სისტემის შესაბამისად პირველ და მეორე განტოლებაში და მივიღებთ პირველი რიგის არაერთგვაროვან სხვაობიან განტოლებებს  $x_n$ ,  $y_n$  მიმართ. მართლაც

$$x_{n+1} - (1 + \alpha_1)x_n = -\alpha_3 \left( \begin{array}{l} -(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2)z_1 - \\ - \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right) \end{array} \right) - \beta_{1n} \quad (4.3.36)$$

საწყისი პირობით

$$x(0) = x_0 > 0 \quad (4.3.37)$$

ავლნიშნოთ

$$f(n) = -\alpha_3 \left( \begin{array}{l} -(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2)z_1 - \\ - \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right) \end{array} \right) - \beta_{1n} \quad (4.3.38)$$

მაშინ (4.3.36) გადაიწერება შემდეგნაირად

$$x_{n+1} - (1 + \alpha_1)x_n = f(n) \quad (4.3.39)$$

ჩავსვათ (4.3.17) (4.3.39)-ში, მივიღებთ აქმსახველ განტოლებას

$$(s - (1 + \alpha_1))x_n = f(n) + sx_0$$

გავყოთ ის  $s - (1 + \alpha_1)$ , მივიღებთ გამოსახულებას  $x_n$  -სთვის

$$x_n = \frac{e}{s - (1 + \alpha_1)} f(n) + \frac{s}{s - (1 + \alpha_1)} x_0$$

ამ ბოლო ტოლობაში ჩავსვათ (4.3.20) -ის მეორე და მესამე ფორმულები, მივიღებთ

$$x_n = (1 + \alpha_1)^n x_0 + \frac{(1 + \alpha_1)^n - e}{1 + \alpha_1} * f(n)$$

ამ უკანასკნელში გამოვთვალოთ ნახვევი

$$x_n = (1 + \alpha_1)^n x_0 + \frac{1}{1 + \alpha_1} \left[ \sum_{k=0}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} f(k) - f(n) \right]$$

ჩავსვათ (4.3.38) (4.3.39)-ში და საბოლოოდ ვღებულობთ  $x_n$  -სთვის

$$\begin{aligned} x_n = & (1 + \alpha_1)^n x_0 + \frac{1}{1 + \alpha_1} \left[ \sum_{k=0}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} \left[ \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{k-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 \right) - \right. \right. \\ & - \alpha_3 g_k(\lambda_1, \lambda_2)z_1 + \alpha_3 \sum_{i=1}^k g_{k-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right) - \beta_{1k} \left. \right] - \\ & - \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 \right) + \alpha_3 g_n(\lambda_1, \lambda_2)z_1 - \\ & \left. - \alpha_3 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right) + \beta_{1n} \right] \end{aligned} \quad (4.3.40)$$

ანალოგიურად ვიპოვიოთ  $y_n$  -ს

$$\begin{aligned}
y_n = & (1 + \alpha_1)^n y_0 + \frac{1}{1 + \alpha_1} \left[ \sum_{k=0}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} \left[ \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) g_{k-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 \right) - \right. \right. \\
& - \alpha_3 g_k(\lambda_1, \lambda_2) z_1 + \alpha_3 \sum_{i=1}^k g_{k-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right) - \beta_{2k} \left. \right] - \\
& - \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 \right) + \alpha_3 g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \\
& - \alpha_3 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right) + \beta_{2n} \left. \right]
\end{aligned} \tag{4.3.41}$$

როცა  $D = \alpha_1^2 - 8\alpha_3\gamma_1 < 0$ , ამ შემთხვევაშიც ვღებულობთ მეორე რიგის სხვაობიანი განტოლების ორ განსხვავებულ კომპლექსურად შეუღლებულ ფესვებს და მისთვის სამართლიანია ლოგიკური მსჯელობების ჯაჭვი, რომელიც იქნა გამოყენებული  $D = \alpha_1^2 - 8\alpha_3\gamma_1 > 0$ -სთვის. მხოლოდ უნდა წარმოვადგინოთ კომის ფუნქცია და შესაბამისად, ამონახსნებიც ნამდვილი ტრიგონომეტრიული სახით. მართლაც,

$$\text{ვთქვათ } \lambda_{1,2} = \frac{2 + \alpha_1 \pm i\sqrt{-D}}{2}, \quad \lambda_1 = \frac{2 + \alpha_1}{2} + \frac{\sqrt{-D}}{2}i, \quad \lambda_2 = \frac{2 + \alpha_1}{2} - \frac{\sqrt{-D}}{2}i, \text{ მაშინ}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2 - \frac{D}{4}}, \quad \varphi = \arctg \frac{\sqrt{-D}}{2 + \alpha_1} \tag{4.3.42}$$

და

$$\lambda_1 = re^{i\varphi} = r(\cos \varphi + i \sin \varphi), \quad \lambda_2 = re^{-i\varphi} = r(\cos \varphi - i \sin \varphi) \tag{4.3.43}$$

მაშინ

$$g_n(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{\lambda_2^n - \lambda_1^n}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{r^n (e^{-in\varphi} - e^{in\varphi})}{r(e^{-i\varphi} - e^{i\varphi})} = r^{n-1} \frac{\sin n\varphi}{\sin \varphi}$$

მაშინ

$$\begin{aligned}
z_n = & - (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) r^{n-2} \frac{\sin(n-1)\varphi}{\sin \varphi} z_0 + r^{n-1} \frac{\sin n\varphi}{\sin \varphi} z_1 - \\
& - \sum_{i=1}^n r^{n-i-1} \frac{\sin(n-i-1)\varphi}{\sin \varphi} \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right)
\end{aligned} \tag{4.3.44}$$

პირველი მხარისთვის კი გვაქვს პირველი რიგის სხვაობიანი განტოლება

$$x_{n+1} = (1 + \alpha_1)x_n - (\alpha_3 z_n + \beta_{1n}), \text{ აქედან კი ვღებულობთ}$$

$$x_n = (1 + \alpha_1)^n \cdot x_0 - \sum_{k=1}^n [(1 + \alpha_1)^{n-k} (\alpha_3 z_{k-1} + \beta_{1,(k-1)})] \tag{4.3.45}$$

მეორე მხარისთვისაც გვაქვს პირველი რიგის სხვაობიანი განტოლება

$$y_{n+1} = (1 + \alpha_1) y_n - (\alpha_3 z_n + \beta_{2n}), \text{ აქედან კი ვღებულობთ}$$

$$y_n = (1 + \alpha_1)^n \cdot y_0 - \sum_{k=1}^n [(1 + \alpha_1)^{n-k} (\alpha_3 z_{k-1} + \beta_{2,(k-1)})] \quad (4.3.46)$$

როცა  $D = \alpha_1^2 - 8\alpha_3\gamma_1 = 0$ , ამ შემთხვევაშიც ვღებულობთ მეორე რიგის სხვაობიანი განტოლების ჯერად ფესვს.

$$\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = \frac{2 + \alpha_1}{2}, \quad p(s) = (s - \lambda)^2 \quad (4.3.47)$$

(4.3.22) -ს ექნება ასეთი სახე

$$z_n = \frac{s^2 - (2 + \alpha_1)s}{(s - \lambda)^2} z_0 + \frac{s}{(s - \lambda)^2} z_1 - \frac{\gamma_1 (\beta_{1n} + \beta_{2n})}{(s - \lambda)^2} \quad (4.3.49)$$

განვიხილოთ შემდეგი წილადის წარმოდგენა

$$\frac{s - (2 + \alpha_1)}{\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2} = \frac{A}{s - \frac{2 + \alpha_1}{2}} + \frac{B}{\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2} \quad (4.3.50)$$

(4.3.50) -ის ორივე მხარე გავამრავლოთ  $\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2$ -ზე და მივასრავოთ  $s \rightarrow \frac{2 + \alpha_1}{2}$

სკენ, მივიღებთ, რომ

$$B = -\frac{2 + \alpha_1}{2} \quad (4.3.51)$$

(4.3.51)-ში ჩავსვით (4.3.50) და მივიღებთ, რომ

$$A = 1 \quad (4.3.52)$$

(4.3.50) ღებულობს სახეს

$$\frac{s - (2 + \alpha_1)}{\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2} = \frac{1}{s - \frac{2 + \alpha_1}{2}} - \frac{\frac{2 + \alpha_1}{2}}{\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2} \quad (4.3.53)$$

(4.3.24) წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით

$$z_{n,ert} = \frac{s^2 - (2 + \alpha_1)s}{\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2} z_0 + \frac{s}{\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2} z_1 = \left( \frac{s}{s - \frac{2 + \alpha_1}{2}} - \frac{\frac{2 + \alpha_1}{2} s}{\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2} \right) z_0 + \frac{s}{\left(s - \frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2} z_1 \quad (4.3.54)$$

(4.3.54)-ში გავითვალისწინოთ (4.3.20)-ის მეორე და მეოთხე ფორმულები, შედეგად ვღებულობთ

$$z_{n,ert} = \left( \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right)^n - \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right)^n n \right) z_0 + n \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right)^{n-1} z_1$$

ამ უკანასკნელი ტოლობისა და კოშის ფუნქციისთვის, რომელიც ჯერადი ფესვისთვის ღებულობს სახეს

$$g_n(\lambda) = \lim_{\lambda_1, \lambda_2 \rightarrow \lambda} g_n(\lambda_1, \lambda_2) = \lim_{\lambda_1, \lambda_2 \rightarrow \lambda} \frac{\lambda_2^n - \lambda_1^n}{\lambda_2 - \lambda_1} = \lim_{\lambda_1, \lambda_2 \rightarrow \lambda} \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2^{n-1} + \lambda_2^{n-2}\lambda_1^1 + \dots + \lambda_1^{n-1})}{\lambda_2 - \lambda_1} = \\ = \lim_{\lambda_1, \lambda_2 \rightarrow \lambda} (\lambda_2^{n-1} + \lambda_2^{n-2}\lambda_1^1 + \dots + \lambda_1^{n-1}) = n\lambda^{n-1}$$

არაერთგვაროვანი მეორე რიგის სხვაობიანი განტოლების (4.3.22) ამონახსენს (4.3.33)-ის ძალით აქვს სახე

$$z_n = \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right)^n (1 - n) z_0 + n \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right)^{n-1} z_1 - \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \lambda^{n-1-i} \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right)$$

რადგან,  $g_0(\lambda) = 0$ -ს, ამიტომაც მივიღებთ

$$z_n = - \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right)^2 g_{n-1} \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right) z_0 + g_n \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right) z_1 - \\ - \sum_{i=1}^n g_{n-i} \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right) \left( \gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)}) \right) \quad (4.3.55)$$

ჩავსაბოთ, რა (4.3.55)-ს (4.3.45) და (4.3.46)-ში მივიღებთ შესაბამისად  $x_n, y_n$  ამონახსნებს.

**(4.3.1) -ის კერძო შემთხვევები:**

ა) (4.3.1) სისტემის თავისუფალი წევრები მუდმივებია. ე.ი.

$\beta_{1n} = \beta_1 = const > 0$ ,  $\beta_{2n} = \beta_2 = const > 0$ , მაშინ:

1.  $D > 0$ -სთვის

$$z_n = -(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2)z_1 - (\gamma_1(\beta_1 + \beta_2))\sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \quad (4.3.56)$$

$$\begin{aligned} x_n = & (1 + \alpha_1)^n x_0 + \frac{1}{1 + \alpha_1} \left[ \sum_{k=0}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} \left[ \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{k-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 \right) - \right. \right. \\ & - \alpha_3 g_k(\lambda_1, \lambda_2)z_1 + \alpha_3 \sum_{i=1}^k g_{k-i}(\lambda_1, \lambda_2)(\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)) - \beta_1 \left. \right] - \\ & - \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 \right) + \alpha_3 g_n(\lambda_1, \lambda_2)z_1 - \\ & - \alpha_3 (\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)) \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) + \beta_1 \left. \right] \end{aligned} \quad (4.3.57)$$

$$\begin{aligned} y_n = & (1 + \alpha_1)^n y_0 + \frac{1}{1 + \alpha_1} \left[ \sum_{k=0}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} \left[ \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{k-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 \right) - \right. \right. \\ & - \alpha_3 g_k(\lambda_1, \lambda_2)z_1 + \alpha_3 \sum_{i=1}^k g_{k-i}(\lambda_1, \lambda_2)(\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)) - \beta_2 \left. \right] - \\ & - \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 \right) + \alpha_3 g_n(\lambda_1, \lambda_2)z_1 - \\ & - \alpha_3 (\gamma_1(\beta_1 + \beta_2)) \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) + \beta_2 \left. \right] \end{aligned} \quad (4.3.57)$$

2.  $D = 0$  -სთვის

$$z_n = -\left(\frac{2 + \alpha_1}{2}\right)^2 g_{n-1}\left(\frac{2 + \alpha_1}{2}\right)z_0 + g_n\left(\frac{2 + \alpha_1}{2}\right)z_1 - (\gamma_1(\beta_1 + \beta_2))\sum_{i=1}^n g_{n-i}\left(\frac{2 + \alpha_1}{2}\right) \quad (4.3.58)$$

$$x_n = (1 + \alpha_1)^n x_0 - \alpha_3 \sum_{k=1}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} z_{k-1} - \beta_1 \frac{(1 + \alpha_1)^n - 1}{\alpha_1} \quad (4.3.59)$$

$$y_n = (1 + \alpha_1)^n y_0 - \alpha_3 \sum_{k=1}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} z_{k-1} - \beta_2 \frac{(1 + \alpha_1)^n - 1}{\alpha_1} \quad (4.3.59)$$

3.  $D < 0$  -სთვის

$$\begin{aligned} z_n = & -(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1))r^{n-2} \frac{\sin(n-1)\varphi}{\sin\varphi} z_0 + r^{n-1} \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} z_1 - \\ & - \gamma_1(\beta_1 + \beta_2) \sum_{i=1}^n r^{n-i-1} \frac{\sin(n-i-1)\varphi}{\sin\varphi} \end{aligned} \quad (4.3.60)$$

$$x_n = (1 + \alpha_1)^n \cdot x_0 - \sum_{k=1}^n \alpha_3 z_{k-1} (1 + \alpha_1)^{n-k} - \beta_1 \sum_{k=1}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} \quad (4.3.61)$$

$$y_n = (1 + \alpha_1)^n \cdot y_0 - \sum_{k=1}^n \alpha_3 z_{k-1} (1 + \alpha_1)^{n-k} - \beta_2 \sum_{k=1}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} \quad (4.3.61)$$

ბ) (4.3.1) სისტემის თავისუფალი წევრები ცვლადებია. კერძოდ

$$\beta_{1n} = \beta_1 a^{\lambda_1 n}, \beta_1, a = \text{const} > 0, \quad \beta_{2n} = \beta_2 a^{\lambda_2 n}, \beta_2, a = \text{const} > 0$$

1.  $D > 0$  -խոցոս

$$z_n = -\left(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)\right) g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \gamma_1 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( a^{\lambda_2(i-1)} \left( \beta_1 a^{\sqrt{D}(i-1)} + \beta_2 \right) \right) \quad (4.3.61)$$

$$x_n = (1 + \alpha_1)^n x_0 + \frac{1}{1 + \alpha_1} \left[ \sum_{k=0}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} \left[ \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) g_{k-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 \right) - \alpha_3 g_k(\lambda_1, \lambda_2) z_1 + \alpha_3 \sum_{i=1}^k g_{k-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 a^{\lambda_2(i-1)} \left( \beta_1 a^{\sqrt{D}(i-1)} + \beta_2 \right) \right) - \beta_1 a^{\lambda_2 k} \right] - \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 \right) + \alpha_3 g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \alpha_3 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 a^{\lambda_2(i-1)} \left( \beta_1 a^{\sqrt{D}(i-1)} + \beta_2 \right) \right) + \beta_{1n} \right] \quad (4.3.62)$$

$$y_n = (1 + \alpha_1)^n y_0 + \frac{1}{1 + \alpha_1} \left[ \sum_{k=0}^n (1 + \alpha_1)^{n-k} \left[ \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) g_{k-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 \right) - \alpha_3 g_k(\lambda_1, \lambda_2) z_1 + \alpha_3 \sum_{i=1}^k g_{k-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 a^{\lambda_2(i-1)} \left( \beta_1 a^{\sqrt{D}(i-1)} + \beta_2 \right) \right) - \beta_2 a^{\lambda_2 k} \right] - \alpha_3 \left( (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)) g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 \right) + \alpha_3 g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \alpha_3 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left( \gamma_1 a^{\lambda_2(i-1)} \left( \beta_1 a^{\sqrt{D}(i-1)} + \beta_2 \right) \right) + \beta_2 a^{\lambda_2 n} \beta_{1n} \right] \quad (4.3.63)$$

2.  $D = 0$  -խոցոս

$$z_n = -\left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right)^2 g_{n-1} \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right) z_0 + g_n \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right) z_1 - \gamma_1 (\beta_1 - \beta_2) \sum_{i=1}^n g_{n-i} \left( \frac{2 + \alpha_1}{2} \right) a^{\frac{2 + \alpha_1}{2}(i-1)} \quad (4.3.63)$$

$$x_n = (1 + \alpha_1)^n \cdot x_0 - \sum_{k=1}^n [(1 + \alpha_1)^{n-k} \left( \alpha_3 z_{k-1} + \beta_1 a^{\frac{2 + \alpha_1}{2}(k-1)} \right)] \quad (4.3.64)$$

$$y_n = (1 + \alpha_1)^n \cdot y_0 - \sum_{k=1}^n [(1 + \alpha_1)^{n-k} \left( \alpha_3 z_{k-1} + \beta_2 a^{\frac{2 + \alpha_1}{2}(k-1)} \right)] \quad (4.3.65)$$

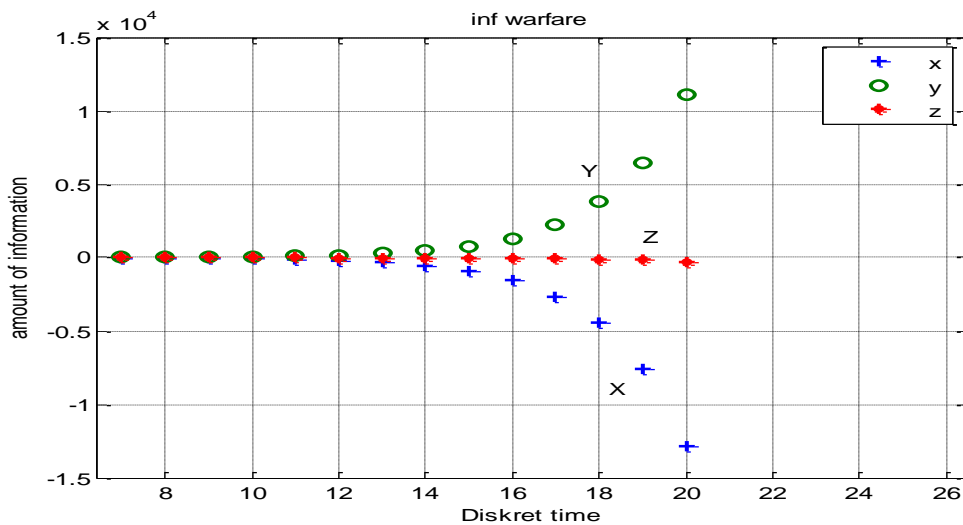
2.  $D < 0$  -խոցոս

$$z_n = -\left(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)\right) r^{n-2} \frac{\sin(n-1)\varphi}{\sin\varphi} z_0 + r^{n-1} \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} z_1 - \gamma_1 \sum_{i=1}^n r^{n-i-1} \frac{\sin(n-i-1)\varphi}{\sin\varphi} \left( \beta_1 a^{\lambda_1(i-1)} + \beta_2 a^{\lambda_2(i-1)} \right) \quad (4.3.66)$$

$$x_n = (1 + \alpha_1)^n \cdot x_0 - \sum_{k=1}^n [(1 + \alpha_1)^{n-k} (\alpha_3 z_{k-1} + \beta_1 a^{\lambda_1(k-1)})] \quad (4.3.67)$$

$$y_n = (1 + \alpha_1)^n \cdot y_0 - \sum_{k=1}^n [(1 + \alpha_1)^{n-k} (\alpha_3 z_{k-1} + \beta_2 a^{\lambda_2(k-1)})] \quad (4.3.68)$$

ვაჩვენოთ, რომ რელიგიურ ინსტიტუტებს შეუძლიათ ჩააქრონ ინფორმაციული ომი, თუ კი საერთაშორისო სამშვიდობო ძალები ამისთვის სათანადო ძალისხმევას არ მიმართავენ - ან სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსია დაბალი, ან პრევენცია არასათანადო, ან ორივე ერთად. ჩავატაროთ გამოთვლითი ექსპერიმენტი ყველაზე კრიტიკული შემთხვევისთვის, როცა მხარეთა აგრესიულობა საკმაოდ მაღალია -  $D > 0$ . ვთქვათ  $\alpha_1 = 0.7, \alpha_3 = 0.2, \gamma_1 = 0.1, \beta_{1n} = 1, \beta_{2n} = 1, x_0 = 1, y_0 = 2, z_0 = 0$  -არ გვაქვს მშვიდობისმყოფელების პრევენცია, რელიგიური ორგანიზაციების აქტიურობა არაა საკმარისი ინფორმაციული ომის ჩასაქრობად, კერძოდ მეორე მხარე არ ასრულებს ინფორმაციულ ომს პირველისგან განსხვავებით.



ნახატი 4.3.1. აგრესიულობა დიდია  $D > 0$ , რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობა მცირეა, რის გამოც არ ხდება ინფორმაციული ომის ჩაქრობა

თუ კი გავზრდით მხოლოდ რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობას, მაგალითად  $\beta_{1n} = 7, \beta_{2n} = 8$ , რელიგიური ინსტიტუტებს, ამ პირობებში ძალუმთ ინფორმაციული ომის ჩაქრობა.

ლისტინგი 4.3.1. რელიგიურ ინსტიტუტების აქტიურობა აქრობს ინფორმაციულ ომს

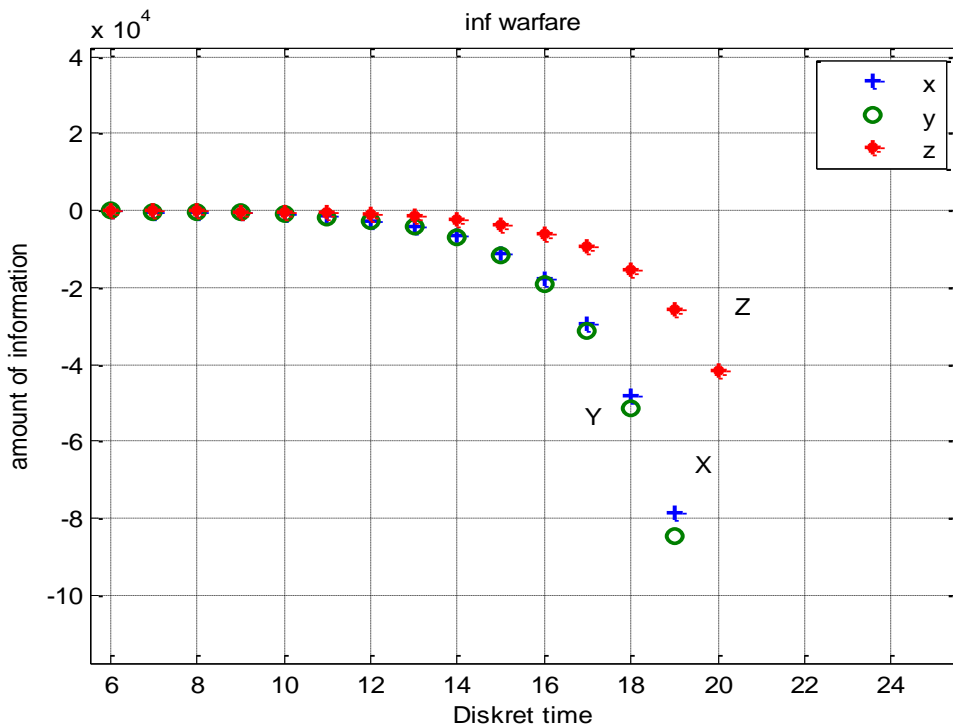
$$x(1)=1; y(1)=2; z(1)=0; \quad a_1=0.7;$$



```

a3=0.2;
b1=7;
b2=8;
g1=0.1;d=a1^2-8*a3*g1;
N=20;
n=1:N;
for i=2:N
    x(i)=(1+a1)*x(i-1)-a3*z(i-1)-b1;
    y(i)=(1+a1)*y(i-1)-a3*z(i-1)-b2;
    z(i)=z(i-1)+g1*(x(i-1)+y(i-1));
end;
plot(n,x,'+',n,y,'o',n,z,'*', 'lineWidth',1.5)
title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on

```



ნახატი 4.3.2. აქრესიულობა დიდია  $D > 0$ , რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობის გაზრდით ხდება ინფორმაციული ომის ჩაქრობა

#### §4.4 “აგრესორ-მსხვერპლის” ინფორმაციული ომის არაწრფივი დისკრეტული მოდელი ავტორიტეტული საერთაშორისო და რელიგიური ინსტიტუტების მონაწილეობით

“აგრესორ-მსხვერპლის” ინფორმაციული ომის არაწრფივი დისკრეტული მოდელი

ავტორიტეტული საერთაშორისო და რელიგიური ინსტიტუტების მონაწილეობით შეიძლება ავსავთ ანალოგიური უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელების გამოყენებით. მართლაც, “აგრესორ-მსხვერპლის” ავტორიტეტული საერთაშორისო და რელიგიური ინსტიტუტების მონაწილეობით ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელი აღიწერება არაწრფივი არაერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლებათა სისტემით [75]

$$\begin{cases} x_{n+1} - x_n = \alpha_1 x_n - \alpha_2 x_n y_n - \alpha_3 z_n - \beta_{1n} \\ y_{n+1} - y_n = \alpha_1 y_n + \alpha_2 y_n x_n - \alpha_3 z_n - \beta_{2n} \\ z_{n+1} - z_n = \gamma_1 (x_n + y_n) + \gamma_2 z_n \end{cases} \quad (4.4.1)$$

საწყისი პირობებით

$$x_n(0) = x_0 > 0, \quad y_n(0) = y_0 > 0, \quad z_n(0) = z_0 \geq 0 \quad (4.4.2)$$

სადაც  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \gamma_1, \gamma_2 > 0$  მოდელის პარამეტრებია,  $\beta_{1n}, \beta_{2n} > 0 \quad \forall n \in Z_0^+ = N \cup \{0\}$

ავტორიტეტული ინსტიტუტების ზემოქმედებაა შესაბამის აგრესიულ მხარეზე. ინფორმაციულ ომში ჩართული სამივე მხარე (ორი ანტაგონისტური და მესამე მშვიდობისმყოფელი) დასახული, განსხვავებული მიზნების მისაღწევად ხშირ შემთხვევაში დროის გარკვეულ  $n \in Z_0^+ = N \cup \{0\}$  მომენტში ავრცელებს შესაბამისად  $x_n, y_n, z_n$  რაოდენობის ინფორმაციას.

ინფორმაციის რაოდენობა დროის ერთეულში განისაზღვრება როგორც ჯამი ყველა იმ მაპროვოცირებელი თუ დასამშვიდებელი ინფორმაციებისა, რომლებსაც ავრცელებენ მხარეები მასობრივი ინფორმაციის ყველა საშუალებებით. ყოველი მხარე, დასახული მიზნის მისაღწევად ეყრდნობა პიარტექნოლოგიის ცნობილ ასპრობირებულ ფორმულას - შესაბამისი ინფორმაციის გავრცელების ინტენსივობა ზრდის ზემოქმედების ეფექტურობას.

მოცემულ მოდელში მასტაბილირებელ როლს თამაშობენ დაპირისპირებული მხარეების (ქვეყნები) ავტორიტეტული რელიგიური ინსტიტუტები (საპატრიარქო, ისლამური რელიგიური ინსტიტუტები და სხვა), რომლებიც გავლენას ახდენენ მხოლოდ თავის ქვეყნების გადაწყვეტილებების მიმდებ პირებზე (ლიდერშიპი) და მოუწოდებენ მათ ინფორმაციული ომის შეწყვეტისკენ.

(4.4.1), (4.4.2) სხვაობიანი განტოლებათა სისტემის ამოხსნისათვის გამოვიყენოთ §4.3-ში არსებული მიდგომები, კერძოდ (4.4.1)-ის გარდაქმნა და ოპერატორული

აღრიცხვა. შედეგად განისაზღვრება ამონახსნი მესამე-მშვიდობისმყოფელი მხარის-  
თვის.

$$\begin{aligned} z_{n+2} - z_{n+1} &= \gamma_1(x_{n+1} + y_{n+1}) + \gamma_2 z_{n+1} \\ z_{n+2} - (1 + \gamma_2)z_{n+1} &= \gamma_1(\alpha_1 + 1)(x_n + y_n) - 2\alpha_3\gamma_1 z_n - \gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n}) \\ x_n + y_n &= \frac{z_{n+1} - (1 + \gamma_2)z_n}{\gamma_1} \\ z_{n+2} - (1 + \gamma_2)z_{n+1} &= \gamma_1(\alpha_1 + 1)\frac{z_{n+1} - (1 + \gamma_2)z_n}{\gamma_1} - 2\alpha_3\gamma_1 z_n - \gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n}) \\ z_{n+2} - (1 + \gamma_2)z_{n+1} - (\alpha_1 + 1)z_{n+1} + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2)z_n + 2\alpha_3\gamma_1 z_n &= -\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n}) \end{aligned}$$

ამრიგად მესამე მხარის მიერ გავრცელებული ინფორმაციის რაოდენობისთვის მივიღეთ მეორე რიგის წრფივი არაერთგვაროვანი სხვაობიანი განტოლება

$$z_{n+2} - (2 + \gamma_2 + \alpha_1)z_{n+1} + (2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2))z_n = -\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n}) \quad (4.4.3)$$

(4.4.3) -სთვის ოპერატორული აღრიცხვის გამოყენებით, ისევე როგორც ეს გაკეთდა §4.3-ში, მივიღებთ

$$z_n = \frac{s^2 - (2 + \gamma_2 + \alpha_1)s}{p(s)} z_0 + \frac{s}{p(s)} z_1 - \frac{\gamma_1(\beta_{1n} + \beta_{2n})}{p(s)} \quad (4.4.4)$$

სადაც

$$(4.4.5)$$

1. ვთქვათ  $D = (\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\alpha_3\gamma_1 > 0$ , მაშინ

$$\lambda_1 = \frac{2 + \gamma_2 + \alpha_1 + \sqrt{(\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\alpha_3\gamma_1}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{2 + \gamma_2 + \alpha_1 - \sqrt{(\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\alpha_3\gamma_1}}{2} > 0 \quad (4.4.6)$$

(4.4.4)-ის წილად-რაციონალური ფუნქციები გარვდაქმნათ შესაბამისად, ამასთან გამოვიყენოთ ფუნქციების ნახვევის ფორმულები (4.3.20), და ტოლობა (4.3.34), მივიღებთ.

$$\begin{aligned} z_n &= -(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2))g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2)z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2)z_1 - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2)\left(\gamma_1(\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)})\right) \end{aligned} \quad (4.4.7)$$

რადგანაც  $g_0(\lambda_1, \lambda_2) = 0$ .

2. ვთქვათ  $D = (\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\alpha_3\gamma_1 = 0$ , მაშინ

$$z_n = -\left(\frac{2+\alpha_1+\gamma_2}{2}\right)^n g_{n-1}(\lambda) z_0 + g_n(\lambda) z_1 - \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda) \left(\gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)})\right) \quad (4.4.8)$$

სადაც  $g_n(\lambda) = n\lambda^{n-1}$ ,  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = \frac{2+\alpha_1+\gamma_2}{2}$ .

3. ვთქვათ  $D = (\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\alpha_3\gamma_1 < 0$ , მაშინ

$$z_n = -(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2)) r^{n-2} \frac{\sin(n-1)\varphi}{\sin\varphi} z_0 + r^{n-1} \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} z_1 - \sum_{i=1}^n r^{n-1-i} \frac{\sin(n-i)\varphi}{\sin\varphi} \left(\gamma_1 (\beta_{1,(i-1)} + \beta_{2,(i-1)})\right) \quad (4.4.9)$$

სადაც

$$g_n(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{r^n (e^{-in\varphi} - e^{in\varphi})}{r(e^{-i\varphi} - e^{i\varphi})} = r^{n-1} \frac{\sin(n\varphi)}{\sin\varphi},$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{2+\gamma_2+\alpha_1}{2}\right)^2 + \frac{8\alpha_3\gamma_1 - (\alpha_1 - \gamma_2)^2}{4}}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\sqrt{8\alpha_3\gamma_1 - (\alpha_1 - \gamma_2)^2}}{2 + \gamma_2 + \alpha_1}$$

კერძო შემთხვევები

ა) (4.4.1) სისტემის თავისუფალი წევრები მუდმივებია. ე.ი.

$\beta_{1n} = \beta_1 = \text{const} > 0$ ,  $\beta_{2n} = \beta_2 = \text{const} > 0$ , მაშინ:

1.  $D > 0$  -სთვის

$$z_n = -(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2)) g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \gamma_1 (\beta_1 + \beta_2) \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \quad (4.4.10)$$

2.  $D = 0$  -სთვის

$$z_n = -\left(\frac{2+\alpha_1+\gamma_2}{2}\right)^n g_{n-1}(\lambda) z_0 + g_n(\lambda) z_1 - \gamma_1 (\beta_1 + \beta_2) \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda) \quad (4.4.11)$$

2.  $D < 0$  -სთვის

$$z_n = -(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2)) r^{n-2} \frac{\sin(n-1)\varphi}{\sin\varphi} z_0 + r^{n-1} \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} z_1 - \gamma_1 (\beta_1 + \beta_2) \sum_{i=1}^n r^{n-1-i} \frac{\sin(n-i)\varphi}{\sin\varphi} \quad (4.4.12)$$

ბ) (4.4.1) სისტემის თავისუფალი წევრები ცვლადებია. კერძოდ

$$\beta_{1n} = \beta_1 a^{\lambda_1 n}, \beta_1, a = \text{const} > 0, \quad \beta_{2n} = \beta_2 a^{\lambda_2 n}, \beta_2, a = \text{const} > 0$$

1.  $D > 0$ -სთვის

$$z_n = -\left(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2)\right) g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \gamma_1 \beta_2 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) a^{\lambda_2(i-1)} \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} a^{\sqrt{D}(i-1)} + 1\right) \quad (4.4.13)$$

2.  $D = 0$ -სთვის

$$z_n = -\left(\frac{2 + \alpha_1 + \gamma_2}{2}\right)^n g_{n-1}(\lambda) z_0 + g_n(\lambda) z_1 - \gamma_1 \beta_2 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda) a^{\lambda_2(i-1)} \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} a^{\sqrt{D}(i-1)} + 1\right) \quad (4.4.14)$$

3. ვთქვათ  $D = (\alpha_1 - \gamma_2)^2 - 8\alpha_3\gamma_1 < 0$ , მაშინ

$$z_n = -\left(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2)\right) r^{n-2} \frac{\sin(n-1)\varphi}{\sin\varphi} z_0 + r^{n-1} \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} z_1 - \gamma_1 \beta_2 \sum_{i=1}^n r^{n-1-i} \frac{\sin(n-i)\varphi}{\sin\varphi} a^{\lambda_2(i-1)} \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} a^{\sqrt{D}(i-1)} + 1\right) \quad (4.4.15)$$

გ) (4.4.1) სისტემის თავისუფალი წევრები ცვლადებია. კერძოდ

$$\beta_{1n} = a_1 n^2 + a_2 n + a_3, \beta_{2n} = b_1 n^2 + b_2 n + b_3$$

$$a_1 = \text{const} > 0, \quad a_2 = \text{const} > 0, a_3 = \text{const} > 0, \quad D_1 = a_2^2 - 4a_1 a_3$$

$$b_1 = \text{const} > 0, \quad b_2 = \text{const} > 0, b_3 = \text{const} > 0, \quad D_2 = b_2^2 - 4b_1 b_3$$

1.  $D > 0$ -სთვის

$$z_n = -\left(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2)\right) g_{n-1}(\lambda_1, \lambda_2) z_0 + g_n(\lambda_1, \lambda_2) z_1 - \gamma_1 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda_1, \lambda_2) \left((a_1 + b_1)i^2 + (a_2 + b_2)i + a_3 + b_3\right) \quad (4.4.16)$$

2.  $D = 0$ -სთვის

$$z_n = -\left(\frac{2 + \alpha_1 + \gamma_2}{2}\right)^n g_{n-1}(\lambda) z_0 + g_n(\lambda) z_1 - \gamma_1 \sum_{i=1}^n g_{n-i}(\lambda) \left((a_1 + b_1)i^2 + (a_2 + b_2)i + a_3 + b_3\right) \quad (4.4.17)$$

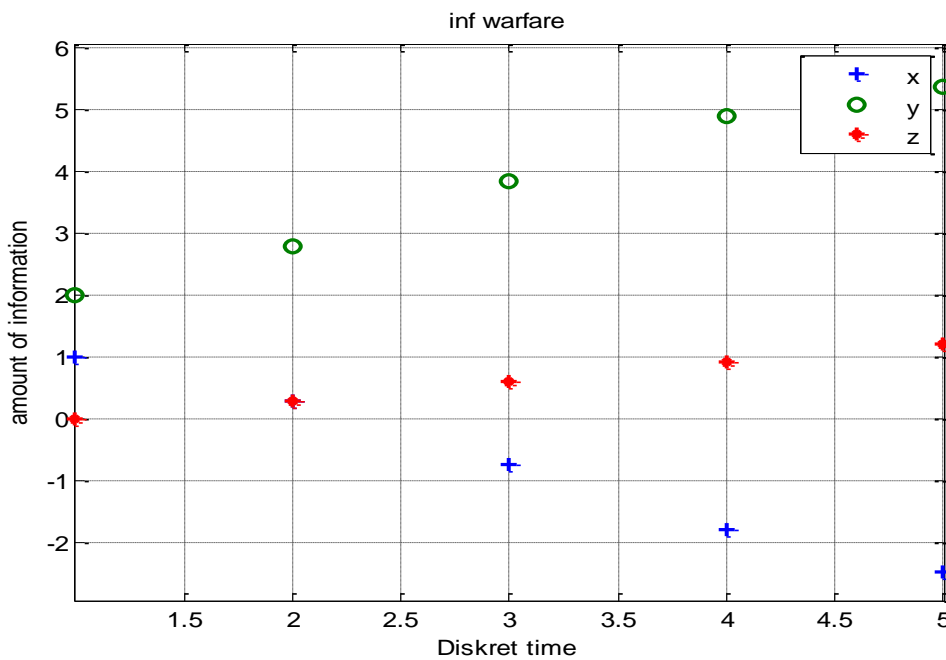
2.  $D = 0$ -სთვის

$$z_n = -\left(2\alpha_3\gamma_1 + (\alpha_1 + 1)(1 + \gamma_2)\right) r^{n-2} \frac{\sin(n-1)\varphi}{\sin\varphi} z_0 + r^{n-1} \frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} z_1 - \gamma_1 \sum_{i=1}^n r^{n-1-i} \frac{\sin(n-i)\varphi}{\sin\varphi} \left((a_1 + b_1)i^2 + (a_2 + b_2)i + a_3 + b_3\right) \quad (4.4.18)$$

(4.4.7)-(4.4.18) -ით მოცემულ  $z_n$  მნიშვნელობები უნდა ჩავსვათ (4.1.1) სისტემის პირველ და მეორე განტოლებებში და უკვე  $x_n, y_n$ -ების მიმართ სხვაობიანი არაწრფივი განტოლებათა სისტემა უნდა ამოიხსნას. აქვე უნდა ავლნიშნოთ, რომ ოპერატორული აღრიცხვის გამოყენება წრფივი მუდმივკოეფიციენტიანი სხვაობიანი განტოლებათა სისტემისთვის ძალიან ეფექტურია.

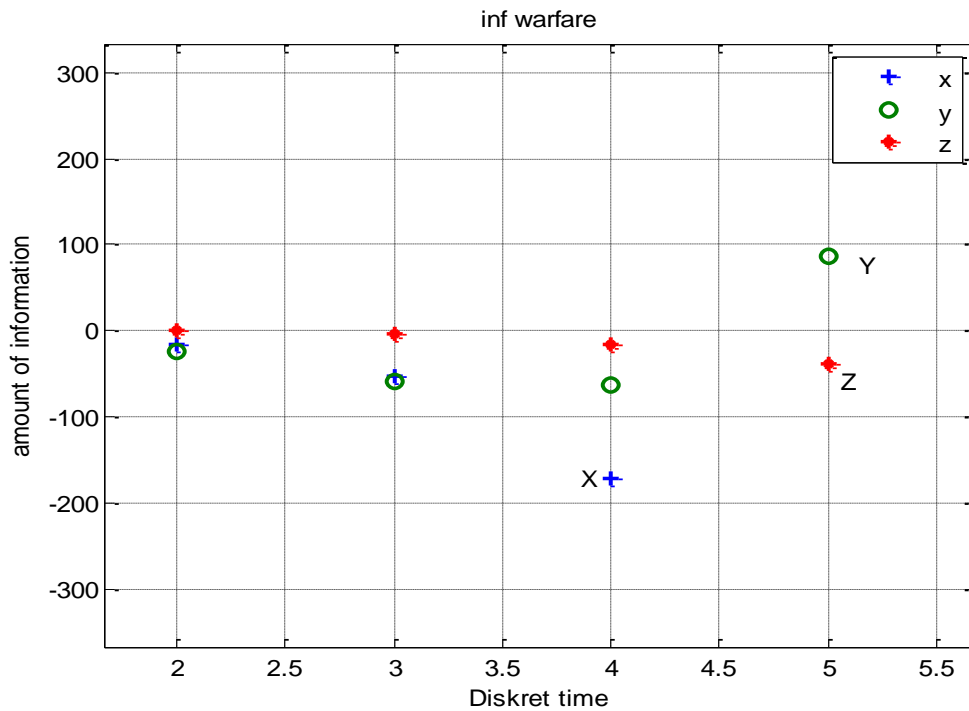
მოვიყვანოთ კომპიუტერული ექსპერიმენტის შედეგები, რომელიც ახდენენ “აგრესორ-მსხვერპლის” ინფორმაციული ომის არაწრფივი დისკრეტული მოდელი ავტორიტეტული საერთაშორისო და რელიგიური ინსტიტუტების გავლენას ინფორმაციული ომის ჩაქრობაში.

რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობა არაა საკმარისი ინფორმაციული ომის ჩასაქრობად. მონაცემებია  $\alpha_1 = 0.7, \alpha_2 = 0.02, \alpha_3 = 0.2, \gamma_1 = 0.1, \beta_{1n} = 1, \beta_{2n} = 1, x_0 = 1, y_0 = 2, z_0 = 0$  იხ. ნახატი 4.4.1.



ნახატი 4.4.1. რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობა არაა საკმარისი ინფორმაციული ომის ჩასაქრობად.

რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობის გაზრდით შესაძლებელი გახდა ინფორმაციული ომის ჩაქრობა გარკვეული ხანით, როს შემდეგ მეორე მხარე ისევ იწყებს ინფორმაციული ომის აქტიურ კამპანიას,  $\alpha_1 = 0.7, \alpha_2 = 0.02, \alpha_3 = 0.2, \gamma_1 = 0.1, \beta_{1n} = 18, \beta_{2n} = 27, x_0 = 1, y_0 = 2, z_0 = 0$ . იხილეთ ნახატი 4.4.2.



**ნახატი 4.4.2.** რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობის გაზრდით შესაძლებელი გახდა ინფორმაციული ომის ჩაქრობა გარკვეული ხანით, რის შემდეგ მეორე მხარე ისევ იწყებს ინფორმაციული ომის აქტიურ კამპანიას.

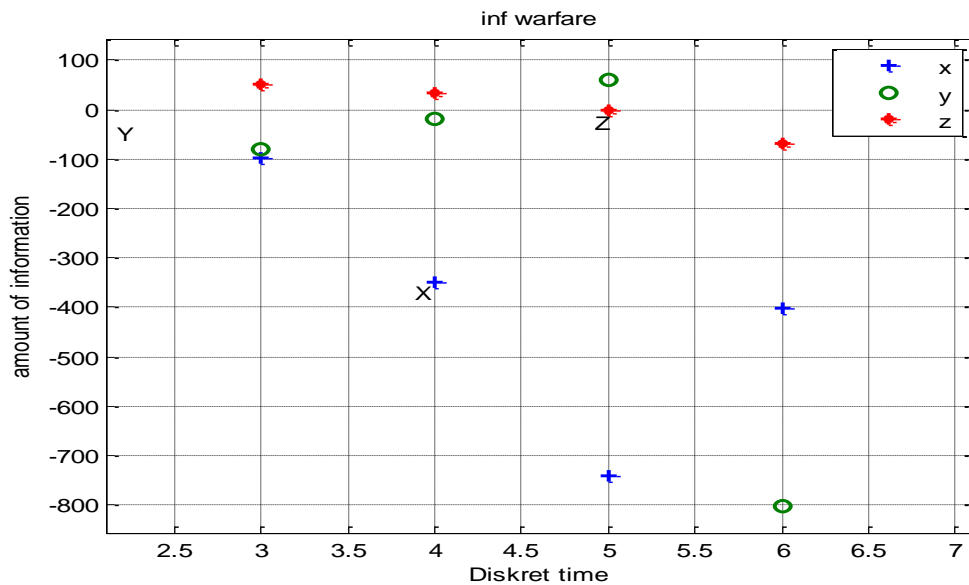
ინფორმაციული ომის დროებითი ჩაცხრობა მოხდა მხოლოდ რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობის გაზრდით, მაგრამ, როცა მესამე მხარეც მოქმედების არაპრევენციული რეჟიმიდან გადავა პრევენციულზე, შედეგი უფრო ეფექტურია-  $\alpha_1 = 0.7, \alpha_2 = 0.02, \alpha_3 = 0.2, \gamma_1 = 0.1, \beta_{1n} = 18, \beta_{2n} = 27, x_0 = 1, y_0 = 2, z_0 = 59$ . იხილე ნახატი 4.4.3.

ლისტინგი 4.4.2. “აგრესორ-მსხვერპლის” ინფორმაციული ომის არაწრფივი დისკრეტული მოდელი ავტორიტეტული საერთაშორისო და რელიგიური ინსტიტუტების გავლენა ინფორმაციული ომის ჩაქრობაში.

```

x(1)=1; y(1)=2; z(1)=59;
a1=0.7; a2=0.02;
a3=0.2;
b1=18;
b2=27;
g1=0.1;d=a1^2-8*a3*g1;
N=6;
n=1:N;
for i=2:N
    x(i)=(1+a1)*x(i-1)-a2*x(i-1)*y(i-1)-a3*z(i-1)-b1;
    y(i)=(1+a1)*y(i-1)+a2*x(i-1)*y(i-1)-a3*z(i-1)-b2;
    z(i)=z(i-1)+g1*(x(i-1)+y(i-1));
end;
plot(n,x,'+',n,y,'o',n,z,'*', 'lineWidth',1.9)
title('inf warfare')
xlabel('Diskret time')
ylabel('amount of information')
legend('x','y','z')
grid on
gtext('X')
gtext('Y')
gtext('Z')

```



ნახატი 4.4.3. რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობის და მესამე მხარის პრევენციის გაზრდით შესაძლებელი გახდა ინფორმაციული ომის საბოლოოდ დასრულება.



## დასკვნა

წინამდებარე მონოგრაფიაში განხილულია ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები, რომელთა შორის აღსანიშნავია პროფესორ **თემურ ჩილაჩავას** მიერ შემოთავაზებული ინფორმაციული ომის მოდელირების ახალი მიმართულება. ასევე საფუძვლიანად არის მოცემული **სამარსკი-მიხაილოვის** და მათი თანაავტორების მიერ შემუშავებული ინფორმაციის გავრცელების მათემატიკური მოდელები.

ინფორმაციული ნაკადების მოდელირების მიმართულებით ინფორმაციული ომის ქვეშ იგულისხმება ორი სახელმწიფოს ან სახელმწიფოთა ორი გაერთიანების, ანაც ორი მძლავრი ეკონომიკური სტრუქტურის (კონსორციუმების) მიერ მასობრივი საინფორმაციო საშუალებების (ბეჭდვითი და ელექტრონული პრესის, ინტერნეტის) გამოყენებით ერთმანეთის წინააღმდეგ მიზანმიმართული დეზინფორმაციისა თუ პროპაგანდის წარმოება. ამ პროცესში მესამე მხარედ გვევლინება საერთაშორისო ორგანიზაციები, მათი გაერთიანებები (გაერო, ეუთო, ევროკავშირი, მსო და სხვა), რომელთა ძალისხმევა სამშვიდობო მოწოდებების გავრცელების სახით, მიმართულია ანტაგონისტურ მხარეთა შორის დაძაბულობის ნეიტრალიზაციისა და ინფორმაციული ომის შეწყვეტისაკენ.

მონოგრაფიაში მოყვანილი (შესავალში) ინფორმაციული დაპირისპირების სერიოზული ინციდენტები, სახელმწიფო დონეზე კიბერ იარაღების გამოყენების ინტენსიურობა, საფუძველს იძლევა დავასკვნათ, რომ მსოფლიოში მიმდინარეობს პერმანენტული ინფორმაციული ომები, გავლენიანი სახელმწიფოების მხრიდან შეტევითი კიბერიარაღების გამალებული შეიარაღების ფონზე.

მონოგრაფიაში (პირველ თავში) ინფორმაციული ნაკადების მათემატიკური მოდელების მიმართულებით აგებულია ორ ანტაგონისტურ მხარეთა შორის ინფორმაციული ომის ზოგადი, წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელი, იმის გათვალისწინებით, რომ არსებობს მესამე, მშვიდობისმყოფელი მხარე. ზოგადი, წრფივი უწყვეტი მათემატიკური მოდელისთვის, რომელიც წარმოადგენს წრფივ ჩვეულებრივ დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემას, დადგენილია სამშვიდობო სტაბილიზაციის პირობები. რიცხვითი მეთოდებით დადგენილია ინფორმაციული

ომის დასრულება კონკრეტული საწყისი პირობებისთვის და მოდელის კონკრეტული პარამეტრებისთვის. ზოგადი, წრფივი, უწყვეტი მათემატიკური მოდელის იმ შემთხვევისთვის, როცა მოცემულია ცხრიდან ექვსი განსხვავებული კოეფიციენტი, ნაპოვნია ამ მათემატიკური მოდელის, კომის ამოცანის, ზუსტი ანალიტიკური ამოხსნები.

ზუსტი ანალიზური ამოხსნების საშუალებით განხილულია მხარეთა აქტიურობა ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების მათემატიკური მოდელის, არაპრევენციული და პრევენციული შემთხვევებისათვის.

ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  -სთვის, ანტაგონისტური მხარის ერთნაირი სასტარტო პირობების ( $N_{10} = N_{20}$ ) შემთხვევაში, ნაჩვენებია, რომ მესამე მხარეს არ შეუძლია ინფორმაციული ომის ჩაცხრობა, ინფორმაციული ომი სულ უფრო იკრებს ძალებს. დადგენილია, რომ მესამე მხარეს არაპრევენციული მიდგომისას ( $N_{30} = 0$ ), შეუძლია ნაწილობრივი ზემოქმედების მოხდენა ინფორმაციულ ომზე, კერძოდ ერთ-ერთ მხარეზე, თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყო არათანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} \neq N_{20}$ ). ამასთან მესამე მხარის ზემოქმედება ხდება იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის საწყისი პირობაც ნაკლებია და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა კი თავიდან იგი აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, მაგრამ შემდეგ ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს და საერთოდ წყვეტს მას.

გამოკვლევულია, რომ ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  -სთვის, იმ შემთხვევაში, თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს ( $N_{30} = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყო თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე უშედეგოა - ისინი აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს. თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყო არათანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} \neq N_{20}$ ), მაშინ მესამე მხარის ზემოქმედება ხდება იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის საწყისი პირობაც ნაკლებია და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს

ინფორმაციული ომს, თუმცა კი თავიდან იგი აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, მაგრამ შემდეგ ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს და საერთოდ წყვეტს მას. დიდი სასტარტო პირობების მქონე მხარე აგრძელებს და ავითარებს ინფორმაციულ შეტევებს.

დადგენილია, რომ ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ -ის შემთხვევაში, თუკი საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები არ მიიღეს ( $N_{30} = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე შედეგიანია. ამ შემთხვევაში ანტაგონისტური მხარეების აქტიურობის განმსაზღვრელი ფუნქციები გადიან ნულზე, როცა  $t^* = \frac{2(\pi - \varphi)}{\sqrt{-D}}$ , სადაც  $\varphi$ -სთვის სამართლიანია  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{-D}}{\alpha}$ . არათანაბარ სასტარტო პირობებისთვისაც ( $N_{10} \neq N_{20}$ ), ინფორმაციული ომი სრულდება

$$t_1^* = \frac{2}{\sqrt{-D}} \arcsin \left( \frac{N_{10} - N_{20}}{N_{10} + N_{20}} \cdot \frac{\sqrt{-D}}{\sqrt{8\beta\gamma}} e^{\frac{\alpha}{2} t_1^*} \right) + \frac{2}{\sqrt{-D}} (\pi - \varphi) > \frac{2}{\sqrt{-D}} (\pi - \varphi)$$

-სთვის, და ამ შემთხვევაში როგორც დადგენილია, შედეგის მიღწევა შესაძლებელია  $\gamma$ -ს შერჩევით,  $\beta$   $\gamma$  ნამრავლის გაზრდით.

გამოკვლევულია, რომ პრევენციის შემთხვევაში მესამე მხარის ზემოქმედება ინფორმაციულ ომზე უფრო შედეგიანია. ინფორმაციული ომის პრევენციულ მოდელში,  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$ -სთვის, ანტაგონისტური მხარის ერთნაირი სასტარტო პირობების ( $N_{10} = N_{20}$ ) დროს, იმ შემთხვევაში, როცა მესამე მხარის პრევენცია აკმაყოფილებს პირობას  $N_{30} > \frac{2\gamma N_{10}}{\lambda_2}$ , მაშინ სამივე  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$ ,  $N_3(t)$  ფუნქცია გადის ნულზე - ანუ ინფორმაციული ომი დასრულდება. დადგენილია ის პირობები პრევენციაზე, რომელიც უზრუნველყოფს ინფორმაციული ომის დასრულებას თუ კი, ანტაგონისტური მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ ( $N_{10} \neq N_{20}$ ).  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ -ის დროს, იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა პრევენციული ზომები მიიღეს, ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში, ანტაგონისტურ მხარეებს ერთნაირი

სასტარტო პირობები ( $N_{10} = N_{20}$ ) აქვთ, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე ეფექტურია და პრევენციის ამ პირობისთვის, როცა  $N_{30} > \frac{\alpha}{2\beta} N_{10}$  პირველი და მეორე მხარეები ასრულებენ

ინფორმაციული ომს  $t^*$ -ში  $t^* = \frac{N_{10}}{\beta N_{30} - \frac{\alpha}{2} N_{10}} = \frac{N_{10}}{\beta(N_{30} - \frac{\alpha}{2} N_{10})}$  თუ კი, ანტაგონისტურ

მხარეებს არათანაბარი სასტარტო პირობები აქვთ ( $N_{10} \neq N_{20}$ ) მაშინ დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების ის პირობები, როცა სამივე საძებნი ფუნქცია გადის ნულზე.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ -ის დროს, თუ ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $N_{10} = N_{20}$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეზე შედეგიანია. ამ შემთხვევაში  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$ , ფუნქციები ნულზე გადიან  $t^*$ -ში  $t^* = \frac{2(\pi - \varphi - \theta)}{\sqrt{-D}}$ ,

სადაც  $\theta = \arctg \frac{N_{30}\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{4\gamma N_{10} - \alpha N_{30}}$  და  $\varphi = \arctg \frac{\sqrt{8\beta\gamma - \alpha^2}}{\alpha}$ . ანტაგონისტური მხარეების

არათანაბარი სასტარტო პირობების ( $N_{10} \neq N_{20}$ ) შემთხვევაში დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები, რომ  $N_1(t)$ ,  $N_2(t)$  და  $N_3(t)$  ფუნქციები ნულზე გადიან შესაბამისი  $N_{30}$  და  $\gamma$  შერჩევით (პრევენციის და სამშვიდობო აქტიურობის გაზრდით). თუ კი პრევენციას არ აქვს ადგილი, სამივე საძებნი ფუნქციის ნულზე გასვლა შესაძლებელია, მხოლოდ იმ შემთხვევაში, როცა  $D < 0$  (აგრესიულობა სამშვიდობო აქტიურობასთან შედარებით ნაკლებია). ამასთან ამ უკანასკნელ შემთხვევაში, ნულზე გასვლა მიიღწევა  $\gamma$  (სამშვიდობო აქტიურობის) გაზრდით, მაშინაც, როცა ინფორმაციული ომი იწყება სხვადასხვა სასტარტო პირობებში. ამრიგად, საერთაშორისო ორგანიზაციები ვერ აქრობენ ინფორმაციული ომს, ანუ  $N_1(t)$  და  $N_2(t)$  ფუნქციები არ გადიან ნულზე, როცა  $D \geq 0$  (აგრესიულობა მაღალია), და არ არსებობს პრევენციული ქმედებები მათი მხრიდან.

ჩატარებულია არაპრევენციული ინფორმაციული ომის წრფივი მათემატიკური მოდელების ხარისხობრივი კვლევა და ნაჩვენებია სტაციონალური წერტილის არამდგრადობა.

განვიხილულია იმ სახის ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები, რომელშიც დამატებით კიდევ ორი აქტორია ჩართული. კერძოდ, დაპირისპირებულ მხარეებში არსებობული ავტორიტეტული საზოგადოებრივი ორგანიზაციები, რომელთაც დიდი გავლენა აქვთ თავისი სახელმწიფოს პოლიტიკურ ისტებლიშმენტში და ზოგადად საზოგადოებაზე (1.5.1), (1.5.2). მათი კერძო შემთხვევისთვის (1.5.3) -სთვის ნაპოვნია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები სხვადასხვა  $D < 0$ ,  $D = 0$ ,  $D > 0$ -ს შემთხვევებში (1.5.19), (1.5.20), (1.5.27), (1.5.28), (1.5.29). გამოკვლეულია ინფორმაციული ომის მიმდინარეობის სცენარი სხვადასხვა კონკრეტული პარამეტრისა და საწყისი მნიშვნელობების შემთხვევაში. დადგენილია, რომ ინფორმაციულ ომში განსაკუთრებულ როლს თამაშობენ ურთიერთდაპირისპირებული მხარეების (ქვეყნები ან კოალიციები) ავტორიტეტული რელიგიური ინსტიტუტები (ზოგადად კი სხვა ავტორიტეტული ორგანიზაციებიც), რომლებიც გავლენას ახდენენ მხოლოდ თავის ქვეყნების გადაწყვეტილებების მიმღებ პირებზე (ლიდერშიპი) და მოუწოდებენ მათ ინფორმაციული ომის შეწყვეტისკენ. დადგენილია პირობები, რომლის დროსაც ამ ავტორიტეტულ ორგანიზაციებს, შეუძლიათ ინფორმაციული ომის ჩაქრობა, როცა მესამე მხარეს ეს რიგი მიზეზების გამო არ ხელეწიფება.

მონოგრაფიის მეორე თავში აგებულია ინფორმაციული ომის არაწრფივი უწყვეტი მოდელები: ინფორმაციულ ომში მოწინააღმდეგის იგნორირების და ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგეების შემთხვევები, შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციების მონაწილეობით მიმდინარე ინფორმაციული ომის. მოდელები აგებულია არაწრფივი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების საშუალებით და გამოკვლეულია შესაბამისად დასმული კომის ამოცანები. პირველ მოდელში ნაპოვნია ზუსტი ანალიზური ამოხსნები და მათი საშუალებით დადგენილია ინფორმაციული ომის დასრულების პირობები. ნაჩვენებია, რომ ინფორმაციული ომი სრულდება ნებისმიერი პრევენციისთვის, ხოლო ანტაგონისტურ მხარეთა აქტიურობა, პიკზე გასვლა, განისაზღვრება პირობით; როცა  $N_{30} < \frac{\alpha}{\beta}$ ,  $N_1(t)$  იწყებს ჯერ ზრდას, აღწევს მაქსიმუმს, ხოლო შემდეგ მცირდება და ასიმპტოტურად ზემოდან უახლოვდება ნულს. ნულის სიახლოვეს გრაფიკს აქვს თავისებური

მარყუჟი. იგივე პროცესი სრულდება მეორე მხარისთვის; თუ კი,  $N_{30} > \frac{\alpha}{\beta}$  როცა  $|C| > 1$ ,  $N_1(t)$ , ისევე როგორც  $N_2(t)$  თავიდანვე იწყებს კლებას და ასიმპტოტურად ზემოდან უახლოვდება ნულს. მეორე მოდელი გამოკვლეულია რიცხვითი მეთოდების საშუალებით და დადგენილია ინფორმაციული ომის სტაბილური დასრულების პირობები. შიდასახელმწიფოებრივი ავტორიტეტული ორგანიზაციების ჩართულობით მიმდინარე ინფორმაციული ომის მათემატიკური და კომპიუტერული მესამე მოდელების კვლევის, გამოთვლითი ექსპერიმენტის საფუძველზე შესაძლებელია შემდეგი დასკვნის გაკეთება: თუ კი მშვიდობისმყოფელი საერთაშორისო ორგანიზაციის ძალისხმევა საკმარისი არ არის ინფორმაციული ომის ჩაცხრობისა, შიდასახელმწიფოებრივი ავტორიტეტული ორგანიზაციების მაღალი აქტიურობის შედეგად შესაძლებელია ამის მიღწევა, და ინფორმაციული ომი დასრულდება. მეორე თავში ასევე განხილულია, ცხადი სახით მოცემილი ინფორმაციული ომის წარმოების შეზღუდვები, ინფორმაციული ტექნოლოგიების შესაძლებლობების გათვალისწინებით მოდელი (2.4.10),(2.4.11), რომელიც შესწავლილია რიცხვითი ექსპერიმენტების საშუალებით და დაგენილია, რომ არსებობს ისეთი ტიპის სცენარები, როცა მესამე მხარის ინფორმაციული შესაძლებლობების დონე არასაკმარისია, რათა მან - მშვიდობისმყოფელმა მხარემ მოახერხოს ინფორმაციული ომის ჩაქრობა, მიუხედავად იმისა, რომ მისი პრევენხია მაღალია და ახლოსაა მისი ტექნოლოგიების შესაძლებლობების დონესთან. ამდენად წარმოიქმნება ინფორმაციული ომის არაწრფივი შებრუნებული ამოცანა, რომელიც ნაწილობრივ გადაწყვეტილია დიხოტომიის მეთოდის გამოყენებით, მაგრამ ასევე საჭიროებს შემდგომ კვლევებს. (2.4.1), (2.4.2) მოდელისთვის განხილულია სტაციონალური წერტილები. გამოყოფილია მხარეთა ინფორმაციული ტექნოლოგიების დონეთა შეფარდების პირველი და მეორე ტიპის ამოცანები. განხილულია ინფორმაციული ომის მოდელები ყოვნით, კომპიუტერული ექსპერიმენტით ნაჩვენების ზღვრული ყოვნის დადგენის შესაძლებლობები. განზოგადოებულია სოციალურ სფეროში მოდელირების თავისებურება. კერძოდ ის, რომ, სოციალურ პროცესის პარამეტრები მყისიერად და ერთდროულად არ დებულობენ საბოლოო მნიშვნელობებს, არამედ სოციალური პროცესისთვის დამახასიათებელია ამ პარამეტრების დამოუკიდებელი, თავისუფალი "დასრულების"

რეჟიმი, რაც მოდელში აისახება თავისებურებებით და შედეგად მიღებულია ახალი ტიპის მათემატიკური ამოცანები. ესაა ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სიტემისთვის ჩილკერის ტიპის ამოცანა, რომლის ამოხსნა ითხოვთ მის ტრანსფორმაციას ექსტრემალური ამოცანად. ასევე ნაჩვენებია, რომ მიღებული ექსტრემალურ ამოცანას გააჩნია თავისებურება და გამოყოფილია როგორც ოპტიმალური მართვის ჩილკერის ტიპის ამოცანად. ასევე განხილულია ადეპტების მოზიდვის ინფორმაციული თავდასხმისა და დაპირისპირების მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელები, რომელსაც სათავე დაუდო აკადემიკოს ა.ა. სამარსკის მიერ კვლევებმა სოციოლოგიაში მათემატიკური მოდელირების გამოყენებით. ნაჩვენებია მოდელირების უნივერსალობის პრინციპიდან გამომდინარე სარეკლამო კამპანიის მოდელის ტრანსფორმირება ინფორმაციის გავრცელების, ინფორმაციული საფრთხის, ინფორმაციული დაპირისპირების და ბოლოს ინფორმაციული ომის მოდელებად. საინტერესოა სამარსკის სკოლის კვლევები მოდელებში აჟიოტაჟური რეაქციის გამოსაკვლევაგ. მიმაჩნია, რომ აკადემიკოს ა.ა. სამარსკისა - ადეპტა მოზიდვის და პროფესი თ. ჩილაჩავას - სამი მხარის ნაკადების მოდელების ინტეგრებით შესაძლებელია ინფორმაციული ომის საინტერესო მოდელების მიღება, და ამ მიმართულებით კვლევები საშურია.

ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელებში წარმოქმნილი ექსტრემალური ამოცანებიდან გამოკვლეულია როგორც მინიმიზაციის ამოცანა, ასევე ოპტიმალური მართვის ამოცანა - ინფორმაციული ომის დასრულებას მინიმალურ დროში ან სამშვიდობო პროცესის დასრულება მცირე ფინანსური თუ სხვა რესურსების გამოყენების პირობებში. ოპტიმიზაციის მეთოდების გამოყენებით მიღებულია ინფორმაციული ომის უმოკლეს დროში დასრულების პირობები. ოპტიმალური მართვის ამოცანის მაქსიმუმის პრინციპის გამოყენებით გამოკვლეულია ინფორმაციული ომის დასრულების ამოცანა მცირე დანახარჯებისთვის და სწრაფქმედების ამოცანა. ფორმირებული ოპტიმალური მართვის ჩილკერის ტიპის ამოცანისთვის შემოთავაზებულია არის მიმართ დეკომპოზიციის მეთოდის გამოყენება. რომლის შედეგადაც დავდივართ ლაგრანჟის ექსტრემალურ ორ ამოცანამდე პონტრიაგინისეული ფორმით. მოყვანილის აკად. სამარსკის მოწაფეების

მიერ დასმული ოპტიმალური მართვის ამოცანა - მაქსიმალური რაოდენობის ადეპტების მიღწევა დროის რაიმე მონაკვეთში, ან მაქსიმალური რაოდენობის ადეპტების მიღწევას მინიმალური დანახარჯებით (3.4.1) - (3.4.3). ოპტიმალური მართვის (3.4.1) - (3.4.3) ამოცანის ამონახსნი შესაძლებელია ვიპოვოთ როგორც ამონახსნი (3.4.9) დიფერენციალური განტოლებების სიტემისა რომელსაც (3.4.9) -ის ძალით მარჯვენა მხარეების აქვთ წყვეტა, რაც არავითად დაბრკოლებას არ წარმოადგენს.

მონოგრაფიის მეოთხე თავში აგებულია დისკრეტული მოდელები და განხილულია ცალ-ცალკე ინფორმაციული ომის მოწინააღმდეგის იგნორირების დისკრეტული მათემატიკური მოდელის არაპრევენციული და პრევენციული შემთხვევები. დადგენილია, რომ, ინფორმაციული ომის არაპრევენციულ მოდელში ( $z_0 = 0$ ), როცა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  და ანტაგონისტურ მხარეებს გააჩნიათ თანაბარი სასტარტო პირობები ( $x_0 = y_0$ ), დაპირისპირებული მხარეები აძლიერებენ აქტივობას და ინფორმაციული ომი არ წყდება. თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარ საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ) დადგენილია, რომ მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ), შეუძლია მხოლოდ ნაწილობრივ მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე. კერძოდ იგი ზემოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეზე, ამასთან მესამე მხარე ზემოქმედებს იმ ანტაგონისტურ მხარეზე, რომლის სასტარტო პირობები უფრო "სუსტია", ანუ მცირე. და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა თავდაპირველად აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, შემდეგ კი ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს, ბოლოს კი სრულიად წყვეტს მათ. გამოკვლეულია, რომ  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$  -ის შემთხვევაში აგრესიულობის ინდექსი ( $\alpha$ ) ჯერ კიდევ დიდია და ადგილი აქვს ანალოგიებს  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევაში: როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა არ მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე უშედეგოა - ისინი აძლიერებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მიუხედავად იმისა, რომ მესამე მხარეც ზრდის თავის სამშვიდობო აქტიურობას,



ვლებულობთ, რომ  $x_n, y_n, z_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$ . მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ), შეუძლია მხოლოდ ნაწილობრივ მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე. კერძოდ, იგი ზემოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ მხარეზე თუ კი ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ). ამასთან მესამე მხარე ზემოქმედებს იმ ანტაგონისტური მხარეებზე, რომლის სასტარტო პირობები უფრო "სუსტია", ანუ მცირე და ეს მხარე გარკვეული დროის შემდეგ წყვეტს ინფორმაციულ ომს, თუმცა თავდაპირველად აქტიურად ერთვება ინფორმაციულ ომში, გადის მაქსიმუმზე, შემდეგ კი ამცირებს ინფორმაციულ შეტევებს, ბოლოს კი სრულიად წყვეტს მათ.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma < 0$ -ის შემთხვევაში, როცა აგრესიულობის ინდექსის ( $\alpha$ ) კვადრატი ნაკლებია სამშვიდობო მზადყოფნის ( $\beta$ ) და სამშვიდობო აქტივობის ( $\gamma$ ) გარვამაგებული ნამრავლისა, დადგენილია, რომ სამშვიდობო აქტივობა "მოთოკავს" ანტაგონისტური მხარეების აგრესიულობას და ინფორმაციული ომი სრულდება. თუ საერთაშორისო ორგანიზაციებმა არ მიიღეს პრევენციული ზომები ( $z_0 = 0$ ), ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანია. მესამე მხარეს არაპრევენციულ შემთხვევაში ( $z_0 = 0$ ),  $D < 0$  პირობებში შეუძლია სრულად მოახდინოს ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მსვლელობაზე (სამშვიდობო აქტიურობის გაზრდით), აიძულოს მხარეები შეწყვიტონ იგი იმ შემთხვევაში, როცა ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი საწყისი პირობებით ( $x_0 \neq y_0$ ).

ინფორმაციული ომის პრევენციულ მოდელში, როცა  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  და ანტაგონისტურმა მხარეებმა ინფორმაციული ომი დაიწყეს თანაბარ სასტარტო პირობებში ( $x_0 = y_0$ ), ნაჩვენებია, რომ თუ კი საერთაშორისო ორგანიზაციები შეარჩივენ პრევენციის დონეს  $z_0$  ისეთნაირად, რომ შესრულდეს პირობები:

$$\frac{2\gamma x_0}{\lambda_2^*} = \frac{4\gamma x_0}{\alpha - \sqrt{D}} < z_0 \quad \text{და} \quad z_0 \leq \frac{\alpha + 1}{\beta} x_0,$$

მაშინ სამივე მიმდევრობა  $x_n, y_n, z_n$  ხდება

უარყოფითი, ანუ "გადაკვეთს ნულს" - ე.ი. ინფორმაციული ომი სრულდება. თუ კი ეს პირობები არ სრულდება, ინფორმაციული ომი გრძელდება, უფრო მეტიც ღვივდება,

რადგანაც  $x_n, y_n, z_n \rightarrow \infty$  როცა  $n \rightarrow \infty$ . იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი სასტარტო პირობებით, მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანი - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს და დადგენილია, რომ ეს შედეგი მიიღწევა პრევენციის გარკვეული მნიშვნელობებიდან.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma = 0$ -ის შემთხვევაში, როცა აგრესიულობის ინდექსი ( $\alpha$ ) ჯერ კიდევ დიდია შედეგები ანალოგიურია.  $D = \alpha^2 - 8\beta\gamma > 0$  შემთხვევაში კი, დადგენილია, რომ როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი თანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 = y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანია - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ნაჩვენებია რომ  $z_0 > \frac{4\gamma}{\alpha} x_0$ -ს პირობებისა, მაშინ როცა

$$n \geq N^{**} = \left\lceil \frac{x_0(\alpha + 2)\alpha}{2\beta(\alpha z_0 - 4\gamma x_0)} \right\rceil + 1$$

შესაბამისი  $x_n$  -ც გახდება უარყოფითი და

სამართლიანია  $x_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$ . ამდენად პირველი მხარე ასრულებს ინფორმაციულ ომს. ეს სამართლიანია მეორე მხარისთვისაც:  $y_n \rightarrow -\infty$ , როცა  $n \rightarrow \infty$  ანუ ინფორმაციული ომისრულდება. იმ შემთხვევაში, როცა საერთაშორისო ორგანიზაციებმა მიიღეს პრევენციული ზომები  $z_0 > 0$ , ხოლო ანტაგონისტურმა მხარეებმა დაიწყეს ინფორმაციული ომი არათანაბარი სასტარტო პირობებით ( $x_0 > y_0$ ), მაშინ საერთაშორისო ორგანიზაციების ზემოქმედება პირველ და მეორე მხარეებზე შედეგიანია - ეს უკანასკნელები ასრულებენ ინფორმაციულ შეტევებს, მესამე მხარეც ასრულებს ინფორმაციულ ომს. როცა  $D < 0$ , და ანტაგონისტურ მხარეებს ტოლი ( $x_0 = y_0$ ) ან სხვადასხვა სასტარტო პირობები აქვთ ( $x_0 > y_0$ ), მაშინ დადგენილი გარკვეული პირობებისთვის (მათ შორის სამშვიდობო აქტიურობის კოეფიციენტის და პრევენციის გაზრდით) ინფორმაციული ომი სრულდება, ამასთან თავიდან ის მხარე, ვისაც ნაკლები სასტარტო პირობა აქვს, ასრულებს ინფორმაციული ომს, ხოლო შემდეგ კი ის, რომელსაც მეტი სასტარტო პირობა გააჩნია. ინფორმაციული

ომის დისკრეტული მათემატიკური მოდელის შესაბამისი პარამეტრების შემთხვევაში საერთაშორისო ორგანიზაციები შეწყვეტენ მშვიდობისმყოფელი განცხადებების გავრცელებას, მას მერე რაც პირველი მხარე დაასრულებს ინფორმაციულ ომს. ასევე გამოკვლეულია ინფორმაციული ომის წრფივი დისკრეტული მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელი რელიგიური ინსტიტუტების ოპერატიული მონაწილეობით. ნაპოვნია (4.3.1), (4.3.2) მოდელის ანალიტიკური ამოხსნები ზოგადი და პარამეტრების კონკრეტული მნიშვნელობებისთვის. კომპიუტერული ექსპერიმენტით დადგენილია, რომ რელიგიურ ინსტიტუტებს შეუძლიათ ჩააქრონ ინფორმაციული ომი, თუ კი საერთაშორისო სამშვიდობო ძალები ამისთვის სათანადო ძალისხმევას არ მიმართავენ - ან სამშვიდობო აქტიურობის ინდექსია დაბალი, ან პრევენცია არასათანადო, ან ორივე ერთად. “აგრესორ-მსხვერპლის” ინფორმაციული ომის არაწრფივი დისკრეტული მოდელი (4.4.1), (4.4.2) - ავტორიტეტული საერთაშორისო და რელიგიური ინსტიტუტების მონაწილეობით აგებულია ანალოგიური უწყვეტი მათემატიკური და კომპიუტერული მოდელების ტრანსფორმაციით. მისთვის ნაპოვნია ანალიზური სახით ამოხსნები მესამე მხარისთვის და დაგენილია კომპიუტერული ექსპერიმენტების საშუალებით, რომ რელიგიური ინსტიტუტების აქტიურობის გაზრდით შესაძლებელი გახდა ინფორმაციული ომის ჩაქრობა.

კომპიუტერული გათვლები და გამოთვლითი ექსპერიმენტები ჩატარებულია Matlab-ის გარემოში, შედგენილია პროგრამების ტექსტები, კომპიუტერული გათვლები წარმოებულია საწყისი და მოდელის პარამეტრების სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის, მიღებული შედეგების ვიზუალიზაცია წარმოდგენილია მონოგრაფიაში.

ამდენად მონოგრაფიაში მიღებული შედეგებიდან გამომდინარე შეიძლება დავასკვნათ, რომ მშვიდობისმყოფელების როლი ინფორმაციული ომის ჩაქრობაში არსებითია და თუ ისინი სათანადო დონის (ამ სათანადო დონის განსაზღვრა კი შესაძლებელია წარმოდგენილი მონოგრაფიის საფუძველზე) აქტიურობას წარმოაჩენენ, მათ შეუძლიათ ყველაზე მძაფრი ინფორმაციული ომის ჩაქრობაც კი. მათემატიკურმა მოდელმა აჩვენა, რომ სწორედ საერთაშორისო ორგანიზაციების ძალისხმევის შედეგად შესაძლებელია ორ ანტაგონისტურ სახელმწიფოს შორის

ინფორმაციული ომის შეჩერება, რათა შემდგომში მოვლენები ცხელ ფაზაში, ანუ საბრძოლო ვითარებაში არ გადაიზარდოს. ამასთან, ასევე დადგენილი, რომ არსებითი ზემოქმედება ინფორმაციული ომის მიმდინარეობაზე, თვით მის ჩაქრობაც კი, შეუზღიათ ქვეყნის შიგნით მოქმედე ავტორიტეტულ ინსტიტუციებს, რაც სამოქალაქო საზოგადოების ეფექტურობის დამადასტურებელ კვლევადაც შეიძლება მივიცნოთ.

ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელის შექმნას თეორიული ინტერესების გარდა პრაქტიკული დანიშნულებაც აქვს. მისი საშუალებით შესაძლებელია დაკვირვებისა და მოვლენების გაანალიზების შედეგად ინფორმაციული ომის ადრეულ სტადიაზე მოწინააღმდეგე მხარის განზრახვების დადგენა და მოსალოდნელი დაპირისპირების ჩახშობა. ინფორმაციული ომის ადრეულ სტადიაზე დაკვირვების საფუძველზე შესაძლებელია მოდელის პარამეტრების მნიშვნელობათა (აგრესიულობის ინდექსის, სამშვიდობო მზადყოფნის, სამშვიდობო აქტიურობის) და შემდეგ უკვე მოდელის ამოხსნების საშუალებით ინფორმაციული ომის განვითარების დადგენა (ე.ი განსახილველია შებრუნებული ამოცანა). ნებისმიერი ინფორმაციული ომის შეწყვეტა არის შესაძლებელი იმ შემთხვევაში, თუ მხარეებს შორის ჩაერევა საერთაშორისო ორგანიზაციები და ოპერატიულად იქნება მიღებული სამშვიდობო მოწოდებები. მესამე - მშვიდობისმყოფელი მხარის მოქმედების სტრატეგია და ტაქტიკა უნდა ეფუძნებოდეს იმ რეკომენდაციებსა და ანალიზს, რასაც ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელები იძლევიან. ამდენად წარმოდგენილი მონოგრაფიის შედეგები მეცნიერულ, მათემატიკურ დონეზე ადასტურებენ მშვიდობისმყოფელთა მოღვაწეობის იმ დიდ პასუხისმგებლობასა და პატივს, რაც აღნიშნულია სახარებაში [1]: ”ნეტარ იყვნენ მშვიდობისმყოფელნი, რამეთუ იგინი ძედ ღმრთისად იწოდნენ” (მათე 5:9).

## ლიტერატურა

1. კერესელიძე ნ. ინფორმაციული ომის მათემატიკური მოდელირება. მონოგრაფია. საქართველოს პარლამენტის ეროვნული ბიბლიოთეკა. 2012 წ. 176 გვ. ISBN: 978-9941-0-4892-0
2. მირუაშვილი მ. ინფორმაციული ომის წრფივი მათემატიკური მოდელი მძლავრი საერთაშორისო ორგანიზაციებისა და რელიგიური ინსტიტუტების მონაწილეობით. საბაკალავრო ნაშრომი, სამეცნიერო ხელმძღვანელი პროფესორი თ. ჩილაჩავა. სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, მათემატიკისა და კომპიუტერულ მეცნიერებათა ფაკულტეტი, თბილისი, 2014 წ. 30 გვ.
3. მიქელაძე შ. ინფორმაციული ომის წრფივი დისკრეტული მათემატიკური მოდელი რელიგიური ინსტიტუტების ოპერატიული მონაწილეობით. საბაკალავრო ნაშრომი. ხელმძღვანელი პროფესორი თ. ჩილაჩავა. ქართული უნივერსიტეტი. 2014, თბილისი
4. მელაძე ჰ., მენტეშაშვილი მ., მჭედლიშვილი ნ., სხირტლაძე ნ. გამოთვლითი მათემატიკის საფუძვლები. ნაწილი I, თსუ, თბილისი, 2003, 347 გვ.
5. მელაძე ჰ., მენტეშაშვილი მ., მჭედლიშვილი ნ., სხირტლაძე ნ. გამოთვლითი მათემატიკის საფუძვლები. ნაწილი II, თსუ, თბილისი, 2005, 274 გვ.
6. მელაძე ჰ., სხირტლაძე ნ. გამოყენებითი მათემატიკის საწყისები. თსუ, თბილისი, 2000, 261 გვ.
7. ინფორმაციული უსაფრთხოების შესახებ კანონპროექტს საქართველოს პარლამენტი განიხილავს - საქართველოს ეროვნული უშიშროების საბჭოს საიტი, <http://www.nsc.gov.ge/geo/news.php?id=6153>
8. ოზგაძე თ. მათემატიკური მოდელირების კურსი (უწყვეტი მოდელები). სტუ, თბილისი, 2006, 101 გვ.
9. ოზგაძე თ., ოზგაძე ლ., მჭედლიშვილი ნ., დავითაშვილი ი., თუშიშვილი ნ. მათემატიკური მოდელირების კურსი. ეკონომიკის MATHCAD-ის და MATLAB-ის ბაზაზე ( II ტომი), სტუ, თბილისი, 2007, 200 გვ.

10. სამარსკი ა. ა. რიცხვითი მეთოდების შესავალი. თბილისი, თსუ-ს გამომცემლობა, 2001, რედაქტორები ჰ. მელაძე, ნ. სხირტლაძე, თანგმნა თ. დავითაშვილისა. 348 გვ.
11. საშობაო ეპისტოლე (6 იანვარი 2010). ამბიონი - საზოგადოებრივ რელიგიური ინტერნეტჟურნალი. <http://www.ambioni.ge/sasobao-epistole>
12. ჩილაჩავა თ. კერესელიძე ნ. „აგრესორი–მსხვერპლის“ ინფორმაციული ომის არაწრფივი მათემატიკური მოდელი. ცხუმ–აფხაზეთის მეცნიერებათა აკადემიის შრომების კრებული, ტ.2, 2011, გვ. 5 - 15
13. ჩილაჩავა თ. კერესელიძე ნ. საინფორმაციო ომის მათემატიკური მოდელირება. Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications 2010|No. 1(24), გვ. 78-105.
14. ჩილაჩავა თ., ძიძიგური ც. მათემატიკური მოდელირება. "ინოვაცია". თბილისი 2008 წ., 440 გვ.
15. ძიძიგური ც., ჩილაჩავა თ. მათემატიკური მოდელები ეკოლოგიასა და მედიცინაში//საგამომცემლო სახლი "ინოვაცია", თბილისი 2011. გვ. 336.
16. ხანანაშვილი მ. ინფორმაციული სტრესი. საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემიის გამომცემლობა. თბილისი, 2008. 168 გვ.
17. ჯანგველაძე თ. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლების მიახლოებითი ამოხსნის მეთოდები. თსუ, თბილისი, 2005, 307 გვ.
18. Богданов А. М., Мохор В.В. Математическая модель информационного воздействия. Інформаційні технології та безпека: Збірник наукових праць Інституту проблем реєстрації інформації НАН України.— К.: ІПРІ, 2002.— Вип. 2.
19. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М. «Наука», 1962 г. Изд 2. 408 стр.
20. Босс В. Лекции по математике. Т.7: Оптимизация. Учебное пособие. Изд. 2-е, стереотипное, М.: изд. КомКнига, 2007, 216 стр.
21. Босс В. Лекции по математике. Т.2: Дифференциальные уравнения. Учебное пособие. Изд. 2-е, исправленное, М.: изд. Книжный дом «Либроком», 2009, 208 стр.
22. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М. «Наука», 1981г. 720 с.

23. Бурд В. Ш. Дискретное операторное исчисление и линейные разностные уравнения: учеб. пособие/Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль: ЯрГУ, 2009 — 156 с.//
24. Кереселидзе Н. Задача типа ЧилКер для математической и компьютерной модели информийонной войны игнорирования противника // Труды XXIV Международной конференции Проблем управления безопасностью сложных систем. Москва, декабрь 2016 г., ст. -.
25. Кереселидзе Н. Г.: Математические и компьютерные модели типа ЧилКер в информийонной войне// Журн. Информийонные войны – 2016.- №2(38) - с. 18-25.
26. Кереселидзе Н. Математическая модель информийонной войны с учетом возможностей информийонных технологий противоборствующих сторон, Transactions II The Internashional scientific conference dedicated to the 90<sup>th</sup> anniversary of Georgian Technical University “Basic Paradigms in Science and Technilogy Development for the 21<sup>st</sup> Century, Tbilisi, Georgia, September 19-21, 2012. Publishing House “Technical University”, Tbilisi, 2012, p. 188-190.
27. Кереселидзе Н. Математическая модель информийонного противоборства с учетом возможностей Информийонных Технологии сторон. // Труды XX Международной конференции Проблем управления безопасностью сложных систем. Москва, декабрь 2012 г., ст. 175-178.
28. Кереселидзе Н. Математическая модель с запаздыванием информийонной войны.// Труды XXIII Международной конференции Проблем управления безопасностью сложных систем. Москва, декабрь 2015 г., ст. 332-335.
29. Кереселидзе Н. О соотношениях уровней информийонных технологии сторон в обобщенной математической модели информийонной войны игнорирования противника. //Труды XXI Международной конференции Проблем управления безопасностью сложных систем. Москва, декабрь 2013 г., ст. 173-175.
30. Кереселидзе Н. О существовании решения в математической модели информийонной войны.// Труды XXII Международной конференции Проблем управления безопасностью сложных систем. Москва, декабрь 2014 г., ст. 46-49.

31. Кереселидзе Н. Задача типа ЧилКер для математической и компьютерной модели информийонной войны игнорирования противника // Труды XXIV Международной конференции Проблем управления безопасностью сложных систем. Москва, декабрь 2016 г., ст. 147-150.
32. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. М. «Наука»,1972г., 576 стр.
33. Маревцева Н. А., Валиуллин А. Н. Вычислительные эксперименты с моделями информационного противоборства // Математическое моделирование социальных процессов / Под ред. А.П. Михайлова / Под ред. А. П. Михайлов, В. А. Шведовский. — Т. 14. — Социологический факультет МГУ Москва, 2012. — С. 62–80.
34. Маревцева Н. А., Математические модели информационного нападения и информационного противоборства. Журн. Социология. №3. 2011 г. стр. 26 -35.
35. Маревцева Н.А.. Простейшие математические модели информационного противоборства. / Серия ”Математическое моделирование и современные информационные технологии”, вып. 8. // Сборник трудов Всероссийских научных молодежных школ. Ростов-на-Дону, издательство Южного федерального университета. 2009. С. 354–363.
36. Микусинский, Я. Операторное исчисление / Я. Микусинский.—М.: ИЛ, 1956. — 367 с.
37. Михайлов А. П., Измоденова К. В. Об оптимальном управлении процессом распространения информации. Журн. «Математическое моделирование», 2005 год, том 17, номер 5, стр. 67-76.
38. Михайлов А.П., Измоденова К.В. Об оптимальном управлении в математической модели распространения информации. Труды семинара «Математическое моделирование социальных процессов», сборник, вып. 6. – М.: МАКС Пресс, 2004.
39. Михайлов А.П., Ключев Н.В.. О свойствах простейшей математической модели распространения информационной угрозы //Математическое моделирование социальных процессов, выпуск 4. – М.: МАКС Пресс, 2002, с.115-123.
40. Михайлов А.П., Маревцева Н.А.. Модели информационной борьбы. // Математическое моделирование. 2011. Т. 23. № 10. С. 19–32.



41. Михайлов А.П., Петров А.П., Маревцева Н.А., Третьякова И.В.. Развитие модели распространения информации в социуме // Математическое моделирование, 2014. Т. 26. № 3. С. 65–74.
42. Михайлов А.П., Петров А.П., Прончева О.Г., Маревцева Н.А.. Математическое моделирование информационного противоборства в социуме. /Международный экономический симпозиум–2015. Материалы Международных научных конференций, посвященных 75-летию экономического факультета Санкт-Петербургского государственного университета: сборник статей. Отв. ред. С.А. Белозеров, ООО "Скифия-принт", Санкт-Петербург, 2015. С. 293–303. URL: [http://econ-conf.spbu.ru/files/Symposium\\_Sbornik\\_Statey.pdf](http://econ-conf.spbu.ru/files/Symposium_Sbornik_Statey.pdf)
43. Панарин, И.Н. Информационная война и дипломатия. / И.Н. Панарин – М.: "Городец-издат", 2004г. – 527 с.
44. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. изд. «Наука» 1969 г. 384 стр., второе издание.
45. Поченцов Г. Г. Пропаганда и контрпропаганда. Изд. «Центр», М. 2004. 256 с.
46. Пугачева Е. Г., Соловьев К. Н. Самоорганизация социально-экономических систем. Иркутск. Издательство БГУЭП. 2003. 172 с.
47. Самарский А.А. Введение в численные методы. Учебное пособие для вузов. 5-е изд., стер. СПб.: Издательство «Лань», 2009, 288 с.
48. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. М. Наука. Физматлит, 1997.- 320 с.
49. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд. Испр. – М. ФИЗМАТЛИТ. 2005. 320 с.
50. Семенова Е.Е., Зятева О.А. Качественное исследование непрерывных моделей популяционной динамики. Часть 1. Динамические системы на прямой [Электронный ресурс] / О.А. Зятева, Е.Е. Семенова. - 2015. - 66с. <https://petsru.ru/structure/289/kafedraprikladnojmat/publication/18#t20c>
51. Семенова Е.Е Математические модели нелинейной динамики (введение в синергетику), курс лекций, Петрозаводский государственный университет, кафедра прикладной математики и информатики, институт математики и информационных

- технологии, 2016 г, [http://pmik.petrso.ru/user/semnova/Nonlinear\\_Dynamics/Lectons/Lecture\\_SMPD.pdf](http://pmik.petrso.ru/user/semnova/Nonlinear_Dynamics/Lectons/Lecture_SMPD.pdf).
52. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Математическое моделирование информационных войн. Журнал Информационные войны. 2011. №1(17), 28-35 с.
53. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Нелинейная математическая модель информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды 19-ой Международной конференции. Москва, декабрь 2011 г, с. 185-188.
54. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Оптимизационная задача математической модели информационной войны. Тезисы докладов. Международная научная конференция «Информационные и компьютерные технологии, моделирование, управление» посвященная 80-летию со дня рождения И.В. Прангишвили. Грузия, Тбилиси, 01-04 ноября, 2010, с. 196 – 197.
55. Чилачава Т., Кереселидзе Н. Оптимизационная задача непрерывной математической модели превентивной информационной войны. Проблемы управления безопасностью сложных систем. Труды 18-ой Международной конференции. Москва, декабрь 2010 г, с. 221-226.
56. Шампайн Л. Ф., Гладвел И., Томпсон С. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB. М., изд. «Лань», 2009. с. 304.
57. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. – М.: Наука, 1985. с. 225.
58. Agarwal R.P, Kiguradze I, On multi-point boundary value problems for linear ordinary differential equations with singularities // [Journal of Mathematical Analysis and Applications. Volume 297, Issue 1, 1 September 2004, Pages 131–151.](#)
59. Alekseev V. M., Tikhomirov V. M., Fomin S. V. Optimal control. (in Russian) Moscow, “Nauka”, 2007. p.– 408.

60. APT28: A WINDOW INTO RUSSIA'S CYBER ESPIONAGE OPERATIONS? *FireEye*. 28.10.2104. <https://www.fireeye.com/blog/threat-research/2014/10/apt28-a-window-into-russias-cyber-espionage-operations.html>
61. BDU:2016-01640: Уязвимость антивирусного программного средства Internet Security, позволяющая нарушителю читать произвольные файлы. *Банк данных угроз безопасности информации*. <http://bdu.fstec.ru/vul>
62. Bernoulli, D. (1760). Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole et des avantages de l'inoculation pour la prévenir. *Mémoires de l'Académie des Sciences et des Belles-Lettres de Paris*, 1-45.
63. Daley D.J., Kendall D.G. (1964). Stochastic Rumors // *Journal of the Institute of Mathematics and its Applications*. Vol. 1, pp. 42-55.
64. Dormand J. R., Prince P. J. A family of embedded Runge-Kutta formulae. *J. Comput. Appl. Math.* 27:p 19-26. 1980.
65. Cares Jeffrey R., An Information Age Combat model, Alidade Consulting Technical Paper, March 2001.
66. Chilachava T.I. Linear continuous mathematical model of information warfare with the participation of authoritative religious institutions. Problems of safety management complicated systems. Works of XVIII International Scientific Conference. Moscow: 2014, p.p. 298-302 (in Russian).
67. Chilachava T.I, Akhvlediani G., Miruashvili M. Continuous mathematical models of information warfare with participation of authoritative international and interstate institutes. Georgian mathematical union. V International conference. Book of abstracts. Batumi, September 8-12, 2014, pg. 75.
68. Chilachava T., Chakhvadze A. Continuous nonlinear mathematical and computer model of information warfare with participation of interstate authoritative institutes. *Georgian Electronic Scientific Journal: Computer Science and Telecommunications 2014* | No. 4(44), p. 53 – 74.
69. Chilachava T., Chakhvadze A. Non linear Mathematical and Computer Models of Information Warfare with Participation of Authoritative Interstate Institutes. Book of

- abstracts V Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, September 8-12, 2014. p. 76.
70. Chilachava T., Kereselidze N. About one mathematical model of the information warfare. Fifth congress of mathematicians of Georgia. Abstracts of contributed talks. Batumi/Kutaisi, October 9-12, 2009, pg. 85.
71. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous linear mathematical model of preventive information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 113 – 141.
72. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous nonlinear mathematical model of information warfare. International conference continuum mechanics and related problems of analysis to Celebrate the 70th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences and the 120th birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Tbilisi, September 9 – 14, 2011, p. 155-156.
73. Chilachava T., Kereselidze N. General continuous linear mathematical model of information warfare. Abstracts II International conference of Georgian mathematical union, Dedicated to the 70th Anniversary of the Georgian National Academy of Sciences and the 120th birthday of its First President Academician Nikoloz (Niko) Muskhelishvili. Book of abstracts. Batumi, September 15 – 19, 2011, p. 117-118.
74. Chilachava T., Kereselidze N. Mathematical and computer model of preventive information warfare. Georgian mathematical union. First international conference. Book of abstracts. Batumi, September 12-19, 2010, p. 75 – 76.
75. Chilachava T., Kereselidze N., Kharaisvili Q. Non linear Mathematical and Computer Models of Information Warfare “an Aggressor-the Victim” with Participation of Interstate Authoritative Institutes. Book of abstracts V Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, September 8-12, 2014. p. 77.
76. Chilachava T., Kereselidze N. Continuous linear mathematical model of preventive information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 113 – 141.

77. Chilachava T., Kereselidze N. Non-preventive continuous linear mathematical model of information warfare. Sokhumi State University Proceedings, Mathematics and Computer Sciences, 2009, № 7, p. 91 – 112.
78. Chilachava T., Kereselidze N. Optimizing problem of mathematical model of preventive information warfare. Informational and Communication Technologies – Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80th Anniversary of I.V. Prangishvili. USA, Imprint: Nova , 2012. - p. 525 -529., [https://www.novapublishers.com/catalog/advanced\\_search\\_result.php?keywords=%20I.V.%20Prangishvili&page=1&sort=2d](https://www.novapublishers.com/catalog/advanced_search_result.php?keywords=%20I.V.%20Prangishvili&page=1&sort=2d)
79. Chilachava T., Kereselidze N. Optimizing Problem of the Mathematical Model of Preventive Information Warfare. // Information and Computer Technologies – Theory and Practice: Proceedings of the International Scientific Conference ICTMC-2010 Devoted to the 80th Anniversary of I.V. Prangishvili , chapter 5/ - USA,
80. Chilachava T.I. Linear continuous mathematical model of information warfare with the participation of authoritative religious institutions. Problems of safety management complicated systems. Works of XVIII International Scientific Conference. Moscow: 2014, p.p. 298-302 (in Russian).
81. FACT SHEET: Cybersecurity National Action Plan, The White House Office of the Press Secretary, February 09, 2016. <https://www.whitehouse.gov/the-press-office/2016/02/09/fact-sheet-cybersecurity-national-action-plan>
82. Gerden Eugene , Russia to spend \$250m strengthening cyber-offensive capabilities. *SCMagazineUK.com, February 04, 2016* – <http://www.scmagazineuk.com/russia-to-spend-250m-strengthening-cyber-offensive-capabilities/article/470733/>
83. Cimpanu Catalin. The Dukes (APT29): One of Russia's Cyber-Espionage Hacking Squads. *Softpedia. 7.09.2015.* <http://news.softpedia.com/news/the-dukes-apt29-one-of-russia-s-cyber-espionage-hacking-squads-492021.shtml>
84. Cory Doctorow. Spear phishers with suspected ties to Russian government spoof fake EFF domain, attack White House. *Bingboing. 28.08.2015.* <http://boingboing.net/2015/08/28/spear-phishers-with->

[suspected.html?utm\\_source=moreatbb&utm\\_medium=nextpost&utm\\_campaign=nextpost](https://suspected.html?utm_source=moreatbb&utm_medium=nextpost&utm_campaign=nextpost)  
[thumbnails](#)

85. Gompertz B. On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies// Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1825. Vol. 115. P. 513–583)
86. GReAT. Cloud Atlas: RedOctober APT is back in style. Kaspersky Lab. 10.12. 2014, <https://securelist.com/blog/research/68083/cloud-atlas-redoctober-apt-is-back-in-style/>
87. Janagizawa-Drott D. (2014). Prapaganda and Conflict: Evidence from the Rwandan Genocide. . The Quarterly Journal of Economics (2014) 129 (4): 1947-1994
88. Joint Pub 3-13 “Information Operations”, DOD US, December, 1998.
89. Jorma Jormakka, Jarmo V.E. Molsa, Modelling Information Warfare as a Game. JournalofInformationWarfare. 2005, 4 (2): p. 12-25.
90. Kereselidze N.. About existence of solutions of the problem first and second type ratio levels of information technology sides in a mathematical model of information warfare (IW MM)// book of Aabstracts Caucasian Mathematics Conference CMC I , Tbilisi, September 5 – 6, 2014, p. 114.
91. Kereselidze N. About on a feature of the optimal control problem in mathematical and computer models of the information warfare.// International Conference on Differential & Difference Equations and Applications 2015, Abstract Book, Departamento e Ci^encias Exactas e Naturais, Academia Militar Amadora, Portugal, May 18 - 22, 2015, pp. 86-87.
92. Kereselidze N. About relations of levels of Information Technology sides in one of the mathematical model Information Warfare. Book of abstracts IV International Conference of the Georgian Mathematical Union dedicated to Academician Victor Kupradze on the occasion of 110-th anniversary of his birthday and to the Georgian Mathematical Union on occasion of 90 year from founding. Tbilisi - Batumi, September 9-15, 2013, pp. 168-169.
93. Kereselidze N. The Chilker Task in Mathematical and Computer Models of Information Warfare. // Book of abstracts VI Annual International Conference of the Georgian Mathematical Union, Batumi, July 12-16, 2015. pp. 126-127.

94. Kereselidze N. An Optimal Control Problem in Mathematical and Computer Models of the Information Warfare // Differential and Difference Equations with Applications : ICDDEA, Amadora, Portugal, May 2015, Selected Contributions. /Editors: Pinelas, S., Došlá, Z., Došlý, O., Kloeden, P.E. (Eds.), Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 164, DOI 10.1007/978-3-319-32857-7\_28, Springer International Publishing Switzerland 2016 - P. 303-311.
95. Kereselidze N. On a problem of the Mathematical Model of the Information Warfare. // Proceedings of the International Scientific Conference Dedicated to Academician I. Prangishvili's 85<sup>th</sup> Anniversary "Information and Computer Technologies, Modeling, Control", Tbilisi, Georgia, November 3-5, 2015. Publishing House "Technical University", Tbilisi, 2015. (in Russian), pp 411-414.
96. Maldre Patrik. The Russian Cyber Threat: Views from Estonia. *CEPA*. 18.05.2016. <http://cepa.org/The-Russian-Cyber-Threat-Views-from-Estonia>
97. Mikhailov A.P., Petrov A.P., Proncheva O.G., Marevtseva N.A. Mathematical Modeling of Information Warfare in a Society // Mediterranean Journal of Social Sciences. Vol. 6. No. 5 S2. pp. 27–35. doi: 10.5901/mjss.2015.v6n5s2p27
98. Bimal kumar Mishra, Apeksha Prajapati. Modelling and Simulation: Cyber War. International Conference on Computational Intelligence: Modeling Techniques and Applications (CIMTA) 2013. Procedia Technology 10 ( 2013 ) 987 – 997. Elsevier.
99. Rogers S. Michael. Statement of Admiral Michael S. Rogers Commander United States Cyber Command before the Senate Committee on Armed Services 19 march 2015 [https://fas.org/irp/congress/2015\\_hr/031915rogers.pdf](https://fas.org/irp/congress/2015_hr/031915rogers.pdf)
100. Rona T. P., "Weapon Systems and Information War", Boeing Aerospace Co.,Seattle, WA, 1976
101. Volz Dustin , Hosenball Mark. Concerned by cyber threat, Obama seeks big increase in funding. *Reuters*. 10.02.2016. <http://www.reuters.com/article/us-obama-budget-cyber-idUSKCN0VI0R1>
102. [www.securitylab.ru](http://www.securitylab.ru).
103. <https://www.wikileaks.org/clinton-emails/>

104. <http://www.telegraph.co.uk/news/2016/11/12/hillary-clinton-blames-election-loss-on-fbis-james-comey-in-call/>
105. <http://freebeacon.com/national-security/clinton-email-server-hit-cyber-attacks-russians-hackers/>
106. <http://heavy.com/news/2016/10/james-comey-republican-democrat-what-party-politics-fbi-director-hillary-clinton-emails-investigation-reopened-huma-abedin-anthony-weiner/>
107. [https://www.washingtonpost.com/world/national-security/hacker-who-exposed-clintons-private-email-bush-paintings-appears-in-us-court/2016/04/01/85c55c9a-f798-11e5-a3ce-f06b5ba21f33\\_story.html](https://www.washingtonpost.com/world/national-security/hacker-who-exposed-clintons-private-email-bush-paintings-appears-in-us-court/2016/04/01/85c55c9a-f798-11e5-a3ce-f06b5ba21f33_story.html)
108. <https://xakep.ru/2016/06/22/guccifer20/>



## ავტორთა საძიებელი

აბედინ ჰ.

ადამსი ს.

ასანჯი ჯ.

ახვლედიანი გ.

ბერნული დ.

ბლუმენტალი ს.

ბუში ჯ.

გამყრელიძე რ.

გომპერტცი ბ.

გუფიჩერ

გუფიჩერ 2.0

დაიანა პრინცესა

დალეი დ.ჯ.

დორმანდისა ჯ.

ვეინერ ე.

ვერჰიულტს პ.ფ

იანაგიზავა-დროტი დ.

იაშენკო ვ.

იზმოდენოვა კ.ნ.

ილია II

იოვანე

კენდელი დ. ჯ.

კერესელიძე ნ.

კლინტონ ჰ.

კომი ჯ.

ლანჩესტერი

ლეჰელ მ. ლ.

ლიფშიცი

ლოტკა ა. ჯეიმს.

მაანსენ ხ.გ.

მაკკენდრიკ ა. გ.

მალთუსი ტ.

მარეცევა ნ.ა.

მერკელი ა.

მიკუსინსკი ი.

მირუაშვილი მ.

მიხაილოვი ა.პ.

მიხაილოვი დ.

მიქელაძე შ.

მიშრა ბიმალ კუმარ

მშვიდობაძე ხ.

ობამა ბ.

პეტროვი ა.პ

პიერლ რ.

პონტრიაგინი ლ.

პრაჯაპატი აფეჟა

პრინცის პ.

პრონჩევა ე.გ.

პუგაჩევა ე.გ.

რიკატი  
როჯერს მ.  
რონა თ.

სამარსკი ა.ა.  
სნოუდენი ე.  
სოლოვენკო კ.ნ.

ტრამპი დ.

შოიგუ ს.

ჩახვამე ა.  
ჩილაჩავა თ.

ცი სუნ

ხარაიშვილი ქ.  
ხანანაშვილი მ.

## საგანთა საძიებელი

ადეპტი

აჟიოტაჟური რეჟიმი

ამოცანა ექსტრემალური

- ინფორმაციული ომის ჩილკერის

- კომის

- ლაგრანჟის პონტრიაგისეული ფორმით

- ოპტიმალური მართვა

--- ინფორმაციული შეტევა

- სასაზღვრო

- ჩილკერის

--ტიპის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისთვის

--მართვის

-სწრაფქმედების

განტოლება

-ამსახველი

-გომპერტცის

-ლოგისტიკური

-რიკატის

-სამარსკი-მიხაილოვის

თეორემა ეილერ-ლაგრანჟის

ინფორმაციული დაპირისპირება

-ომი

-შეტევა

კრიტერიუმი რაუს-გურვიცის

ლაგრანჟის მამრავლები  
ლიფშიცის პირობა

მატრიცა გურვიცის

-მდგრადი

მოდელი

-კომპიუტერული

--არაწრფივი

- ლანჩესტერის

- მათემატიკური

-- ზოგადი წრფივი ინფორმაციული ომის

---წრფივი არაპრევენციული მოწინააღმდეგედ იგნორირების

--- ავტორიტეტული ინსტიტუციებით

--არაწრფივი მოწინააღმდეგის იგნორირების

--- ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგის

---აგრესორ-მსხვერპლის ძლიერი და სუსტი მოწინააღმდეგის

---შიდასახელმწიფო ავტორიტეტული ორგანიზაციების

--ინფორმაციის გავრცელების

--ინფორმაციული ომის დისკრეტული

მრუდი

-გომპერტცის

-ლოგისტიკური

-S

-სიგმოიდა

ნახვევი

ოპერატორი აჯამვის

-გადატანის

პირობა ტრანსვეტსალობის

უნივერსიტეტი

-სოხუმის სახელმწიფო

-ქართული

ფუნქცია ლაგრანჟის

ჰამილტონიანი

Boeing

CERT.GOV.GE

Cozy Bear - CozyDuke

CrowdStrike

FBI

Malware Bear

Matlab

ode15s

ode45

Pawn

Sednit

Sofacy

Storm

Strontium

ГРУ

ФСБ